



Universidade de Aveiro Departamento de Física
2005

Sofia da Conceição
Veladas Latas

Propagação Controlada de Solitões em Fibras
Ópticas



Universidade de Aveiro Departamento de Física
2005

Sofia da Conceição
Veladas Latas

Propagação Controlada de Solitões em Fibras
Ópticas

dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Física, realizada sob a orientação científica do Doutor Mário Fernando dos Santos Ferreira, Professor Associado do Departamento de Física da Universidade de Aveiro.

o júri

presidente

Prof. Doutor José Joaquim Cristino Teixeira Dias
professor catedrático da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor João de Lemos Pinto
professor catedrático da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor Adolfo da Visitação Tregeira Cartaxo
professor associado do Instituto Superior Técnico da Universidade
Técnica de Lisboa

Prof. Doutor Mário Fernando dos Santos Ferreira
professor associado da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor Augusto da Silveira Rodrigues
professor auxiliar da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Prof. Doutor Armando Humberto Moreira Nolasco Pinto
professor auxiliar da Universidade de Aveiro

Agradecimentos

ao Prof. Doutor Mário Ferreira, de quem recebi suporte científico e orientação, bases imprescindíveis para a elaboração do presente trabalho;

ao Prof. Doutor S. Siddiqui, a título póstumo, e a Sumudu pelo apoio e a atenção dadas;

ao Prof. Doutor Peter L. Christiansen, pela formação e apoio, e também à Hanne, ao Carl e ao Yaroslav;

ao Prof. Doutor Soto-Crespo pela ajuda;

aos Prof. Doutor Augusto Rodrigues e Prof. Doutor António Luis Teixeira pelas discussões úteis;

aos meus Professores pelo que me ensinaram;

aos meus colegas Margarida Facão e Paulo A. Silva pelo apoio constante ao longo de todos estes anos;

ao Sr. Reis pelo apoio a nível informático;

à disponibilidade dos membros do Departamento de Física da Universidade de Aveiro que me deram uma ajuda preciosa;

à D. Lourdes, à Mayra e à Tang pela simpatia;

à Conceição e ao Joaquim Leitão pela ajuda ao longo de todos estes anos; e também à Isabel, à Isa e ao Álvaro, que sabem tornar pequenas as grandes distâncias;

à minha família, à Phanna e ao Luis, e especialmente aos meus pais, Rosa e António Joaquim, pois sem eles não teria conseguido realizar este trabalho;

aos que já partiram e me deram muito de si, em especial aos meus avós.

E a todas as pessoas e instituições que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo

A necessidade de sistemas de comunicação com elevada capacidade de transmissão da informação, i.e., sistemas com elevadas taxas de débito binário e transmissão a longas distâncias, determinaram, no último quartel do século XX, o estudo da propagação de solitões em fibras ópticas, bem como das diversas técnicas que permitem o seu controlo.

Neste trabalho fez-se um estudo da propagação de solitões ópticos, bem como a sua interacção mútua, em fibras monomodo, em regime picosegundo, na presença de filtragem, amplificação linear, e amplificação não linear. Estudou-se também a propagação de impulsos, em regime femtosegundo, na presença do efeito de Raman intra-pulso conjuntamente com filtragem, ganho linear e não-linear.

O estudo foi desenvolvido com base na teoria das perturbações, método adiabático e na resolução numérica da equação de Schrödinger não-linear generalizada.

Foi estudada a propagação de impulsos, com diversos perfis, na presença de filtragem, por filtros fixos e por filtros de frequência deslizante. Foi também analisado o efeito de ambas as técnicas na redução do jitter de Gordon-Haus. Para os filtros de frequência deslizante estabeleceu-se uma relação para a taxa de deslizamento máxima permitida, tendo sido considerados os termos de 2ª e 3ª ordens na função de transferência do filtro.

Em alternativa às técnicas de filtragem estudou-se a propagação de impulsos na presença de ganho não-linear, de 2ª e 4ª ordens, respectivamente, conjuntamente com a filtragem, por filtros fixos e amplificação linear.

Na ausência da saturação do ganho não-linear, verificou-se que a propagação estável de um dado impulso, não depende do seu perfil inicial, sendo mais significativa a energia inicial do mesmo. Observou-se um efeito de compressão para impulsos de amplitude arbitrária e amplitude fixa.

Na presença de saturação do ganho não-linear estudou-se a propagação de impulsos, nomeadamente impulsos simples, compostos e de topo achatado.

Estudou-se a prevenção da interacção entre solitões com base nas técnicas de controlo referidas. Conjuntamente, consideraram-se os efeitos de uma amplitude diferencial e de uma diferença de fase.

Considerou-se a formação de estados ligados com uma diferença de fase de π e de $\pi/2$. Estudou-se a propagação de estados ligados para impulsos simples e impulsos compostos. A estabilidade dos estados ligados de $\pi/2$ foi discutida por recurso a técnica do plano de interacção.

Abstract

The need of communication systems with a high performance of data transmission, i.e., systems with a high bit rate and long-haul, led to, in the last quarter of the XX century, the study of soliton propagation in optical fibers, as well as the study of several techniques that allow its control.

In this work the soliton propagation is studied, as well as the soliton interaction, in single mode fibers, at picosecond regime, with filtering, linear amplification and nonlinear amplification. It was studied the pulse propagation, at femtosecond regime, with Raman self frequency shift term and filtering, linear gain and nonlinear gain.

This study was based on the adiabatic perturbation theory and numerical solutions of a generalized nonlinear Schrödinger equation.

It was studied the pulse propagation, with several profiles, with filtering, by fixed frequency filters and sliding-frequency filters.

It was analysed the performance of both techniques in the Gordon-Haus effect reduction. For sliding-frequency filters it was found a mathematical expression for the maximal rate of sliding that allows a stable propagation, with filter terms of the 2nd and 3rd orders.

An alternative way of filtering is pulse propagation with nonlinear gain of the 2nd and 4th orders, respectively, along with filtering and linear amplification. In order to achieve a stable propagation, in the absence of saturation of the nonlinear gain it was found that for stable propagation of nonlinear pulse, the pulse shape does not depends on the pulse profile, but instead, it is a function of the pulse energy. It was found a compression effect for arbitrary and fixed amplitude pulses.

If nonlinear gain saturation is taken in account, one can have a stable propagation of simple, composite and flat top solitons, among other results.

In order to prevent the soliton interaction it was considered the several referred control techniques, along with the differential amplitude and a relative phase difference. It was studied the soliton bound states, in tandem with a phase difference of π and $\pi/2$. The stability of these bound states with $\pi/2$ have been discussed by using the interaction plane analysis.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Estrutura da Tese	4
2	Propagação de Impulsos numa Fibra Ideal	7
2.1	Introdução	7
2.2	Distâncias Características	8
2.3	Propagação de impulsos sob a acção da dispersão da velocidade de grupo	11
2.3.1	Impulso Gaussiano	13
2.3.2	Impulsos Secante Hiperbólica e Super-Gaussiano	15
2.3.3	Efeito do trinado inicial sobre os impulsos	18
2.4	Propagação de impulsos sob a acção da auto-modulação da fase	20
2.4.1	O desvio não-linear da fase	21
2.4.2	Variação espectral dos impulsos	24
2.4.3	Efeito do trinado inicial sobre os impulsos	26
2.5	Propagação de impulsos sob a acção conjunta da dispersão da velocidade de grupo e da auto-modulação da fase	28
2.5.1	A formação de solitões	29
2.5.2	Algumas soluções da NLSE	31
2.5.3	Efeito das perdas de energia na fibra	39
2.6	Conclusão	41
3	Propagação de Impulsos com Ganho Linear e Filtragem	43
3.1	Introdução	43
3.2	O Jitter Temporal	44
3.2.1	O Jitter de Gordon-Haus	44
3.2.2	O Jitter Acústico	48
3.2.3	A Dispersão dos Modos da Polarização	49
3.2.4	A Interacção entre Solitões	49

3.3	Propagação com ganho-linear e filtros fixos	50
3.3.1	A equação de propagação	50
3.3.2	Resultados da teoria das perturbações	51
3.3.3	Redução do jitter temporal de Gordon-Haus	54
3.3.4	Simulação da Propagação de Impulsos	55
3.4	Propagação com ganho-linear e filtragem com filtros de frequência des- lizante	61
3.4.1	A equação de propagação	61
3.4.2	Resultados da teoria das perturbações	66
3.4.3	O jitter temporal	72
3.4.4	Simulação da propagação de impulsos	77
3.5	Conclusão	83
4	Propagação de Impulsos na Presença de Filtragem e Amplificação Linear e Não-Linear	87
4.1	Introdução	87
4.2	Propagação com filtragem e amplificação linear e não-linear	88
4.2.1	A equação de propagação	88
4.2.2	Soluções analíticas	89
4.2.3	Resultados com base na teoria das perturbações	93
4.2.4	Simulação da propagação de impulsos	98
4.3	Propagação com filtragem e amplificação linear e não-linear com sa- turação do ganho	110
4.3.1	A equação de propagação	110
4.3.2	Soluções analíticas	111
4.3.3	Resultados com base na teoria das perturbações	113
4.3.4	Simulação da propagação de impulsos	118
4.4	Conclusão	122
5	Interacção entre Solitões	125
5.1	Introdução	125
5.2	Interacção sem perturbações externas	126
5.2.1	Teoria das perturbações	126
5.2.2	Solitões com amplitudes iguais e em fase	130
5.2.3	Solitões com iguais amplitudes e desfasados	131
5.2.4	Solitões com amplitudes distintas e em fase	133

5.3	Técnicas de controlo da interacção	136
5.3.1	Interacção na presença de filtros fixos e amplificação linear . . .	136
5.3.2	Interacção na presença de filtros de frequência deslizante e amplificação linear	141
5.3.3	Interacção na presença de filtros fixos e amplificação linear e não-linear	147
5.4	As soluções multi-soliton: estados ligados	152
5.4.1	Solitões em fase e em oposição de fase	153
5.4.2	Solitões com fase relativa arbitrária	157
5.5	Conclusão	174
6	Propagação de Impulsos Ultra-Curtos	175
6.1	Introdução	175
6.2	O Efeito de Raman Intra-Pulso	176
6.3	Técnicas de Controlo do Efeito de Raman Intra-pulso	179
6.3.1	A equação de propagação	179
6.3.2	Resultados da Teoria das Perturbações	180
6.3.3	Filtragem e Amplificação Linear	184
6.3.4	Filtragem, Amplificação Linear e Amplificação Não-Linear . . .	186
6.3.5	Filtragem, Amplificação Linear e Amplificação Não-Linear com Saturação	193
6.4	Propagação de Impulsos de Amplitude Elevada	196
6.5	Conclusão	200
7	Conclusões e Perspectivas de Trabalho Futuro	203
A	Equação de Propagação	209
A.1	Dedução da NLSE	209
A.2	A NLSE na presença do Efeito de Raman Intra-Pulso	220
B	Métodos Numéricos	223
B.1	Método de Runge-Kutta-Fehlberg	223
B.2	Integração pelo esquema de <i>Split-Step de Fourier</i>	225
C	Tipos de Amplificação	231
C.1	Introdução	231
C.2	Amplificação Localizada ou Discreta	233

C.3 Amplificação Distribuída	235
Bibliografia	239

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros A, B, D, δ e Λ , calculados a partir das equações (3.38-3.41) para $\beta = 0.15$, $C = 0.1961$. Λ representa o período da oscilação.	58
3.2	Parâmetros calculados a partir das equações (3.38-3.40) para $\beta = 0.2$ e $\beta = 0.3$, para o caso de uma amplitude unitária.	60
3.3	Valores dos parâmetros, calculados a partir das equações (3.69) e (3.70), usados na construção dos espaços de fases.	71
4.1	Valores para o inverso da largura, B, trinado, C, e, excesso de ganho linear, δ , calculados a partir das equações (4.6- 4.9) para uma amplitude unitária ($A=1$), para $\beta = 0.15$ e 0.2 , respectivamente. Consideraram-se diversos valores do coeficiente do ganho -não linear, ε	99
6.1	Valores do parâmetro de Raman, $\tau_{\mathbf{R}}$, obtidos para impulsos com larguras distintas. $T_R = 3 fs$	177

Lista de Figuras

2.1	Perfis finais, a cheio, de dois impulsos, sendo um gaussiano, em a) e outro uma secante hiperbólica, em b), após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = 3 L_D$. Os perfis iniciais encontram-se representados a tracejado.	15
2.2	a) Fase e b) trinado induzidos sobre um impulso secante hiperbólica, devidos aos efeitos da dispersão de 2ª ordem, após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = 0.5 L_D$	16
2.3	Perfis finais, a cheio, de dois impulsos super-gaussianos, para m=2 em a), e m=4 em b), após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = 3 L_D$. Os perfis iniciais encontram-se representados a tracejado. . .	16
2.4	Factor de alargamento, T_i/T_o , em função da distância percorrida, para os impulsos considerados nas figuras anteriores, gaussiano (G), secante hiperbólica (S), e super gaussianos (SG) (para m=2 e m=4).	18
2.5	Factor de alargamento, $\frac{T_i}{T_o}$, em função da distância percorrida, para os diversos tipos de impulsos considerados anteriormente: gaussiano (G), secante hiperbólica (S), e super gaussianos (SG) (para m=2 e m=4) para a) $C = 3$ e b) $C = -3$. Considerou-se $\beta_2 < 0$	20
2.6	Variação temporal da fase e trinado induzidos pela auto-modulação da fase, para impulsos Gaussiano (m=1), Super-Gaussianos (m=2, m=4), após a propagação dos mesmos ao longo de uma distância $Z = L = L_{NL}$	23
2.7	Variação temporal da fase, em a), e do trinado, em b), induzidos sobre um impulso secante hiperbólica, pela auto-modulação da fase, após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = L = 0.5 L_{NL}$	23
2.8	Alargamento espectral de um impulso Gaussiano, sem trinado inicial, devido à auto-modulação da fase, após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = L = 11 L_{NL}$. (A frequência foi normalizada pela largura T_o).	24

- 2.9 Alargamento espectral de impulsos secante hiperbólica, e Super-Gaussianos ($m=2$ e $m=4$), sem trinado inicial, devido à auto-modulação da fase, após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = L = 11 L_{NL}$. Estes resultados foram obtidos por resolução numérica da NLSE. (A frequência foi normalizada pela largura T_o) 25
- 2.10 Evolução espectral de impulsos Gaussianos inicialmente trinados, a) positivamente e b) negativamente, sob os efeitos da auto-modulação da fase. Os valores indicados referem-se à frequência angular. (A frequência foi normalizada pela largura T_o). 26
- 2.11 Alargamento espectral de dois impulsos secante hiperbólica, inicialmente trinados, a) positivamente e b) negativamente sob os efeitos da auto-modulação da fase. (A frequência foi normalizada pela largura T_o) . . . 27
- 2.12 Alargamento espectral de impulsos Super Gaussianos para $m=2$ e $m=4$, respectivamente, inicialmente trinados, a) e c) positivamente e, b) e d) negativamente, sob os efeitos da auto-modulação da fase. (A frequência foi normalizada pela largura T_o). 28
- 2.13 Propagação de um impulso sujeito aos efeitos da dispersão e da não-linearidade, respectivamente. (Adaptado da referência Yariv (1997)). . . 30
- 2.14 Perfis finais, a cheio, de uma modulação de uma onda contínua, após a sua propagação ao longo de 1.27 distâncias normalizadas em a), e de 1.74 distâncias normalizadas em b), respectivamente. Os perfis iniciais encontram-se representados a tracejado. $A_M = 0.8$ e $t_M = 12$ 33
- 2.15 a) Solução numérica obtida para uma condição inicial da forma $u = N \operatorname{sech}(t)$, para $N = 1$. Esta solução corresponde ao solitão fundamental. b) Evolução de um impulso rectangular para o solitão fundamental. A amplitude e a largura do impulso inicial são 0.7625 e 4. 34
- 2.16 Colisão de dois solitões com amplitudes iguais e diferença de fase nula. Estes resultados foram obtidos por resolução numérica da equação NLSE, com uma condição inicial construída a partir da solução analítica. A condição inicial foi construída a partir das equações (2.40) e (2.41) para $z=-60$ 36
- 2.17 a) A solução dois-solitões, para $\eta_1 = 0.5$ e $\eta_2 = 0.54$. Estes resultados foram obtidos por resolução numérica da NLSE, com uma condição inicial construída a partir da solução analítica. b) Evolução de um impulso rectangular, com uma largura inicial de 10 e uma amplitude inicial de 0.7. 37

2.18	Soluções numéricas obtidas para uma condição inicial da forma $\psi = N \operatorname{sech}(t)$, para $N = 2$ e $N = 3$. Para $N=2$ corresponde à solução encontrada por Satsuma e Yajima (1974).	38
2.19	Evolução da amplitude de um impulso $\operatorname{sech}(t)$ sujeito a perdas de energia durante a sua propagação. Considerou-se $\Gamma = 0.1$	40
3.1	Espaço de fases correspondente a $\beta = 3\delta$, para $\beta = 0.15$	54
3.2	Propagação de um impulso $\operatorname{sech}(t)$ para os valores a) $\beta = 0.15$ e $\delta = \beta/3 = 0.05$ e b) $\beta = 0.1$, $\beta = 0.15$, $\beta = 0.2$ e $\delta = 0.05$	56
3.3	Propagação de diversos impulsos para $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.05$ sobre 55 distâncias normalizadas. Consideraram-se os seguintes impulsos: SH-secante hiperbólica, G-gaussiano e SG2-SG4 super-gaussianos para $m = 2$ e $m = 4$	57
3.4	Perfis iniciais dos impulsos, construídos a partir da expressão $A \operatorname{sech}(Bt)$, para $\beta = 0.15$, para os diversos valores de pico da amplitude indicados.	58
3.5	Evolução a) da amplitude ($T=0$) e b) da energia para diversos impulsos, em função da distância percorrida Z , para $\beta = 0.15$. Os valores numéricos indicam o valor de pico da amplitude e da duração, no início da propagação.	59
3.6	Evolução da a) amplitude ($t=0$) e da b) energia para três impulsos distintos. $\beta = 0.2$ e $\delta = 0.0634$	60
3.7	Evolução a) da amplitude ($t=0$) e b) da energia para três impulsos distintos. $\beta = 0.3$ e $\delta = 0.0900$	61
3.8	Espectro (para $z=50$) de um impulso, inicialmente gerado por $0.7 \operatorname{sech}(t)$. A curva A refere-se apenas ao deslizamento e a curva B refere-se a deslizamento com filtragem e ganho linear. Os valores dos parâmetros considerados $\alpha_0 = -0.02$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.035$	66
3.9	Espaços de fases correspondentes a $\alpha_0 = 0.075$, $\beta = 0.3$ e, em a) $\beta_3 = 0$ em b) $\beta_3 = 0.15$, para deslizamento para frequências inferiores.	71
3.10	Espaço de fases correspondentes a $\alpha_0 = -0.075$, $\beta = 0.3$ e, em a) $\beta_3 = 0$ em b) $\beta_3 = 0.15$, para deslizamento para frequências superiores.	72
3.11	Factor de redução, f_r , da variância do jitter temporal, em função da distância de propagação para $\beta_3 = 0$, $\beta = 0.1$ e $\alpha_0 = 0$ (curva a), $\alpha_0 = 0.03$ (curva b), $\alpha_0 = 0.04$ (curva c) e, $\alpha_0 = 0.05$ (curva d). (Ferreira et al, 2001 a)	75

- 3.12 Factor de redução f_r da variância do jitter em função da distância de propagação para a) $\beta = 0.1$ e b) $\beta = 0.3$ considerando-se o deslizamento à taxa $\alpha_0 = \pm\beta/2$ e $\beta_3 = 0$ (curvas a tracejado) e $\beta_3 = \beta/2$ (curvas a cheio). As curvas a tracejado-pontilhado correspondem a $\beta_3 = 0$ e $\alpha_0 = 0$. (Ferreira *et al*, 2001 a) 76
- 3.13 a) Valor de pico da amplitude em função da distância. b) Perfis finais correspondente a um deslizamento para frequências inferiores. Os valores considerados para os parâmetros foram $\beta = 0.3$, $\beta_3 = 0.0$, $\alpha_0 = 0.075$, tendo δ tomado os seguintes valores: 0.08, 0.10, 0.111, e 0.14. Em b) a cada coordenada temporal deve somar-se o factor $\alpha_0 z^2/2$, tomando neste caso o valor 375. 77
- 3.14 a) Valor de pico da amplitude e b) evolução da energia, em função da distância, para $\alpha_0 = 0.075$, $\beta = 0.3$ e $\beta_3 = 0.15$, correspondente a deslizamento para frequências inferiores. Os valores do parâmetro do excesso de ganho, δ , encontram-se indicados nas figuras. 79
- 3.15 Perfis dos impulsos, após a propagação sobre 100 distâncias normalizadas, para $\alpha_0 = 0.075$, $\beta = 0.3$ e $\beta_3 = 0.15$. Os valores de δ encontram-se indicados na figura. 79
- 3.16 a) Valor de pico da amplitude em função da distância. b) Perfis finais correspondente a um deslizamento para frequências superiores. Os valores considerados para os parâmetros foram $\beta = 0.3$, $\beta_3 = 0.0$, $\alpha_0 = -0.075$, tendo δ tomado os seguintes valores: 0.08, 0.10, 0.111, e 0.14. Em b) a cada coordenada temporal deve somar-se o factor $\alpha_0 z^2/2$, tomando neste caso o valor -375. 80
- 3.17 a) Valor de pico da amplitude e b) da energia, em função da distância, correspondente a um deslizamento para frequências superiores. Os valores considerados para os parâmetros foram $\alpha_0 = -0.075$, $\beta = 0.3$, $\beta_3 = 0.15$, encontrando-se os valores do excesso de ganho, δ , indicados nas figuras. 81
- 3.18 Perfis dos impulsos, após a propagação sobre 100 distâncias, para $\alpha_0 = -0.075$, $\beta = 0.3$ e $\beta_3 = 0.15$. Os valores de δ encontram-se indicados na figura. 82

3.19	a) Valor de pico da amplitude em função da distância, para $\alpha_0 = 0.2$, $\beta = 0.8$ e $\beta_3 = 0.4$, e $\alpha_0 = 0.01$, $\beta = 0.5$ e $\beta_3 = 0.25$ correspondente a deslizamento para frequências inferiores. b) Isolinhas da amplitude, observando-se a formação de um trem de solitões, para $\alpha_0 = 0.01$	83
4.1	Plano (β, ε) . Sobre a curva S, dada pela equação (4.10), as soluções de amplitude fixa tornam-se singulares e existem soluções especiais, as de amplitude arbitrária. A linha $\varepsilon = 2\beta$ representa a região de existência da solução sem trinado.	91
4.2	Espaço de fases obtido para $\beta = 0.15$, a) $\varepsilon = 0.03$ e b) $\varepsilon = 0.07$. Os valores de excesso de ganho linear correspondentes foram obtidos pela relação $3\delta = \beta - 2\varepsilon$	95
4.3	Evolução da amplitude em função da distância, para impulsos cujas amplitudes iniciais são $\eta_o = 0.7$ e $\eta_o = 1.3$, respectivamente. Os valores considerados para K foram 0.5, 0.875 e 0.95, para $\beta = 0.1$. As curvas a tracejado foram obtidas por resolução da equação (4.30) e as curvas a cheio indicam os resultados numéricos para uma condição inicial do tipo $\eta_o \text{sech}(\eta_o t)$, obtidos a partir da equação (4.1).	96
4.4	Evolução da a) amplitude, b) largura, c) produto amplitude-largura e d) parâmetro do trinado em função de K	97
4.5	Evolução da a) intensidade ($t=0$) e da b) energia para $\beta = 0.15$ e, para diversos valores de ganho não-linear. Os restantes parâmetros estão indicados na tabela 4.1.	99
4.6	Evolução da a) intensidade ($t=0$) e da b) energia para $\beta = 0.2$ e, para diversos valores de ganho não-linear. Os restantes parâmetros estão indicados na tabela 4.1.	100
4.7	Evolução da a) intensidade ($t=0$), da b) energia e da c) FWHM para vários impulsos do tipo $\text{sech}(Bt)$ com valores distintos do inverso da largura, B , para $\beta = 0.2$. A FWHM foi normalizada pelo seu valor inicial, correspondente a cada impulso considerado.	101
4.8	Evolução da a) amplitude ($t=0$) e da b) energia para diversos impulsos do tipo $A \text{sech}(t)$ e diferentes valores de A (amplitude) para $\beta = 0.2$. Os valores de A encontram-se indicados na figura.	103
4.9	Evolução da a) amplitude ($t=0$) e da b) energia para diversos impulsos do tipo $\eta \text{sech}(\eta t)$ e para $\beta = 0.2$. Os valores de η encontram-se indicados na figura.	103

- 4.10 a) Perfis iniciais dos impulsos, construídos a partir da expressão $0.5 \operatorname{sech}(Bt)$.
 b) Evolução da amplitude para $B = 0.3$. Evolução da c) amplitude
 ($t=0$) e da d) energia para os diversos impulsos representados em a).
 Considerou-se $\beta = 0.2$, e os valores de B encontram-se indicados sobre
 as curvas. 104
- 4.11 Evolução da amplitude de quatro impulsos rectangulares, com amplitu-
 des iniciais a) 0.7 , b) 1.0, c) 1.1 e d) 1.2 para $\beta = 0.2$ 106
- 4.12 Propagação estável de solitões de amplitude arbitrária para $\beta = 0.2$,
 $\delta = 0$ e $\varepsilon = \varepsilon_s$. As amplitudes são 2, 1.5, 1. e 0.5, respectivamente. A
 condição inicial foi do tipo $\eta \operatorname{sech}(\eta t)$, para cada impulso. 107
- 4.13 Evolução da intensidade, em a), da energia, em b), e da FWHM, em c).
 Perfis inicial e final, em d). Considerou-se $\beta = 0.15$ e $\varepsilon = 0.0725625 \approx \varepsilon_s$.
 Os valores de B encontram-se indicados sobre as curvas. 108
- 4.14 Amplitude da solução aproximada (curvas a cheio) e da solução numérica
 (curvas a tracejado), para $\beta = 0.3$ $\delta = -0.01$ e $\mu = -0.03$, respectiva-
 mente. Os valores de ε encontram-se indicados sobre as respectivas curvas. 117
- 4.15 Espaço de fases obtido para $\beta = 0.15$, $\delta = -0.01$, e, a) $\varepsilon = 0.2$, $\mu =$
 -0.1375 e, b) $\varepsilon = 0.4$ e $\mu = -0.3875$. Os valores dos parâmetros foram
 obtidos de modo a satisfazerem a equação 4.49 para uma amplitude
 unitária. 118
- 4.16 a) Evolução da amplitude com a distância de propagação ($t=0$) para
 $\beta = 0.15$, $\delta = -0.01$ e, A- (curva a tracejado) $\varepsilon = 0.2$, $\mu = -0.1375$ e,
 B - (curva a cheio), $\varepsilon = 0.4$ e $\mu = -0.3875$. b) Perfis finais, para ambos
 os casos considerados em a). 119
- 4.17 Propagação estável de um solitão de topo achatado para $\beta = 0.5$, $\delta =$
 -0.1 , $\varepsilon = 0.66$, $\mu = \nu = -0.01$. A condição inicial foi do tipo $\operatorname{sech}(t)$. . 120
- 4.18 a) Perfis dos impulsos simples ($\varepsilon = 1.5$), compostos estreito ($\varepsilon = 2.0$)
 e largo ($\varepsilon = 2.15$), respectivamente. b) Espectro dos impulsos apre-
 sentados em a). Os valores dos parâmetros foram, respectivamente,
 $\delta = -0.01$, $\beta = 0.5$ e $\mu = -0.03$, para além dos valores referidos. c)
 Propagação do impulso composto largo ao longo de 100 distâncias nor-
 malizadas. 121
- 4.19 a) Evolução da amplitude e b) espectro ($Z=10$), de uma estrutura em
 expansão. Os parâmetros considerados foram, $\varepsilon = 2.183$, $\delta = -0.01$,
 $\beta = 0.5$ e $\mu = -0.03$, respectivamente. 122

5.1	a) Separação entre dois impulsos, Δt , em função da distância normalizada, z , para impulsos inicialmente em fase e com amplitudes iguais para várias separações iniciais. b) Isolinhas da amplitude ilustrando a evolução de dois impulsos separados inicialmente de $t_o = 7$ obtidas numericamente.	131
5.2	a) Separação entre dois impulsos, Δt , em função da distância normalizada, z , para impulsos com iguais amplitudes e fases iniciais distintas, para a) $t_o = 10$ e b) $t_o = 7$. Estes resultados foram obtidos a partir do sistema de equações (5.20- 5.25).	132
5.3	Isolinhas da amplitude ilustrando a evolução de dois impulsos espaçados inicialmente de $t_o = 7$, e com uma diferença de fase inicial de a) $\Delta\phi = \pi/16$ e de b) $\Delta\phi = \pi/2$, resultados obtidos por resolução numérica da NLSE.	133
5.4	a) Separação entre impulsos, Δt , em função da distância, para impulsos com amplitudes iniciais distintas e $t_o = 7$; b) evolução da diferença de fase com a distância, para os casos considerados em a). Os valores de $\Delta\mathcal{A}_o$ considerados, encontram-se indicados nas figuras.	135
5.5	a) Propagação de dois impulsos em fase, com amplitudes iniciais distintas e $t_o = 7$. Em a) $\Delta A_o = 0.01$, e em b) $\Delta A_o = 0.1$	135
5.6	Separação entre impulsos, Δt , em função da distância z , para solitões com iguais amplitudes e valores distintos de β , em a), e valores distintos da fase inicial, $\Delta\phi$, para $\beta = 0.3$, em b). Considerou-se $\beta = 3\delta$ e $t_o = 7$	137
5.7	a) Separação entre impulsos, Δt , em função da distância z , para solitões com amplitudes iniciais distintas. b) Evolução da fase em função da distância z . Considerou-se $\beta = 3\delta$, $\delta = 0.1$ e $t_o = 7$. Os valores de $\Delta\mathcal{A}_o$ considerados, encontram-se indicados nas figuras.	138
5.8	Propagação de dois impulsos, na presença de ganho linear e filtragem. Para $\beta = 0.3$ e $\delta = 0.1$, em a), e para $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.05$, em b). Em ambos os casos consideraram-se impulsos do tipo $sech(t)$, espaçados entre si de $t_o = 7$, e em fase.	139
5.9	Propagação de dois impulsos, na presença de ganho linear e filtragem, em a) $\beta = 0.3$ e $\delta = 0.1$ e em b) $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.05$. Em ambos os casos consideraram-se impulsos do tipo $sech(t)$, espaçados entre si de $t_o = 7$, e desfasados de π	140

- 5.10 Separação entre impulsos, Δt , em função da distância z , para $\alpha_o = -0.075$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.071$. Os valores de Δt_o considerados, encontram-se indicados nas figuras. 142
- 5.11 a) Separação entre impulsos, Δt , e b) diferença de fase, $\Delta\phi$ em função da distância z , para $\alpha_o = -0.05$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.059$. Os valores de Δt_o considerados, encontram-se indicados nas figuras. 143
- 5.12 Simulações obtidas para os valores indicados nas figuras. O espaçamento inicial foi de $t_o = 5$ 143
- 5.13 a) Separação entre impulsos, Δt e b) fase relativa, $\Delta\phi$ em função da distância z . Considerou-se $\alpha_o = -0.075$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.111$. Os valores de Δt_o considerados, encontram-se indicados nas figuras. 144
- 5.14 Separação entre impulsos, Δt em função da distância z , para impulsos, em a) inicialmente desfasados e em b) com amplitudes iniciais distintas. Os parâmetros considerados foram $\alpha_o = -0.075$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.111$. Nas figuras estão indicados os valores considerados inicialmente, em a) para $\Delta\phi_o$, e em b) para $\Delta\mathcal{A}_o$ 144
- 5.15 Simulações obtidas para os valores indicados nas figuras. O espaçamento inicial foi de $t_o = 5$ 145
- 5.16 Simulações obtidas para os valores indicados nas figuras. O espaçamento inicial foi de $t_o = 5$ 146
- 5.17 Evolução de Δt em função da distância z , para impulsos a) com iguais amplitudes e em fase, b) com iguais amplitudes iniciais e desfazados, e em c) com amplitudes iniciais distintas e em fase. Os valores dos parâmetros são $\beta = 0.15$, $\varepsilon = 0.07$ e $\delta = 0.00173$, respectivamente. Nas figuras estão indicados os valores considerados inicialmente, em a) para Δt , em b) para $\Delta\phi_o$, e em c) para $\Delta\mathcal{A}_o$ 149
- 5.18 Simulações obtidas para dois impulsos, do tipo $\text{sech}(t)$, espaçados inicialmente de $t_o = 7$, a) com iguais amplitudes e em fase, b) com amplitudes iniciais distintas e em fase, e c) e d) com iguais amplitudes iniciais e desfazados. Os valores dos parâmetros são, $\beta = 0.15$, $\varepsilon = 0.07$ e $\delta = 0.00173$. 151

- 5.19 Isolinhas correspondentes à propagação de dois solitões de amplitude arbitrária. Estando representadas em a) impulsos em fase e de iguais amplitudes, em b) impulsos com amplitudes distintas e em fase e em c) impulsos com iguais amplitudes e desfasados de $\pi/2$, respectivamente. Considerou-se um espaçamento inicial $t_o = 7$. Os valores dos parâmetros foram os seguintes: $\beta = 0.15$, $\delta = 0$, e $\varepsilon = 0.0720245$ 152
- 5.20 Separação entre dois impulsos, Δt , em função da distância percorrida, para impulsos inicialmente em fase a) e oposição de fase b), respectivamente. Considerou-se $\beta = 1.0$, $K = 0.5$, $\delta = -0.166(6)$, $\varepsilon = 1$ e $\mu = -0.3125$ 154
- 5.21 Separação entre dois impulsos, Δt , em função da distância percorrida, para impulsos inicialmente em fase em a) e c), e inicialmente em oposição de fase em b) e d), para $K_2 = 0.4$ e para $K_2 = 0.3$, respectivamente. Considerou-se $\beta = 1.0$. Os restantes parâmetros foram obtidos pela relação (5.54). 155
- 5.22 Separação entre dois impulsos, Δt , em função da distância percorrida, para $K = 0.5$, a) inicialmente em fase e b) com um desfasamento inicial de π , para $\beta = 0.75$, $\delta = -0.125$, $\varepsilon = 0.75$ e $\mu = 0.234375$ e, c) inicialmente em fase e d) com um desfasamento inicial de π , para $\beta = 0.5$, $\delta = -0.0833(3)$, $\varepsilon = 0.5$ e $\mu = 0.15625$ 156
- 5.23 Plano de interacção em que $Y = \Delta t \sin \Delta \phi$ v.s. $X = \Delta t \cos \Delta \phi$. As trajectórias mostram a evolução de dois impulsos simples. P_1 , P_2 são estados ligados estáveis, com uma diferença de fase entre os dois solitões de $\pm \pi/2$. P_3 , P_4 , são pontos singulares, para os quais a diferença de fase relativa é de zero ou $\pm \pi$, respectivamente. Na região central a separação tende a decrescer e os impulsos acabam por fundir. Os parâmetros considerados nesta simulação foram, $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 1.5$, $\mu = -0.03$ 158
- 5.24 Propagação estável da solução dois solitões, para impulsos simples. Considerou-se $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 1.5$, $\mu = -0.03$ e $\nu = 0$ 160
- 5.25 Propagação estável da solução dois solitões, correspondente a impulsos simples. a) Perfis inicial (a tracejado) e final (a cheio). b) Perfil da fase. c) Espectro. Os valores dos parâmetros são $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 1.5$, $\mu = -0.03$, respectivamente. 161

- 5.26 a) e c) Isolinhas, e b) e d) perfis inicial, (curvas a tracejado), e final, (curvas a cheio), da fase correspondentes à propagação das soluções estacionárias quatro e cinco solitões, respectivamente. 163
- 5.27 a) e c) Isolinhas, e b) e d) perfis inicial, (curvas a tracejado), e final, (curvas a cheio), da fase correspondentes à propagação da combinação de dois estados ligados, de dois solitões cada. 164
- 5.28 a) e c) Isolinhas, e b) e d) perfis inicial, (curvas a tracejado), e final, (curvas a cheio), da fase correspondentes à propagação da combinação de dois estados ligados, possuindo o trem resultante cinco impulsos. . . 166
- 5.29 Colisão entre dois estados ligados em a) de dois solitões cada e em b) de dois e três impulsos, respectivamente. 167
- 5.30 a) Isolinhas e b) perfil da fase inicial (curva a cheio) e da fase final (curva a tracejado) para um trem de oito solitões, com uma perturbação da fase inicial, para 6000 distâncias normalizadas. 168
- 5.31 Plano de interacção em que $Y = \Delta t \sin \Delta \phi$ v.s. $X = \Delta t \cos \Delta \phi$. As trajectórias mostram a evolução de dois impulsos compostos. P_1, P_2 são estados ligados estáveis, com uma diferença de fase entre os dois solitões de $\pm \pi/2$. P_4, P_3, P_5 são pontos singulares, para os quais a diferença de fase relativa entre os dois solitões de zero ou $\pm \pi$, respectivamente. Na região central a separação tende a decrescer e os impulsos acabam por fundir. Os parâmetros considerados nesta simulação foram, $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 2.0$, $\mu = -0.03$ e $\nu = 0$ 169
- 5.32 Propagação estável da solução dois solitões, para impulsos compostos. Considerou-se $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 2.0$, $\mu = -0.03$ e $\nu = 0$, respectivamente. 170
- 5.33 Propagação estável da solução dois solitões, correspondente a impulsos compostos. a) Perfis inicial (a tracejado) e final (a cheio). b) Perfil da fase. c) Espectro. Os valores dos parâmetros são $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 2.0$, $\mu = -0.03$, respectivamente. 171
- 5.34 Propagação estável da solução sete solitões compostos. 172
- 5.35 Propagação estável da solução sete solitões compostos. Estão representados em a) os perfis inicial e final, em b) o perfil da fase final, em c) isolinhas da amplitude, e em d) o espectro final. 172

5.36	a) Isolinhas e b) perfil da fase inicial (curva a cheio) e da fase final (curva a tracejado) para um trem de oito solitões, com uma perturbação da fase inicial, para 6000 distâncias normalizadas.	173
6.1	a) Evolução da amplitude e b) isolinhas do espectro de um impulso secante hiperbólica, que se propaga sujeito ao efeito de Raman intra-pulso, para $\tau_R = 0.01$	178
6.2	a) Variação da velocidade induzida pelo efeito de Raman intra-pulso. b) Evolução espectral correspondente a a). A condição inicial foi do tipo $N \operatorname{sech}(t)$, para $N = 2$ e $\tau_R = 0.01$	179
6.3	a) Amplitude e b) Frequência em função do ganho não-linear. Os parâmetros considerados foram, $\beta = 0.1$, $\delta = -0.0025$ e $\tau_R = 0.025$. Os valores de μ encontram-se indicados sobre as respectivas curvas.	182
6.4	Espaço de fases para os seguintes valores dos parâmetros $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = 0.0343$, e $\varepsilon = \mu = 0$	185
6.5	Isolinhas, em a) de amplitude e em b) do espectro para os seguintes valores dos parâmetros $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = 0.0343$, e $\varepsilon = \mu = 0$, para 200 distâncias normalizadas.	186
6.6	Espaço de fases para os seguintes valores dos parâmetros: $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.025$, $\delta = 0.0025$, $\varepsilon = 0.01475$, e $\mu = 0$	187
6.7	Isolinhas, a) da amplitude e b) do espectro, correspondentes à propagação de um impulso <i>secante hiperbólica</i> ao longo de 200 distâncias normalizadas. c) Perfis inicial e final. Os valores dos parâmetros considerados são $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = 0.0025$, $\varepsilon = 0.01475$, e $\mu = 0$	188
6.8	Espaço de fases para os seguintes valores dos parâmetros: $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$ e $\delta = -0.0025$, $\varepsilon = 0.0553$, e $\mu = 0$	189
6.9	Isolinhas, a) da amplitude e b) do espectro, correspondentes à propagação de um impulso <i>secante hiperbólica</i> ao longo de 400 distâncias normalizadas. c) Perfis inicial e final. Os valores dos parâmetros considerados são $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = -0.0025$, $\varepsilon = 0.0553$, e $\mu = 0$. A condição inicial considerada foi <i>sech t</i>	191
6.10	Isolinhas, a) da amplitude e b) do espectro, correspondentes à propagação de um impulso <i>secante hiperbólica</i> ao longo de 180 distâncias normalizadas. c) Perfis inicial e final. Os valores dos parâmetros considerados são $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = -0.0025$, $\varepsilon = 0.0553$, e $\mu = 0$. A condição inicial considerada foi <i>1.6 sech (1.6 t)</i>	192

6.11	Espaço de fases para $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = 0.01$ e $\varepsilon = 0.05$ $\mu = -0.0169$	193
6.12	a) Isolinhas correspondentes à propagação de um impulso <i>secante hiperbólica</i> . b) Perfis inicial e final (Z final = 200 distâncias normalizadas). Os parâmetros considerados foram $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$ e $\delta = 0.01$, $\varepsilon = 0.05$ e $\mu = -0.0169$	194
6.13	Espaço de fases para $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$ e $\delta = -0.0025$, $\varepsilon = 0.06$ e $\mu = -0.006$	195
6.14	a) Isolinhas da amplitude. b) Isolinhas do espectro. c) Perfis inicial (esquerda) e final (direita). Os valores dos parâmetros considerados foram $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$ e $\delta = -0.0025$, $\varepsilon = 0.06$ e $\mu = -0.006$	196
6.15	Propagação de um impulso simples. a) Perfil final após a propagação ao longo de 50 distâncias normalizadas. b) Evolução espectral do impulso. c) Isolinhas da amplitude. Os valores dos parâmetros são $\beta = 0.5$ e $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 1.5$, $\mu = -0.03$ e $\tau_R = 0.01$	197
6.16	Propagação de um impulso composto. a) Perfil final após a propagação ao longo de 50 distâncias normalizadas. b) Evolução espectral do impulso. c) Isolinhas da amplitude. Os valores dos parâmetros são $\beta = 0.5$ e $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 2.0$, $\mu = -0.03$ e $\tau_R = 0.01$	198
6.17	a) Evolução da amplitude e da b) frequência em função do ganho não-linear, para diversos valores de τ_R . Os valores dos parâmetros considerados estão indicados na figura a).	199
B.1	Representação esquemática do domínio de integração da ENLS. O método de integração é o <i>the symmetrized split-step Fourier</i> . A fibra foi dividida em pequenos segmentos de largura h . Em cada segmento o efeito da não-linearidade faz-se sentir no plano médio, representado pela linha a tracejado. (Adaptado de Newell e Moloney (1992)).	228
C.1	Esquemas de amplificação a) discreta ou localizada e b) distribuída, para compensação das perdas de energia, respectivamente.	232
C.2	Variação da energia do solitão por bombagem (linha a cheio) à rectangular, e (linha a tracejado) bidireccional, com $L_A = 50$ km. A linha a pontilhado representa o caso da inserção periódica dos amplificadores. (Adaptado de Agrawal (2001 b)).	237

Lista de Símbolos

A	amplitude da envolvente do impulso
A	função dos parâmetros do sistema
\mathcal{A}	amplitude média de dois solitões vizinhos
A_M	amplitude de modulação
a	raio do núcleo
A_{ef}	área efectiva do núcleo
α	coeficiente de atenuação
α_2	coeficiente de absorção de dois fótons
α_{dB}	coeficiente de atenuação em decibel
α_0	coeficiente de deslizamento normalizado

B	débito binário
B	parâmetro de η e de κ
\mathcal{B}	frequência média de dois solitões vizinhos
\vec{B}	indução magnética
BW	largura de banda do filtro
β_2	dispersão da velocidade de grupo
β_j	parâmetro de dispersão de ordem j
β	parâmetro de filtragem

c	velocidade da luz no vácuo
C	função dos parâmetros do sistema
\mathbf{C}	parâmetro do trinado
χ	função dos parâmetros do sistema
$\chi^{(j)}$	tensor susceptibilidade de ordem $j + 1$

D	parâmetro de η e de κ
\mathcal{D}	Parâmetro de dispersão
D	função dos parâmetros do sistema
\vec{D}	deslocamento eléctrico
δ	parâmetro do excesso de ganho
$\Delta\mathcal{A}$	diferença entre amplitudes de solitões vizinhos
$\Delta\mathcal{B}$	diferença entre frequências de solitões vizinhos
$\Delta\phi$	diferença de fase entre solitões
δk_i	desvio em frequência devido ao i -ésimo amplificador
Δk	perturbação do
$\Delta\delta$	diferença de fase entre dois solitões vizinhos
ΔM	perturbação externa
ΔN	perturbação externa
ΔQ	perturbação externa
ΔS	perturbação externa
$\delta\omega$	trinado
$\Delta\omega$	largura espectral
Δn	perturbação do índice de refracção
δt	desvio da posição
Δt	separação entre solitões vizinhos
$\delta(\tau)$	função delta de Dirac
\vec{E}	campo eléctrico
E	função dos parâmetros do sistema
ϵ	função pêso da perturbação
ϵ_o'	permitividade eléctrica no vácuo
ϵ_{NL}'	contribuição não-linear da constante dieléctrica
η	amplitude
ε	parâmetro de ganho não-linear de 2 ^a ordem
ε_S	parâmetro de ganho não-linear sobre a curva S

f	função dos parâmetros do sistema
f_i	fracção da largura da janela de bit
f_r	factor de redução da variância do jitter
F	função de distribuição modal
F	função dos parâmetros do sistema
F'	factor devido ao deslizamento
F_G	função do ganho médio normalizado
ϕ	fase
ϕ_o	fase inicial

g	ganho médio
g_o	ganho não-saturado
G	ganho médio normalizado
γ	parâmetro de não-linearidade
γ_1	constante de amortecimento
γ_2	constante de amortecimento
Γ	parâmetro de atenuação normalizado

\vec{H}	campo magnético
H	função dos parâmetros do sistema
$\vec{H} \vec{E}_{11}$	modo fundamental

\vec{J}	densidade de corrente
J_o	função de Bessel de ordem zero

k_o	número de onda
k	constante de propagação
κ	desvio em frequência
K	parâmetro que caracteriza a contribuição do ganho não-linear

L	distância
L_A	distância entre amplificadores consecutivos
L_D	distância característica da dispersão
L_{NL}	distância característica da não-linearidade
λ	comprimento de onda
λ_j	valor próprio
λ_{ZD}	comprimento de onda de dispersão nula
Λ	período da oscilação
\vec{M}	polarização magnética
μ	ganho não-linear de 4ª ordem
μ_o'	permeabilidade magnética
n	índice de refração
n_2	índice de refração não-linear
$n(z, t)$	ruído
n_t	função de ruído
n_a	função de ruído
n_λ	função de ruído
n_{sp}	factor de emissão espontânea
N	ordem do solitão
N_1	população do estado fundamental
N_2	população do estado excitado
N_s	número de fótons contido no solitão fundamental
ν	parâmetro de correcção de ordem elevada ao índice de refração
ω	frequência
ω_o	frequência central
ω_f	frequência central do filtro de frequência deslizante

\vec{P}	polarização eléctrica
\vec{P}_L	polarização linear
\vec{P}_{NL}	polarização não-linear
P_o	potência de pico
P_T	potência

ρ_f	densidade de carga
ρ	distância radial

σ^2_η	variância da amplitude
σ^2_ϕ	variância da fase
σ^2_{GH}	variância de Gordon Haus
σ^2_k	variância da frequência
σ^2_t	variância da posição

t	tempo normalizado num referencial à velocidade de grupo
t_M	período de modulação
t_o	posição inicial
T	tempo num referencial à velocidade de grupo
T_{FWHM}	largura a meia altura
T_o	largura
T_l	função da largura
T_R	parâmetro de Raman
τ_R	parâmetro de Raman normalizado
τ	tempo

U	amplitude normalizada pela potência de pico
u	amplitude normalizada

v_g	velocidade de grupo
-------	---------------------

W parâmetro de ajuste da distribuição modal

Z distância

z_a distância normalizada entre amplificadores consecutivos

z distância normalizada

ζ função dos parâmetros do sistema

Lista de Acrónimos

<i>ASE</i>	ruído de emissão espontânea
<i>CGLE</i>	equação complexa de Ginzburg-Landau
<i>DDF</i>	fibras de dispersão decrescente
<i>GVD</i>	dispersão da velocidade de grupo
<i>IRS</i>	Raman intra-pulso
<i>ISM</i>	método da dispersão inversa
<i>KdV</i>	Korteweg-de-Vries
<i>NLSE</i>	equação não-linear de Schrödinger
<i>PMD</i>	dispersão dos modos da polarização
<i>SPM</i>	auto-modulação da fase
<i>TOD</i>	dispersão de 3ª ordem

Capítulo 1

Introdução

Uma ideia bastante difundida na actualidade é a de que se vive uma nova revolução industrial, a revolução da informação. Hoje em dia assiste-se diariamente a um crescimento do tráfego da informação na Internet. Por sua vez, este aumento do tráfego da informação obriga a que os sistemas de comunicação possuam, cada vez mais, uma maior capacidade de transmissão, que sejam eficientes e rápidos, e que as perdas de energia sejam baixas. Procura-se ainda aliar estas características a baixos custos de produção.

Os sistemas de comunicação por fibra óptica afiguram-se os mais adequados para se atingir estes fins. Por outro lado, prevê-se que num futuro próximo toda a tecnologia electrónica possa ser substituída por tecnologia óptica. A título de exemplo, refira-se a vasta investigação que se realiza no campo dos componentes e computadores ópticos (Porsezian e Kuriakose, 2003).

A invenção do laser de ruby em 1960 veio determinar uma forte investigação científica a nível da Óptica. Devido às características da sua radiação, coerência e intensidade elevada, o laser surgia como uma fonte de luz privilegiada para sistemas de comunicações. Era agora necessário encontrar-se um meio adequado para a propagação dos sinais ópticos. Em 1966 a fibra óptica surge como a melhor opção para este fim, em virtude de permitir o confinamento do campo electromagnético ao núcleo da fibra. O princípio físico em que se baseia a propagação numa fibra óptica é a reflexão interna total.

Assim, e após quase duas décadas de investigação, a primeira geração de sistemas de comunicações ópticos surge nos circuitos comerciais em 1980. Estes sistemas operavam perto dos $0.8\ \mu m$, com um débito binário da ordem dos $45\ Mb/s$ e com um espaçamento entre os regeneradores de sinal de aproximadamente $10\ km$ (Agrawal, 2002).

Sabia-se também que na região do $1.3\mu m$ o valor das perdas de energia nas fibras ópticas era inferior a 1 dB/km . Tal permitia, por exemplo, aumentar o espaçamento entre os regeneradores do sinal e deste modo diminuir os custos do sistema.

A segunda geração de sistemas de comunicações ópticos surge então na primeira metade da década de 80. Contudo, o débito binário apresentava-se ainda limitado a 100 Mb/s devido à dispersão nas fibras multimodo. Tal limitação só foi ultrapassada com a introdução das fibras monomodo. No terceiro quartel da década de 80 já se encontravam disponíveis sistemas que operava a $1.3\mu m$, com um débito binário de 1.7 Gb/s , estando os regeneradores de sinal espaçados entre si de cerca de 50 km .

Por outro lado, as experiências desenvolvidas mostraram que as perdas de energia eram mínimas para as fibras de sílica perto do $1.55\mu m$, cujo valor era de cerca de 0.2 dB/km (Miya *et al*, 1979). No entanto a implementação de um sistema de telecomunicações a operar perto do $1.55\mu m$ não se afigurava fácil, devido aos problemas da dispersão, que resultavam no alargamento temporal dos impulsos. Este problema devia-se principalmente a duas causas: à dispersão apresentada pelas fibras neste comprimento de onda, e ao facto de nos lasers disponíveis se observar a oscilação simultânea de diversos modos longitudinais. Estes problemas foram entretanto resolvidos, pela introdução de fibras com dispersão desviada, apresentando a dispersão um valor mínimo a $1.55\mu m$ e limitando-se o espectro dos lasers a um único modo longitudinal.

A terceira geração dos sistemas de comunicação ópticos surgiu em, em termos comerciais, 1990. Os sistemas operavam a $1.55\mu m$, com um débito binário de 2.5 Gb/s .

A quarta geração de sistemas ópticos emprega amplificação óptica e multiplexagem por divisão do comprimento de onda (WDM). Estas características permitem, por um lado, aumentar o espaçamento entre regeneradores consecutivos, e por outro lado, aumentar o débito binário. A técnica WDM permitiu a duplicação da capacidade de sistemas de comunicação em cada 6 meses, pelo que em 2001 os sistemas de comunicação ópticos operavam a 10 Tb/s .

Estima-se que a rede global, em 2002, teria uma extensão de cerca de 250000 km e uma capacidade de 2.56 Tb/s , i.e. 64 WDM canais a 10 Gb/s sobre 4 pares de fibra (Bergano e Kidorf, 2001).

A quinta geração de sistemas de comunicação por fibra óptica baseia-se no conceito de solitão óptico. A existência de solitões ópticos foi prevista por Hasegawa e Tappert (1973). Neste trabalho foi derivada uma equação de evolução para as ondas em fibras ópticas, a equação de Schrödinger não-linear. Foi sugerido o uso do solitão óptico para sistemas de comunicação de alto débito, por fibra óptica no regime de dispersão

anômalo.

Contudo, a observação experimental dos solitões só acontecerá já na década de 80. De facto, os solitões ópticos foram observados pela primeira vez por Mollenauer *et al* (1980). Para tal foi necessário desenvolver um laser apropriado, dado que na época ainda não existiam lasers semicondutores com características adequadas, e também esperar que se produzissem fibras monomodo com baixas perdas (Hasegawa, 2002).

Só em 1988 foi possível mostrar a viabilidade prática de um sistema de comunicações óptico, por solitões. Numa experiência Mollenauer *et al* (1988), foi transmitida informação em cerca de 4000 km, usando amplificação Raman para a compensação das perdas de energia na fibra.

Após quase uma década de experiências, surge uma nova ideia para sistemas por solitões: os sistemas com dispersão gerida. Assim, Smith *et al* (1996), mostraram que um impulso, do tipo onda solitária, podia propagar-se numa fibra com variação periódica da dispersão, mesmo que a dispersão média fosse praticamente nula.

Desde então, têm sido realizadas diversas experiências, com dispersão gerida, quer em sistemas mono-canal, quer em sistemas WDM. A título de exemplo pode referir-se a experiência realizada por Fukuchi *et al* (1999). Nesta experiência, num sistema WDM com 55 canais, cada um a operar a 20 Gbit/s, a informação foi transmitida numa distância de cerca de 3000 km.

Um dos problemas principais de qualquer sistema de comunicação é o das fontes que permitem gerar os impulsos. Os lasers de fibra óptica têm-se revelado como as fontes mais adequadas para a geração de solitões. Estes lasers podem ser considerados como osciladores não-lineares, sendo os impulsos gerados devido ao balanço entre perdas e ganho linear e não-linear, e entre dispersão e não-linearidade.

Um método comum, que permite a modelação de tais lasers, consiste em estabelecer uma equação diferencial, que descreve os efeitos médios das várias componentes, constituintes da cavidade do laser, sobre a luz que se propaga na cavidade. Supõe-se que em cada ciclo, as propriedades dos impulsos não são alteradas de modo significativo, pelo que o laser pode ser considerado como um sistema distribuído. Nestas condições, este sistema pode ser descrito pela equação de Ginzburg-Landau (Akhmediev e Ankiewicz, 1997).

Pela sua importância, no presente trabalho dedicou-se uma atenção particular ao estudo da propagação de solitões em fibras ópticas com base nesta equação.

1.1 Estrutura da Tese

Esta Tese está dividida em sete capítulos. O capítulo 2 é um capítulo de revisão sobre a propagação de impulsos numa fibra óptica ideal; o capítulo 3 estuda a propagação de impulsos não-lineares numa fibra óptica na presença de amplificação linear e filtragem; o capítulo 4 caracteriza a propagação de impulsos na presença de filtragem e amplificação linear e não-linear; o capítulo 5 estuda a interacção entre solitões bem como diversas técnicas de prevenção da interacção; o capítulo 6 estuda a propagação de solitões ultracurtos, e finalmente as conclusões e as perspectivas de trabalho futuro são apresentadas no capítulo 7.

Assim, no capítulo 2 introduzem-se os conceitos de distância característica, dispersão da velocidade de grupo e auto-modulação da fase. Estuda-se a propagação de diversos impulsos, sujeitos apenas a um destes mecanismos físicos ou a ambos, surgindo o solitão como uma entidade devida ao balanço destes dois efeitos. Apresentam-se algumas soluções da equação de Schrödinger não-linear, destacando-se a solução solitão fundamental. Mostram-se alguns resultados significativos, tais como a possibilidade de se gerar um trem de solitões a partir de uma onda contínua devido à instabilidade modulacional ou à evolução de um impulso rectangular.

No capítulo 3 apresenta-se a equação de propagação na presença de perturbações como a amplificação linear e a filtragem. Consideram-se duas técnicas de filtragem distintas, por filtros fixos e por filtros de frequência deslizante. Apresentam-se as soluções estacionárias. Com relação à filtragem por filtros fixos, estuda-se a propagação de diversos tipos de impulsos. No caso da filtragem por filtros de frequência deslizante, caracteriza-se o jitter temporal para deslizamento para frequências superiores e para deslizamento para frequências inferiores. Obtém-se uma expressão analítica para a taxa de deslizamento máxima em função dos parâmetros do sistema. No estudo efectuado consideram-se os termos de 2ª e 3ª ordens na expansão da função de transferência do filtro. Obtiveram-se igualmente soluções numéricas para os impulsos, na presença do termo de 3ª ordem do filtro. Alguns dos resultados inovadores, obtidos no âmbito deste capítulo foram publicados nos artigos Ferreira *et al* (2000 b, 2001 a).

No capítulo 4 descreve-se a propagação de solitões na presença de filtragem e amplificação linear e não-linear. Considera-se o ganho não-linear, sem e com saturação. Estuda-se a influência do ganho não-linear na redução da instabilidade de fundo e caracterizam-se as soluções analíticas da equação de Ginzburg-Landau. Estuda-se a dependência das condições iniciais, considerando-se impulsos com diversas larguras e amplitudes, bem como impulsos rectangulares. Mostra-se, numericamente, a possibili-

dade de se obter um impulso com uma dada potência de pico a partir de um impulso com $1/4$ da potência de pico final.

Estuda-se um efeito de compressão para os impulsos de amplitude fixa e de amplitude arbitrária. No caso dos impulsos de amplitude fixa, a compressão máxima ocorre para cerca de 3 distâncias normalizadas, e a largura final do impulso pode ser determinada por uma escolha apropriada dos parâmetros do sistema. No caso dos impulsos de amplitude arbitrária, a relação final entre a amplitude e a largura é determinada unicamente pela potência do filtro, permanecendo a largura praticamente constante após o estado final de compressão.

Caracteriza-se o papel do ganho não-linear, com saturação, na estabilização do sinal. Finalmente estuda-se a propagação de diversos tipos de impulsos. Os resultados mais significativos, obtidos no âmbito deste capítulo, encontram-se publicados nos artigos, Ferreira *et al* (1998); Latas e Ferreira (1999, 2000); Ferreira *et al* (2000 a, 2002 a).

No capítulo 5 estuda-se a interação entre solitões. Este estudo é feito primeiro para uma fibra ideal, considerando-se em seguida as diversas técnicas, abordadas em capítulos anteriores, na prevenção da interação. Este estudo desenvolve-se em duas vertentes: com base na teoria das perturbações e por resolução numérica da equação quártica de Ginzburg-Landau. Estuda-se a formação de estados ligados e a existência de soluções multi-solitão estáveis. Os estados ligados de impulsos compostos deslocam-se, praticamente, à velocidade de grupo, em contraste com os estados ligados de solitões simples, que se movem a uma velocidade distinta da de grupo. Os resultados mais inovadores, obtidos no âmbito deste capítulo, foram publicados nos artigos (Ferreira e Latas, 2002 b, 2001 b; Latas *et al*, 2005 a).

Por fim, no capítulo 6 estuda-se a propagação de impulsos ultra-curtos. Caracteriza-se a propagação de um impulso apenas na presença do efeito de Raman intra-pulso. Estuda-se a possibilidade de controlar este efeito, usando-se as técnicas apresentadas em capítulos anteriores, nomeadamente, filtragem e amplificação linear, assim como filtragem e amplificação linear e não-linear. No caso em que se usa amplificação não-linear considera-se dois casos distintos: sem e com saturação do ganho. Obteve-se soluções analíticas aproximadas, bem como as suas condições de estabilidade. Estuda-se também a propagação de dois impulsos de amplitude elevada, simples e compostos, sujeitos ao efeito de Raman intra-pulso. Os resultados mais inovadores, obtidos no âmbito deste capítulo serão publicados no artigo (Latas e Ferreira, 2005 b).

Capítulo 2

Propagação de Impulsos numa Fibra Ideal

2.1 Introdução

Um impulso óptico, do tipo solitão propaga-se numa fibra óptica ideal, i.e., apenas sob a acção dos efeitos da dispersão e da não-linearidade, na mais baixa ordem, e na ausência de perdas de energia. Estes dois efeitos balançam-se mutuamente, manifestando-se o primeiro na dispersão da energia do impulso, e o segundo, o de não-linearidade, o de contrariar este efeito, ou seja o de impedir a dispersão temporal do impulso (A. Scott *et al*, 1999).

O estudo da propagação de solitões em fibras ópticas ideais tem por base a equação não-linear de Schrödinger (NLSE). Tendo surgido inicialmente em Hidrodinâmica como um modelo para a propagação de ondas em profundidade, esta equação tem aplicação em vários domínios, como por exemplo em Óptica Não-linear, em Acústica Não-linear e Ondas de Plasma (A. Scott *et al*, 1999).

Deve o seu nome ao facto de, na aproximação de pequena amplitude, ter sido proposta por Erwin Schrödinger, em Janeiro de 1926, para a propagação de um grupo de ondas quânticas no espaço livre (quantum waves). Desde meados da década de 70 que a mesma tem desempenhado um papel fundamental na descrição da propagação de impulsos numa fibra óptica (Hasegawa e Tappert, 1973), sendo o seu significado potencial mais extenso. À semelhança da equação de Korteweg-de-Vries (KdV), a equação NLS é uma equação genérica, permitindo o estudo da propagação unidireccional de grupos de ondas em meios dispersivos na mais baixa ordem de não-linearidade, com conservação de energia. Esta propriedade permitiu desde logo aplicações físicas bastante diversifi-

cadras, como por exemplo, no caso bidimensional a descrição da auto-focagem de uma onda plana (A. Scott *et al*, 1999; Kelly, 1965; Talanov, 1965).

Esta equação possui soluções do tipo solitão, bem como soluções periódicas e soluções exactas N-Solitão, algumas destas descrevendo por exemplo colisões colectivas.

Neste capítulo estudar-se-á a propagação de impulsos sob a acção da dispersão e da não-linearidade, e também sob a sua acção conjunta.

2.2 Distâncias Características

Em face do referido anteriormente, pode questionar-se em que condições físicas se tornam predominantes os efeitos da dispersão ou da não-linearidade, ou ambos ou ainda nenhum dos dois. Para se responder a esta questão, é conveniente introduzir-se o conceito de *distância característica*. Esta grandeza deverá medir de algum modo, a influência que um determinado efeito físico tem sobre a propagação de um impulso.

Para tal considere-se a equação (A.54), deduzida no apêndice A, que governa a propagação de um impulso óptico em fibras monomodo, na presença da GVD, da SPM, e com perdas de energia.

No regime picosegundo, i.e., para impulsos cuja largura é superior a 1 ps, e na ausência de perdas de energia, esta equação toma a seguinte forma:

$$i \frac{\partial A}{\partial Z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A \quad (2.1)$$

sendo $A(Z, T)$ a amplitude, de variação lenta, da envolvente do impulso e T , o tempo, medido num referencial que se move com o impulso à velocidade de grupo v_g , tal que $T = \tau - Z/v_g$, tal como foi introduzido no Apêndice A (equação (A.54)). Os termos do membro direito governam, respectivamente, os efeitos da dispersão e da não-linearidade sobre os impulsos que se propagam numa fibra óptica. Por definição, β_2 é o parâmetro que representa a dispersão da velocidade de grupo e é responsável pelo alargamento temporal do impulso (ver Apêndice A). γ é o parâmetro de não-linearidade, em virtude do índice de refração ser função da intensidade do campo eléctrico.

Considere-se um dado impulso cuja largura inicial é T_o , então pode definir-se uma nova variável t ,

$$t = T/T_o = \frac{\tau - Z/v_g}{T_o} \quad (2.2)$$

e uma variável U normalizada tal que,

$$A(Z, t) = \sqrt{P_o} U(Z, t) \quad (2.3)$$

sendo P_o o valor de pico da potência do impulso incidente.

Pelas equações (2.1 - 2.3) obtém-se,

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2 L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{1}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (2.4)$$

sendo $\text{sgn}(\beta_2) = \pm 1$, consoante o regime de propagação seja normal ou anômalo. L_D e L_{NL} são duas distâncias características, definidas por:

$$L_D = \frac{T_o^2}{|\beta_2|} \quad (2.5)$$

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_o} \quad (2.6)$$

designadas por comprimentos de dispersão e de não-linearidade, respectivamente. São estas as escalas de comprimento que permitem avaliar se os efeitos da dispersão e/ou os efeitos da não linearidade desempenham um papel relevante na propagação de um dado impulso.

Pode verificar-se a partir da equação (2.5) que, no caso da dispersão da velocidade de grupo (GVD), a distância característica depende directamente do quadrado da largura inicial do impulso e inversamente do módulo do parâmetro β_2 . Assim, quanto menor for a largura do impulso, mais rapidamente se farão sentir os efeitos da dispersão. Com efeito, os impulsos curtos possuem um espectro mais largo, e por consequência mais vasta será a variação das velocidades das suas componentes espectrais.

De modo análogo, L_{NL} caracteriza a distância para a qual os efeitos da não-linearidade se manifestam, de modo significativo, na propagação de um impulso. Estes

far-se-ão sentir, de modo mais relevante, quanto maior for o valor de pico da potência, ou, em alternativa, o parâmetro de não-linearidade. Pode ainda verificar-se que a mesma é independente da largura do impulso.

Considere-se uma fibra óptica de comprimento L . Com base nas razões entre L , L_D , e L_{NL} , é possível categorizar a propagação de um determinado impulso em 4 classes distintas (Agrawal, 2001 a):

1) $L \ll L_D$ e $L \ll L_{NL}$

Neste caso quer os efeitos dispersivos quer os de não-linearidade, não desempenham um papel significativo na propagação do impulso. Consequentemente ambos os termos do 2º membro da equação (2.4) são desprezáveis. Da equação resultante, pode concluir-se que o impulso mantém o seu perfil inalterado durante a propagação. (Considera-se que o perfil temporal do impulso não apresenta variações bruscas, pelo que $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \sim 1$). Caso não ocorram perdas de energia, a fibra óptica é um mero portador do impulso.

Por exemplo se $L \sim 50 \text{ km}$, então L_D e L_{NL} devem ser superiores a cerca de 500 km, de modo a que não ocorra distorção do perfil do impulso durante a propagação. Para $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$, tem-se $|\beta_2| \approx 20 \text{ ps}^2/\text{km}$, e $\gamma \approx 3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ para fibras convencionais. Assim, se $T_o > 100 \text{ ps}$ e $P_o \sim 1 \text{ mW}$, estes efeitos são desprezáveis para $L \ll 50 \text{ km}$. Este regime é apropriado para sistemas de comunicações ópticos lineares não dispersivos.

À medida que os impulsos se tornam mais estreitos e mais intensos as distâncias características da dispersão, L_D , e da não-linearidade, L_{NL} , tornam-se menores. Como exemplo, se $T_o \sim 1 \text{ ps}$ e $P_o \sim 1 \text{ W}$, tem-se L_D e $L_{NL} \sim 100 \text{ m}$, respectivamente. Neste caso devem considerar-se ambos os efeitos.

2) $L \ll L_{NL}$ e $L \sim L_D$

Neste caso a propagação do impulso é fundamentalmente gerida pelos efeitos da dispersão (GVD). Assim,

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_o T_o^2}{|\beta_2|} \ll 1 \quad (2.7)$$

Se $T_o \sim 1 \text{ ps}$, então $P_o \ll 1 \text{ W}$ para valores típicos de $|\beta_2|$ e de γ , para $\lambda \sim 1.55 \mu\text{m}$. Neste caso observa-se o alargamento temporal e consequentemente o decaimento do impulso, mantendo-se o espectro inalterado.

3) $L \ll L_D$ e $L \sim L_{NL}$

Neste caso a propagação do impulso é fundamentalmente gerida pelos efeitos de não-linearidade (SPM), sendo os efeitos da dispersão desprezáveis. Tal deve verificar-se se o perfil temporal não for demasiado íngreme, i.e., $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \sim 1$. O perfil do impulso mantém-se inalterado observando-se, no entanto, um alargamento espectral do mesmo. Este regime é aplicável se,

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_o T_o^2}{|\beta_2|} \gg 1 \quad (2.8)$$

Esta condição é observada para impulsos relativamente largos ($T_o > 100 \text{ ps}$), com um valor de pico $P_o \sim 1 \text{ W}$.

De referir, contudo que na presença de efeitos dispersivos, ainda que não muito significativos, a SPM pode induzir uma modificação do perfil temporal do impulso. Se a frente ou a traseira do impulso se apresentarem demasiado íngremes, i.e., $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \neq 1$ os efeitos dispersivos podem tornar-se importantes, mesmo que a condição (2.8) seja inicialmente satisfeita.

4) $L \gtrsim L_D$ e $L \gtrsim L_{NL}$

Neste caso a propagação do impulso é gerida por ambos os mecanismos, dispersão e não-linearidade, que actuam conjuntamente ao longo da fibra. De referir que, no regime de dispersão anómalo ($\beta_2 < 0$), a fibra pode suportar a propagação de solitões, e que, no regime de dispersão normal ($\beta_2 > 0$), se pode observar a compressão dos impulsos, devido à conjugação de ambos os efeitos.

2.3 Propagação de impulsos sob a acção da dispersão da velocidade de grupo

Em fibras monomodo os impulsos ao propagarem-se podem sofrer alargamento temporal devido à dispersão intramodal ou dispersão da velocidade de grupo. Com efeito, quando uma onda electromagnética se propaga num dado meio dieléctrico e interacciona com este, a resposta do meio, em geral, depende da frequência óptica. Como consequência, as diversas componentes espectrais do impulso viajam a velocidades de grupo ligeiramente distintas, o que se traduz no alargamento temporal do impulso.

A dispersão da velocidade de grupo é devida principalmente à dispersão material, também designada por dispersão cromática, e à dispersão do guia de ondas.

A dispersão material ocorre devido à dependência dos índices de refração do núcleo e da bainha da fibra, com a frequência do campo óptico. Este é o factor que mais contribui para a dispersão da velocidade de grupo.

Por outro lado, o confinamento do modo ao guia de ondas faz igualmente com que a sua constante de propagação, e consequentemente a sua velocidade de grupo, sejam função da frequência. A dispersão de guia de ondas depende dos parâmetros da fibra, como por exemplo do raio e do índice de refração diferencial, i.e., da diferença entre os índices de refração do núcleo e da bainha. O seu principal efeito é o desvio do comprimento de onda para o qual a dispersão material é nula, $\lambda_{ZD} \simeq 1.27 \mu m$, para um valor superior, $\lambda_{ZD} \simeq 1.31 \mu m$.

Contudo, um design apropriado da fibra permite ainda desviar este comprimento de onda para um valor na vizinhança de $1.55 \mu m$, valor para o qual as perdas na fibra apresentam um valor mínimo. Estas fibras são habitualmente designadas por *fibras com dispersão desviada* ou deslocada.

A GVD é medida pelo parâmetro β_2 , ou em alternativa pelo parâmetro de dispersão \mathcal{D} , definidos no Apêndice A.

Se apenas se considerarem os efeitos da dispersão da velocidade de grupo, atendendo a que $U(Z, T)$ é definido pela equação 2.3 a equação 2.1 reduz-se a ¹:

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \quad (2.9)$$

Esta equação é facilmente integrada pelo método da transformada de Fourier, obtendo-se uma solução do tipo:

$$U(Z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(Z, \omega) \exp(-i \omega T) d\omega \quad (2.10)$$

¹Esta equação é semelhante à equação paraxial que governa a difracção de luz cw, e torna-se idêntica a esta quando a difracção ocorre apenas na direcção transversal, e β_2 é substituída por $-\lambda/2\pi$. É esta a razão pela qual os efeitos temporais, da dispersão, possuem analogia com os efeitos espaciais da difracção.

sendo,

$$\tilde{U}(Z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \exp\left(\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 Z\right) \quad (2.11)$$

e,

$$\tilde{U}(0, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(0, T) \exp(i \omega T) dT \quad (2.12)$$

Pode verificar-se que a GVD modifica a fase de cada componente espectral do impulso de uma quantidade que depende quer da frequência quer da distância percorrida. Estas variações de fase, embora não afectem o espectro do impulso, afectam a sua forma.

De seguida, considerar-se-ão alguns exemplos.

2.3.1 Impulso Gaussiano

Considere-se uma condição inicial do tipo,

$$U(0, T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_o^2}\right) \quad (2.13)$$

que se introduz nas equações (2.12), (2.11) e (2.10), a fim de se integrar esta última. Obtém-se para a amplitude do impulso, após a propagação sobre uma distância Z, o seguinte resultado:

$$U(Z, T) = \frac{T_o}{(T_o^2 - i\beta_2 Z)^{1/2}} \exp\left(-\frac{T^2}{2(T_o^2 - i\beta_2 Z)}\right) \quad (2.14)$$

Pode verificar-se que o impulso gaussiano mantém a sua forma na propagação, mas a sua largura, T_l cresce com Z, do seguinte modo:

$$\frac{T_l(Z)}{T_o} = [1 + (Z/L_D)^2]^{1/2} \quad (2.15)$$

sendo a extensão do alargamento determinada pelo comprimento de dispersão L_D .

Para um dado comprimento da fibra, impulsos curtos alargam mais rapidamente em virtude de o comprimento de dispersão ser menor.

Na figura 2.1 a) estão representados os perfis inicial e final de um impulso gaussiano após a propagação sobre 3 distâncias normalizadas. O alargamento do perfil do impulso, devido aos efeitos da GVD, é bem evidente nesta representação.

A equação (2.14) pode escrever-se na seguinte forma:

$$U(Z, T) = |U(Z, T)| \exp[i\phi(Z, T)] \quad (2.16)$$

sendo,

$$\phi = -\frac{\text{sgn}(\beta_2)(Z/L_D)}{1 + (Z/L_D)^2} \frac{T^2}{T_o^2} + \frac{1}{2} \tan^{-1}(Z/L_D) \quad (2.17)$$

Das equações (2.16) e (2.17) pode verificar-se que, embora se considere inicialmente um impulso sem modulação da fase inicial, esta modulação vai surgindo à medida que o impulso se propaga. Uma modulação da fase variável no tempo designa-se por trinado. Na equação (2.17) ϕ é função de T , e consequentemente, a frequência instantânea difere, através do impulso, da frequência central, ω_o , de $\delta\omega$, dada por,

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi}{\partial T} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)(2Z/L_D)}{1 + (Z/L_D)^2} \frac{T}{T_o^2} \quad (2.18)$$

Verifica-se, da equação (2.18), que a frequência varia linearmente através do impulso, i.e., a fibra impõe um trinado linear ao impulso. Contudo, $\delta\omega$ depende do regime de propagação. Assim:

i) no regime de dispersão normal ($\beta_2 > 0$), tem-se $\delta\omega < 0$ na frente do impulso ($T < 0$), crescendo linearmente através do mesmo;

ii) no regime de dispersão anómalo ($\beta_2 < 0$), tem-se $\delta\omega > 0$ na frente do impulso ($T < 0$) decrescendo linearmente através do mesmo.

No regime de dispersão anómalo, o alargamento do impulso deve-se ao facto das componentes azuis viajarem com uma velocidade superior às vermelhas, ocorrendo o

oposto no regime de dispersão normal. O impulso mantém a sua largura inalterada somente quando as suas componentes espectrais chegam em conjunto.

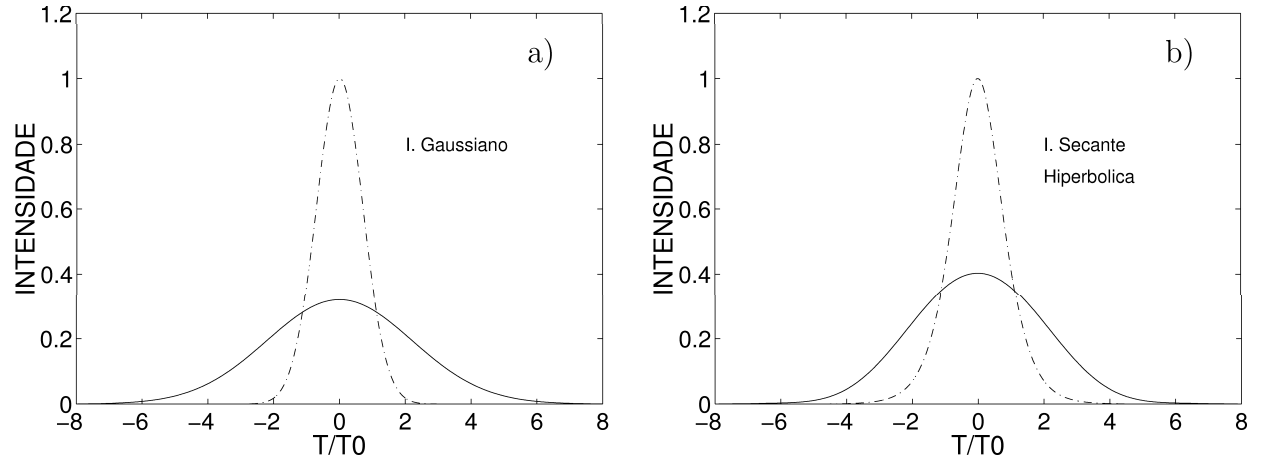


Figura 2.1: Perfis finais, a cheio, de dois impulsos, sendo um gaussiano, em a) e outro uma secante hiperbólica, em b), após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = 3 L_D$. Os perfis iniciais encontram-se representados a tracejado.

2.3.2 Impulsos Secante Hiperbólica e Super-Gaussiano

Em alguns sistemas de comunicação óptica, e lasers *mode-locked* em fibra óptica modulados directamente, é importante considerar-se a propagação de impulsos do tipo secante hiperbólica ou super - gaussiano. Este último apresenta características mais adequadas para estes sistemas, em virtude da variação da largura com a altura ser menos acentuada, e consequentemente, mais conveniente para detecção. De notar que os impulsos emitidos por um laser semiconductor, modulado directamente, são geralmente deste tipo.

Os efeitos da dispersão sobre um impulso do tipo secante hiperbólica podem ser observados na figura 2.1 b), onde os impulsos inicial e final, se apresentam a tracejado e a cheio, respectivamente. O impulso inicial foi gerado pela condição $U(0, T) = \text{sech}(T/T_0)$, tendo-se considerado uma propagação do mesmo ao longo de três distâncias normalizadas. Comparativamente à figura 2.1 a), pode concluir-se que o impulso do tipo *secante hiperbólica* apresenta um comportamento semelhante ao do impulso gaussiano, i.e., para a mesma distância percorrida o alargamento temporal sofrido pelo

impulso é praticamente idêntico ao alargamento sofrido pelo impulso gaussiano, devido aos efeitos da dispersão.

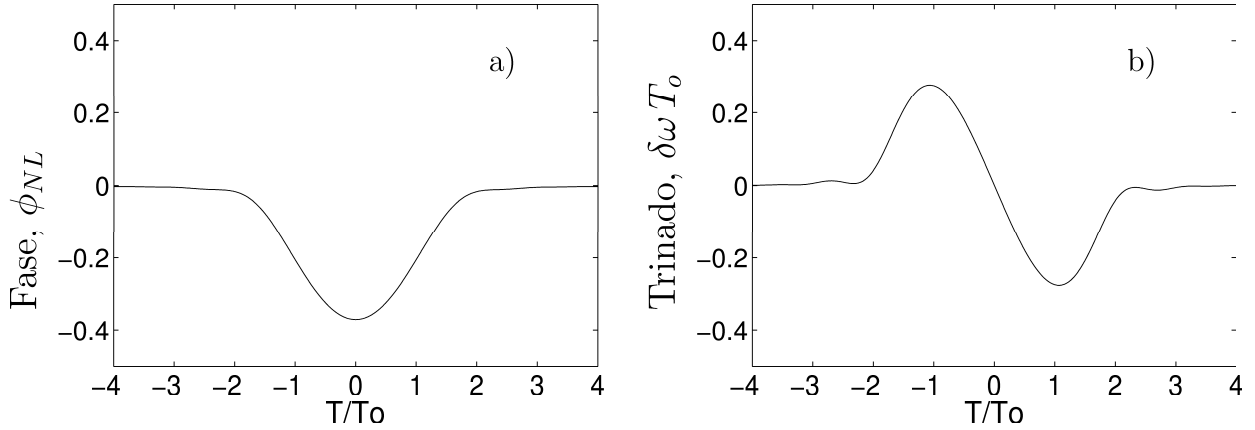


Figura 2.2: a) Fase e b) trinado induzidos sobre um impulso secante hiperbólica, devidos aos efeitos da dispersão de 2ª ordem, após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = 0.5 L_D$.

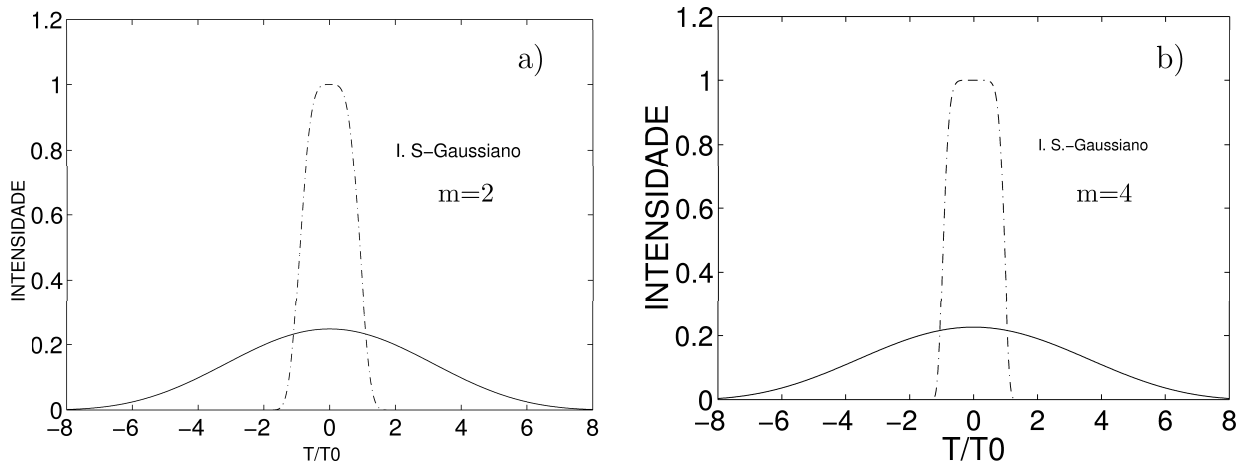


Figura 2.3: Perfis finais, a cheio, de dois impulsos super-gaussianos, para $m=2$ em a), e $m=4$ em b), após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = 3 L_D$. Os perfis iniciais encontram-se representados a tracejado.

O impulso *secante hiperbólica* é particularmente importante, como se ilustrará em

secções posteriores, na medida em que corresponde à solução exacta da NLSE, no regime de propagação anómalo. Na figura 2.2 representa-se a fase e o trinado observados para um impulso *secante hiperbólica* após uma propagação ao longo de meia distância normalizada. À semelhança do que se observa para o impulso gaussiano, e em virtude de as frequências mais elevadas se propagarem com uma velocidade superior à das frequências mais baixas, as componentes azuis chegam primeiro, pelo que o impulso se alarga. A fase, que inicialmente era constante através do impulso, apresenta uma dependência local do tempo, à medida que o impulso se propaga na fibra (Kajzar, 1998).

É também importante considerar-se impulsos cuja largura não varia significativamente com a altura dos mesmos, i.e., em que a frente ou a traseira dos impulsos são bastante íngremes. Impulsos com perfis deste tipo alargam mais rapidamente com a propagação em virtude de possuírem um espectro mais largo. É o caso de impulsos emitidos por lasers semicondutores modulados directamente.

Para ilustrar este comportamento consideraram-se impulsos do tipo *super-gaussiano*, gerados pela condição $U(0, T) = \exp[-\frac{1}{2}(T/T_o)^{2m}]$, sendo m um parâmetro que permite controlar o grau de inclinação da frente e da traseira do impulso.

Na figura 2.3 pode observar-se os perfis inicial e final, correspondentes à propagação de dois impulsos super-gaussianos, com graus de inclinação diferentes, em a) $m=2$ e em b) $m=4$, respectivamente. Pode observar-se que, em ambos os casos, o perfil inicial do impulso se alarga, sendo este alargamento mais pronunciado, em virtude do maior grau de inclinação da frente e da traseira do impulso, comparativamente aos impulsos gaussiano e secante hiperbólica, anteriormente considerados. É de esperar também que o alargamento seja mais acentuado para um valor de m superior, como se pode confirmar comparando as figuras 2.3 a) e b).

Na figura 2.4 está representado o factor de alargamento, T_l/T_o , em função da distância, para os impulsos considerados anteriormente, obtido por resolução numérica da NLSE. Desta figura, pode verificar-se que o alargamento é mais acentuado para impulsos super-gaussianos comparativamente a outros tipos de impulsos considerados, e para este tipo de impulsos é ainda mais acentuado.

O atraso de cada componente espectral está directamente relacionada com o seu afastamento da frequência central, ω_o , pelo que um espectro mais vasto resulta numa maior taxa de alargamento do impulso.

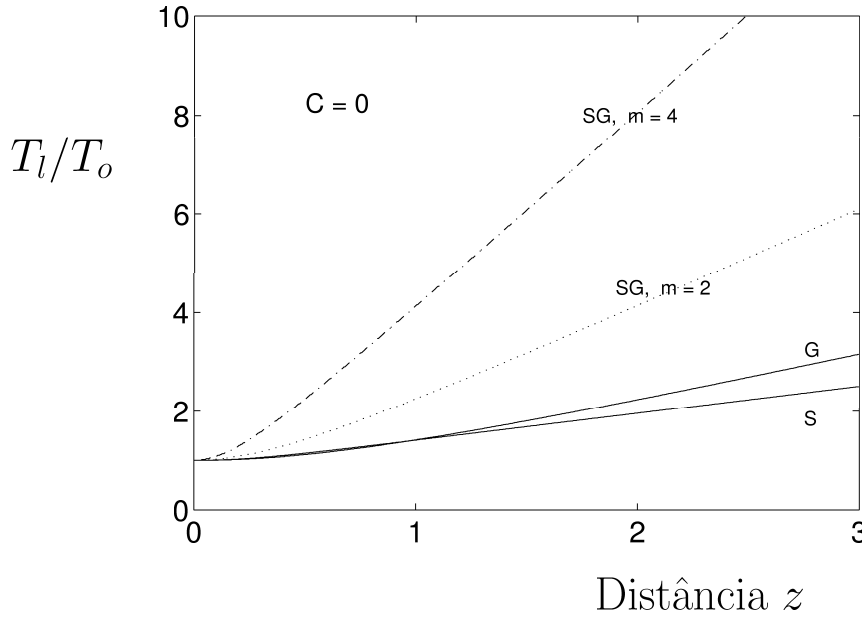


Figura 2.4: Factor de alargamento, T_l/T_o , em função da distância percorrida, para os impulsos considerados nas figuras anteriores, gaussiano (G), secante hiperbólica (S), e super gaussianos (SG) (para $m=2$ e $m=4$).

2.3.3 Efeito do trinado inicial sobre os impulsos

Trinado é uma modulação de fase do impulso variável no tempo. Esta modulação pode ocorrer ao longo da propagação sob a acção de um ou vários mecanismos físicos, ou pode ser inicialmente induzida no impulso.

Considera-se a seguir um impulso do tipo gaussiano. Para este tipo de impulsos, verifica-se que, na ausência de trinado inicial, o alargamento do impulso não depende do regime de propagação (ver equação (2.15)). Deste modo, para uma dada distância característica L_D , o impulso alarga-se da mesma quantidade quer o regime de dispersão seja anómalo ou normal. No entanto, se inicialmente o impulso gaussiano for trinado em frequência este comportamento não se verifica (Marcuse, 1981).

Consideram-se impulsos gaussianos com um trinado linear da forma:

$$U(0, T) = \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{T^2}{T_o^2}\right) \exp\left(-\frac{iC}{2} \frac{T^2}{T_o^2}\right) \quad (2.19)$$

e sendo C o parâmetro do trinado.

Atendendo às equações (2.16), (2.17) e (2.18), pode verificar-se que a frequência

instântanea cresce linearmente da frente para a traseira do impulso, se $\mathfrak{C} > 0$, verificando-se o oposto para $\mathfrak{C} < 0$.

Por substituição da equação (2.19) em (2.12), obtém-se:

$$\tilde{U}(0, \omega) = \left(\frac{2\pi T_o^2}{1 + i\mathfrak{C}} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{\omega^2 T_o^2}{2(1 + i\mathfrak{C})} \right) \quad (2.20)$$

Esta expressão permite encontrar a meia largura espectral, quando a intensidade se reduz a 1/e, tendo-se então:

$$\Delta\omega = (1 + \mathfrak{C}^2)^{1/2} / T_o \quad (2.21)$$

sendo T_o é a largura do impulso quando sua intensidade se reduz a 1/e . Pode verificar-se que, na ausência de trinado ($\mathfrak{C} = 0$), a largura espectral é mínima e satisfaz a condição $\Delta\omega T_o = 1$. Na presença de um trinado linear a largura espectral é aumentada pelo factor $(1 + \mathfrak{C}^2)^{1/2}$.

O campo pode ser obtido pela substituição da expressão (2.20) nas equações (2.12), (2.11) e (2.10). A integração desta última equação dá uma solução gaussiana, dada por (Agrawal, 2001 a):

$$U(Z, T) = \frac{T_o}{[T_o^2 - i\beta_2 Z (1 + i\mathfrak{C})]^{1/2}} \exp \left(-\frac{(1 + i\mathfrak{C})T^2}{2[T_o^2 - i\beta_2 Z (1 + i\mathfrak{C})]} \right) \quad (2.22)$$

Deste modo, verifica-se que apesar do trinado inicial, um impulso gaussiano mantém a sua forma ao propagar-se.

A razão entre a largura, T_l , após a sua propagação sobre a distância Z , e a largura inicial, T_o , é dada por (Marcuse, 1981; Agrawal, 2001 a):

$$\frac{T_l}{T_o} = \left[\left(1 + \frac{\mathfrak{C}\beta_2 Z}{T_o^2} \right)^2 + \left(\frac{\beta_2 Z}{T_o^2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.23)$$

Desta equação pode verificar-se que o alargamento é função do produto $\mathfrak{C}\beta_2$. Deste modo, o impulso gaussiano alarga monotonamente se $\mathfrak{C}\beta_2 > 0$. De outro modo, se

$C\beta_2 < 0$ o impulso sofre uma compressão inicial. Na figura 2.5 está representado o factor de alargamento em função da distância percorrida, para vários tipos de impulsos, para dois valores distintos do trinado, em a) $C = 3$ e em b) $C = -3$.

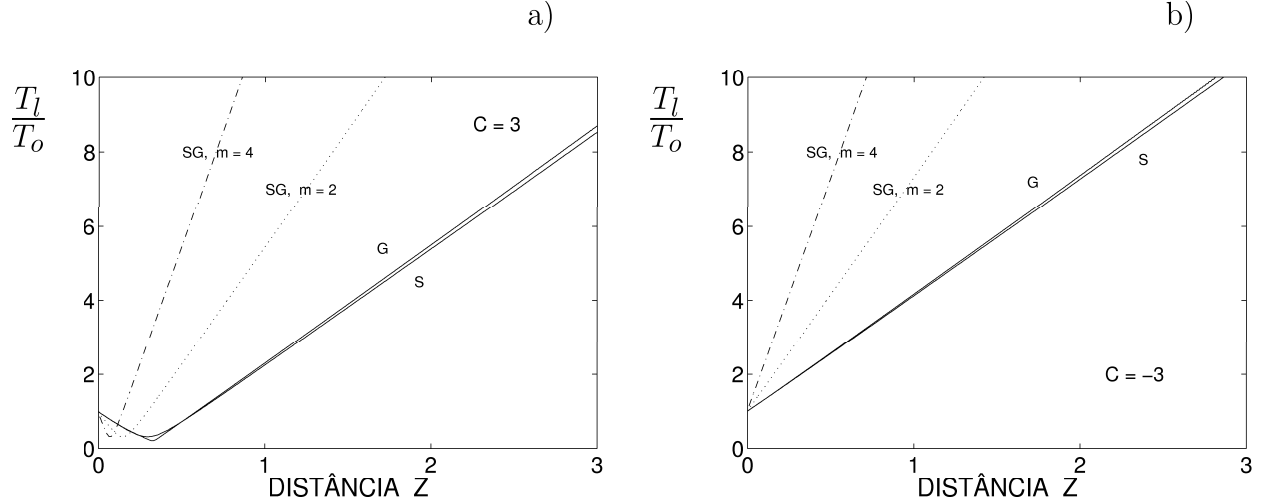


Figura 2.5: Factor de alargamento, $\frac{T_l}{T_0}$, em função da distância percorrida, para os diversos tipos de impulsos considerados anteriormente: gaussiano (G), secante hiperbólica (S), e super gaussianos (SG) (para $m=2$ e $m=4$) para a) $C = 3$ e b) $C = -3$. Considerou-se $\beta_2 < 0$.

Pela figura 2.5 a), para o caso do trinado positivo, i.e., $C\beta_2 < 0$, pode observar-se que a distância para a qual a largura toma o valor mínimo é sensivelmente idêntica para os impulsos gaussiano e secante hiperbólica, sendo mais reduzida para impulsos super-gaussianos, i.e., nos casos em que o espectro se torna mais largo. Pela figura 2.5 b) pode observar-se que o alargamento aumenta a uma taxa semelhante, comparativamente ao caso em que o trinado é positivo. A compressão inicial só se verifica para $C > 0$.

2.4 Propagação de impulsos sob a acção da auto-modulação da fase

A auto-modulação da fase é um fenómeno não-linear que ocorre devido à resposta de um dado meio a um campo aplicado, ser função da intensidade do mesmo (Agrawal, 2001 a). Deste modo o índice de refração é dependente da intensidade, e consequentemente, a fase do campo varia; este mecanismo físico é responsável pelo alargamento espectral

dos impulsos ópticos. A auto-modulação da fase foi observada experimentalmente, pela primeira vez, em 1967. Dos vários trabalhos levados a termo, com a finalidade de observar e caracterizar este efeito, destaca-se um estudo sistemático em fibras ópticas com núcleos de sílica, realizado por Stolen *et al* (1977).

Em concordância com o referido na secção 2.2 para um dado impulso, que se propaga ao longo de uma fibra óptica de comprimento L , os efeitos da dispersão são desprezáveis em face dos efeitos da não-linearidade, se $L_D \gg L \sim L_{NL}$. Tal sucede para impulsos relativamente largos, $T_o \gtrsim 100 ps$, e com potências de pico relativamente elevadas, $P_o \gtrsim 1 W$. Nesta situação, i.e., considerando-se apenas os efeitos da auto-modulação da fase, a equação (2.4), reduz-se a:

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{1}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (2.24)$$

2.4.1 O desvio não-linear da fase

A equação (2.24) pode ser integrada. Com efeito, por substituição de $U = V \exp(i\phi_{NL})$ na equação anterior e igualando as componentes real e imaginária, obtém-se:

$$\frac{\partial V}{\partial Z} = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \phi_{NL}}{\partial Z} = \frac{V^2}{L_{NL}} \quad (2.26)$$

A partir das equações (2.25- 2.26) pode concluir-se que, durante a propagação ao longo da fibra, para um dado impulso:

- i) a amplitude não varia;
- ii) a variação da fase é directamente proporcional ao quadrado da amplitude do impulso.

Atendendo a que V não varia ao longo da propagação, por integração da equação (2.26), que traduz a variação da fase ao longo da propagação, obtém-se para solução geral a seguinte expressão:

$$U(L, T) = U(0, T) \exp(i\phi_{NL}(L, T)) \quad (2.27)$$

sendo $U(0, T)$ a amplitude do campo inicial, e,

$$\phi_{NL}(L, T) = |U(0, T)|^2 (L/L_{NL}) \quad (2.28)$$

Conclui-se que a SPM é um mecanismo responsável por uma variação da fase dependente da intensidade do impulso, embora a forma desse impulso permaneça imutável.

A equação anterior mostra que o desvio máximo da fase ocorre ao centro do impulso ($T = 0$). Para $|U(0, 0)| = 1$ tem-se $\phi_{max} = L/L_{NL} = \gamma P_0 L$. Em virtude da fase ser função de T , observa-se um alargamento espectral. De facto uma fase que varie temporalmente, significa que a frequência óptica instantânea difere, através do impulso, do seu valor central ω_0 de,

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi_{NL}}{\partial T} = -\left(\frac{L}{L_{NL}}\right) \frac{\partial}{\partial T} |U(0, T)|^2 \quad (2.29)$$

Da equação anterior pode concluir-se que o trinado cresce em módulo com a distância percorrida pelo impulso, i.e., a modulação do índice de refração cria variações de fase que geram novas frequências, observando-se deste modo o alargamento do espectro (Agrawal, 2001 a).

A extensão do alargamento depende da forma do impulso, pelo que, se considerará a seguir diversos tipos de impulsos por forma a melhor caracterizar os efeitos deste mecanismo físico. Pela equação (2.29) a variação temporal de ϕ_{NL} é directamente proporcional à intensidade do impulso. Na figura (2.6) ilustra-se a variação temporal da fase, em a), e do trinado em b), e para três tipos de impulsos, sendo um do tipo gaussiano e dois do tipo super-gaussiano ($m=2, m=4$).

Pode observar-se, pela figura 2.6 b), que o trinado induzido pela auto-modulação da fase apresenta as seguintes características: i) $\delta\omega < 0$ junto à frente do impulso (desvio para o vermelho);

ii) $\delta\omega$ é \simeq linear e positivo (crescente com T) numa vasta região central no caso do impulso Gaussiano;

iii) $\delta\omega > 0$ junto à traseira do impulso (desvio para o azul);

iv) à medida que o grau de inclinação da traseira e frente do impulso aumenta, i.e., à medida que m aumenta, o trinado também aumenta de modo significativo;

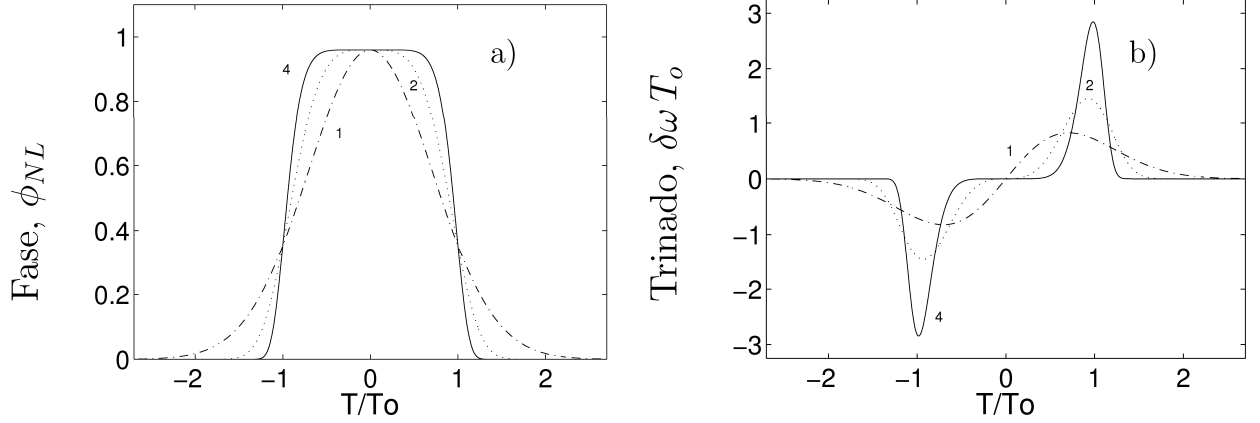


Figura 2.6: Variação temporal da fase e trinado induzidos pela auto-modulação da fase, para impulsos Gaussiano ($m=1$), Super-Gaussianos ($m=2$, $m=4$), após a propagação dos mesmos ao longo de uma distância $Z = L = L_{NL}$.

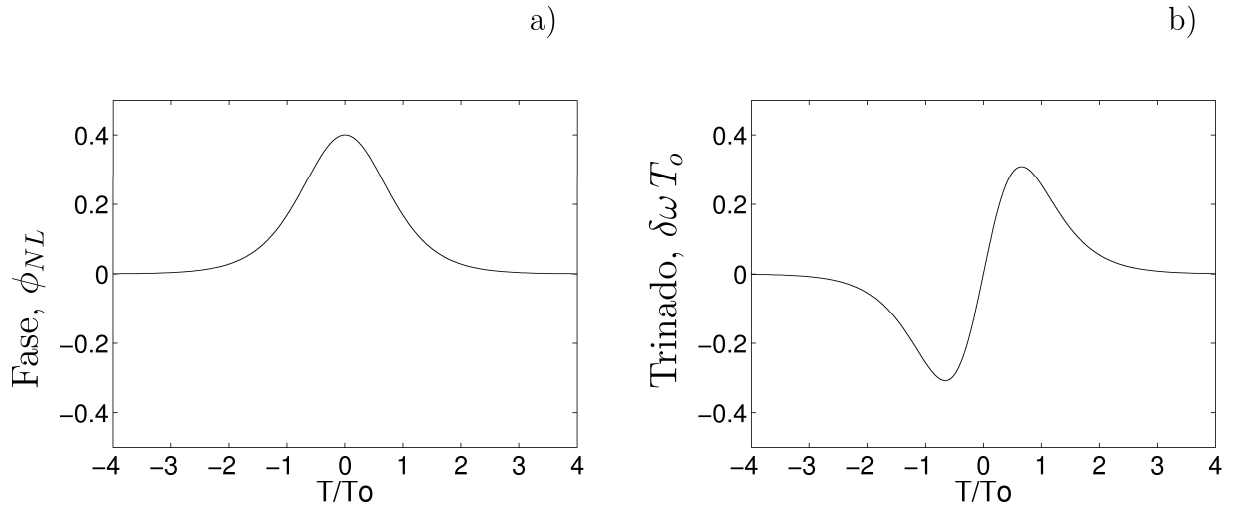


Figura 2.7: Variação temporal da fase, em a), e do trinado, em b), induzidos sobre um impulso secante hiperbólica, pela auto-modulação da fase, após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = L = 0.5 L_{NL}$.

É de particular importância considerar-se os efeitos da não-linearidade sobre um impulso do tipo secante hiperbólica, tal como se referiu anteriormente com relação aos efeitos da dispersão.

Na figura 2.7 estão representados graficamente a fase e o trinado induzidos, pela auto-modulação da fase, sobre um impulso do tipo secante hiperbólica, após a sua

propagação ao longo de uma distância $Z = L = 0.5 L_{NL}$. Pode verificar-se que, quer a fase quer o trinado apresentam características bastante semelhantes às apresentados pelo impulso gaussiano devido a este mesmo efeito. Assim, pode verificar-se que o declive do trinado é positivo e aproximadamente linear na região central do impulso.

2.4.2 Variação espectral dos impulsos

O espectro de um dado impulso depende não só da sua forma, como também do trinado inicial do mesmo. Pelas figuras 2.8 e 2.9 pode verificar-se que o alargamento espectral é acompanhado por uma modulação do espectro (estrutura oscilatória), sendo esta mais evidente no caso dos impulsos gaussiano e secante hiperbólica, sendo os respectivos picos exteriores mais intensos.

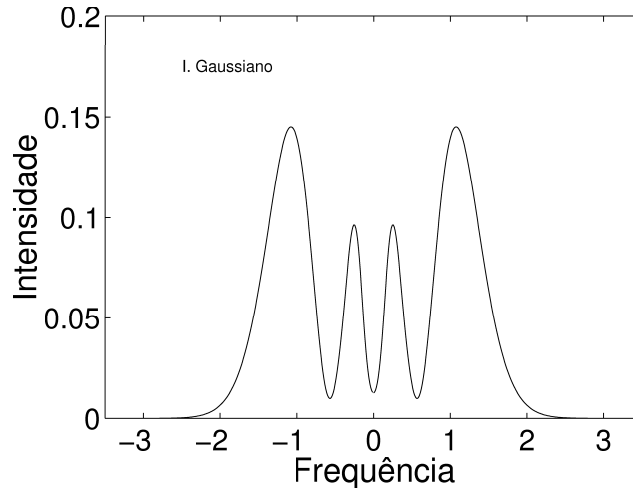


Figura 2.8: Alargamento espectral de um impulso Gaussiano, sem trinado inicial, devido à auto-modulação da fase, após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = L = 11 L_{NL}$. (A frequência foi normalizada pela largura T_o).

A figura 2.8 representa o espectro de um impulso gaussiano, após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = L = 11 L_{NL}$. Este espectro apresenta uma estrutura multi-pico bastante semelhante ao obtido experimentalmente por *Stolen et al* em 1978.

A origem da estrutura é atribuída, à dependência temporal do trinado induzido pela auto-modulação da fase. Pode verificar-se pela figura 2.6 que o mesmo valor do trinado ocorre para dois valores distintos de t , i.e., o impulso apresenta a mesma frequência instantânea em dois pontos distintos. Tal facto pode ser interpretado, qualitativamente, como a coexistência de duas ondas com a mesma frequência e fases distintas, podendo

as mesmas interferirem destrutiva ou construtivamente consoante a sua fase relativa. A estrutura multi-pico é o resultado desta interferência (Shimizu, 1967).

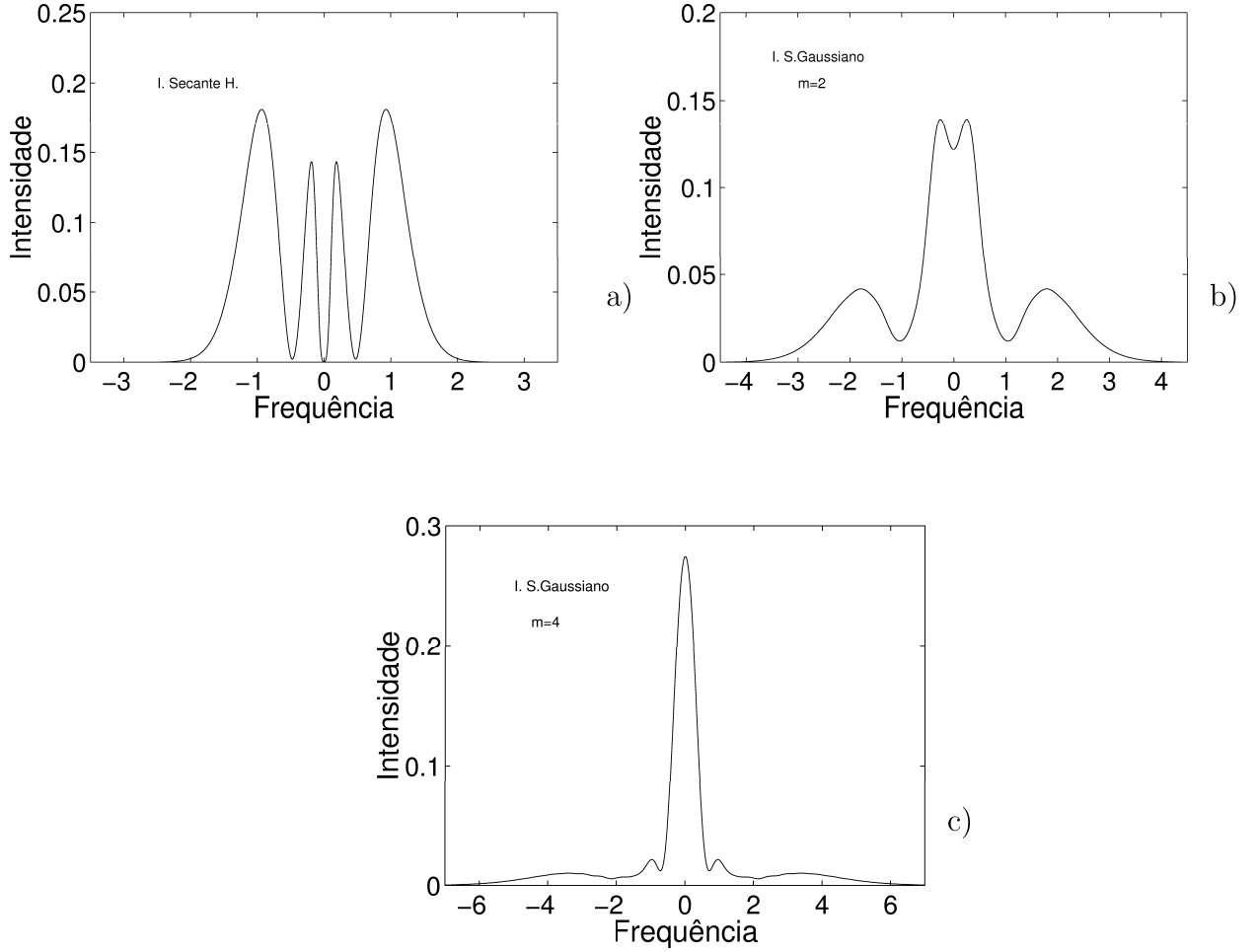


Figura 2.9: Alargamento espectral de impulsos secante hiperbólica, e Super-Gaussianos ($m=2$ e $m=4$), sem trinado inicial, devido à auto-modulação da fase, após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = L = 11 L_{NL}$. Estes resultados foram obtidos por resolução numérica da NLSE. (A frequência foi normalizada pela largura T_o)

Na figura 2.9 podem observar-se os espectros dos impulsos a) secante hiperbólica e b) e c) super-gaussianos ($m=2$, $m=4$), após a sua propagação ao longo de uma distância $Z = L = 11 L_{NL}$. O espectro do impulso secante hiperbólica revela que a sua gama espectral, bem como a sua estrutura multi-pico apresentam um grau de semelhança elevado ao do impulso gaussiano (2.8), observando-se, no entanto, uma maior concentração de energia nos picos centrais.

Por outro lado, e, contrastando com os casos antes apresentados, a gama espectral dos impulsos super-gaussianos ($m=2$, $m=4$) é mais vasta, embora a energia esteja mais concentrada junto do pico central. Estas características acentuam-se para maiores valores de m . Para estes impulsos, tal como se pode observar a partir das figuras 2.6 a) e b), o trinado é aproximadamente nulo na região central, em virtude da intensidade destes impulsos ser aproximadamente uniforme na mesma região ($|T| < T_o$). O trinado ocorre principalmente junto à frente e traseira do impulso, sendo a sua duração temporal pequena, pelo que a energia se concentra principalmente junto ao pico central.

2.4.3 Efeito do trinado inicial sobre os impulsos

Na figura 2.10 está representada a propagação de um impulso gaussiano, o qual foi inicialmente trinado, linearmente, em a) positivamente ($C > 0$) e em b) negativamente ($C < 0$).

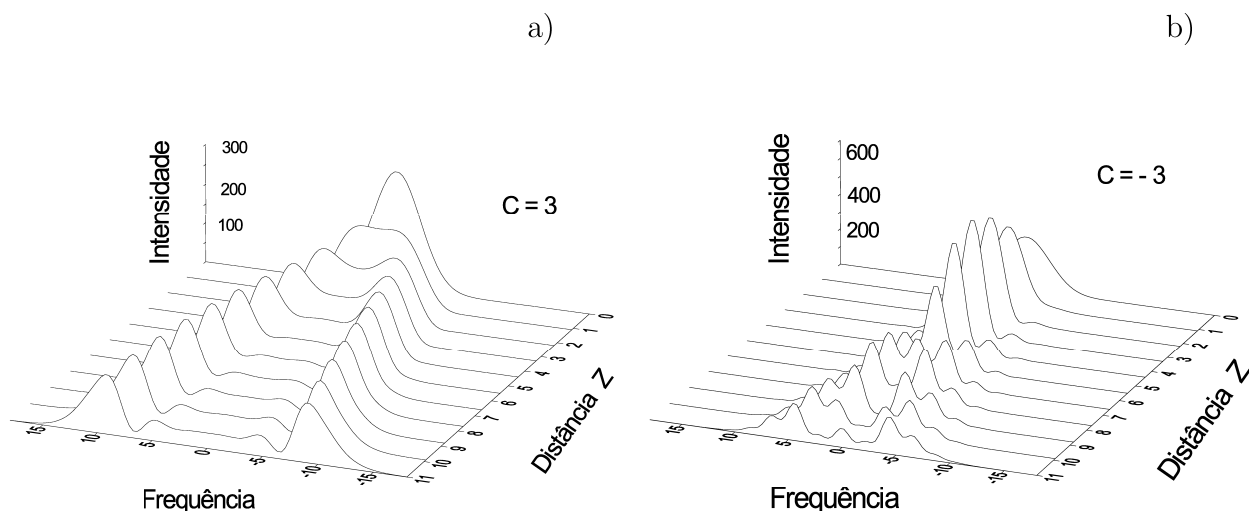


Figura 2.10: Evolução espectral de impulsos Gaussianos inicialmente trinados, a) positivamente e b) negativamente, sob os efeitos da auto-modulação da fase. Os valores indicados referem-se à frequência angular. (A frequência foi normalizada pela largura T_o).

Pode verificar-se pela figura 2.10 a), que o efeito do trinado inicial é o de alargar o espectro mais rapidamente do que seria de esperar se o impulso não fosse inicialmente trinado, i.e., adianta o efeito da SPM. De modo análogo, e pela figura 2.10 b), pode verificar-se que, dado que o trinado inicial e o imposto pela SPM, têm sinais contrários, observa-se uma compressão inicial do espectro, antes dos efeitos da SPM dominarem, i.e., atrasa o efeito da SPM.

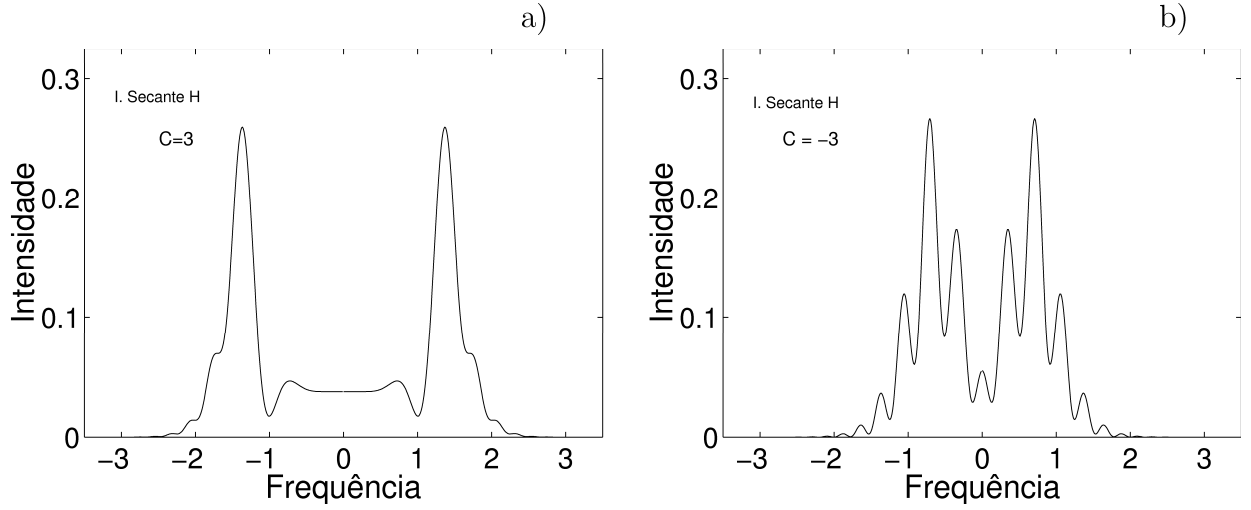


Figura 2.11: Alargamento espectral de dois impulsos secante hiperbólica, inicialmente trinados, a) positivamente e b) negativamente sob os efeitos da auto-modulação da fase. (A frequência foi normalizada pela largura T_o)

De outro modo, no primeiro caso ambas as frequências instantâneas, impostas pela SPM e pelo trinado inicial, são positivas, pelo que os efeitos da SPM, são reforçados; no segundo caso as frequências instantâneas devidas a estes dois efeitos têm sinal contrário, pelo que os efeitos da SPM são atenuados. De salientar que esta discussão aplica-se sobretudo à região central do impulso, onde o trinado devido à SPM é aproximadamente linear e positivo.

Na figura 2.11 encontra-se representado o espectro de um impulso secante hiperbólica, inicialmente trinado linearmente, após a sua propagação ao longo de 11 distâncias normalizadas. O impulso foi inicialmente trinado em a) positivamente ($C > 0$) e em b) negativamente ($C < 0$). O comportamento exibido, em qualquer dos casos é bastante idêntico ao do impulso gaussiano.

Na figura 2.12 estão representados os espectros de dois impulsos super-gaussianos, $m = 2, m = 4$, os quais foram inicialmente trinados linearmente, em a) e c) positivamente ($C > 0$) e, em b) e d) negativamente ($C < 0$), respectivamente, após a propagação ao longo de 11 distâncias normalizadas. Pode verificar-se que, no caso do trinado positivo, a largura espectral é, para ambos os impulsos, superior ao caso em que o trinado inicial é nulo, observando-se o contrário no caso do trinado inicial negativo, embora a energia esteja concentrada maioritariamente junto ao pico central, característica deste tipo de impulsos. Assim, estes resultados corroboram o que se observou para o impulso gaussiano.

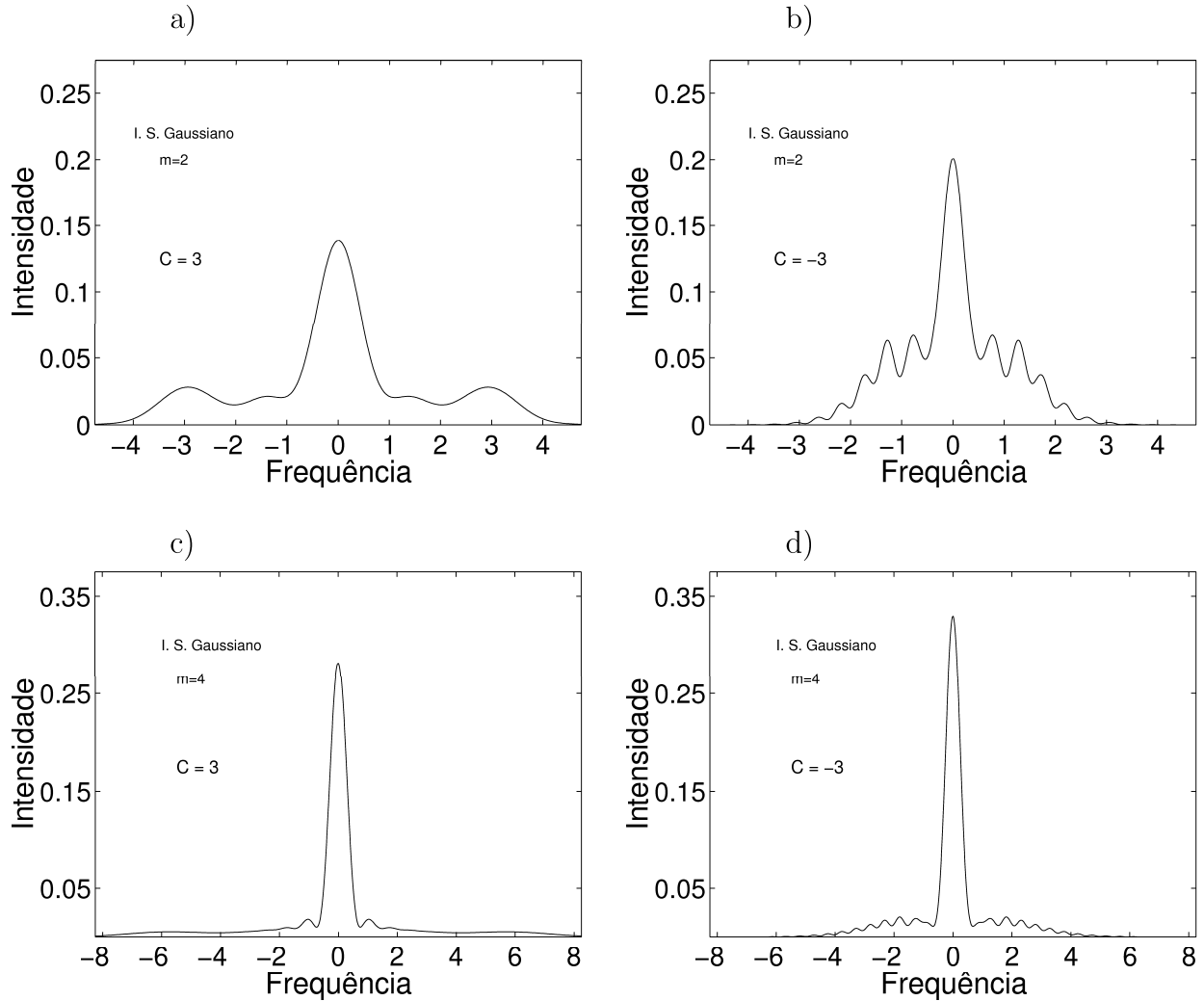


Figura 2.12: Alargamento espectral de impulsos Super Gaussiano para $m=2$ e $m=4$, respectivamente, inicialmente trinados, a) e c) positivamente e, b) e d) negativamente, sob os efeitos da auto-modulação da fase. (A frequência foi normalizada pela largura T_o).

2.5 Propagação de impulsos sob a acção conjunta da dispersão da velocidade de grupo e da auto-modulação da fase

À medida que os impulsos se tornam mais estreitos e o comprimento de dispersão se torna comparável ao comprimento da fibra, torna-se necessário considerar os efeitos conjugados da dispersão e da não-linearidade. Tal como se referiu anteriormente, (secção 2.2), a cooperação destes dois mecanismos físicos pode conduzir, por exemplo:

- i) à compressão de impulsos, no regime de dispersão normal;
- ii) à formação e propagação de solitões ópticos, no regime de dispersão anómalo.

2.5.1 A formação de solitões

Quando se consideram ambos os efeitos, nomeadamente, da dispersão da velocidade de grupo e da auto-modulação da fase, a equação que governa a propagação dos impulsos numa fibra óptica é a equação (2.4). Esta equação pode tomar a seguinte forma:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - N^2 |U|^2 U \quad (2.30)$$

sendo

$$z = \frac{Z}{L_D} \quad (2.31)$$

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_o T_o^2}{|\beta_2|} \quad (2.32)$$

O parâmetro N pode ser eliminado por introdução da seguinte variável:

$$u = NU \quad (2.33)$$

Então, a equação (2.30) toma a seguinte forma:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - |u|^2 u \quad (2.34)$$

tomando $\text{sgn}(\beta_2) = -1$ no regime de dispersão anómalo.

A partir da equação (2.30), pode verificar-se que N caracteriza a taxa relativa dos efeitos da auto-modulação da fase e da dispersão de grupo na propagação de um dado impulso ao longo da fibra. Deste modo tem-se que:

- i) se $N \ll 1$ os efeitos da dispersão predominam ($L_D \ll L_{NL}$);
- ii) se $N \gg 1$ os efeitos da não-linearidade predominam ($L_D \gg L_{NL}$).

Se $N=1$ ambos os efeitos são significativos e uma solução é o solitão fundamental. Tem-se então, para a potência de pico, necessária para suportar o solitão fundamental:

$$P_o = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_o^2} \simeq \frac{3.11 |\beta_2|}{\gamma T_{FWHM}^2} \quad (2.35)$$

estando a largura a meia altura, T_{FWHM} , relacionada com a largura, pela seguinte expressão: $T_{FWHM} = 1.76 T_o$.

Para $\lambda = 1.55 \mu m$, para valores típicos das fibras de sílica comuns, $\gamma \simeq 3 W^{-1} km^{-1}$, $\beta_2 \simeq -20 ps^2 km^{-1}$, tem-se $P_o \sim 5 W$ para, $T_o = 1 ps$, reduzindo-se a $P_o \sim 50 mW$ para $T_o = 10 ps$. Este valor da potência pode ainda ser mais reduzido se forem empregues fibras com dispersão desviada, para as quais $\beta_2 \simeq -1 ps^2 km^{-1}$.

Seguidamente ilustrar-se-á, qualitativamente, os efeitos conjugados da dispersão (GVD) e da não-linearidade (SPM), no regime de dispersão anômalo. Considere-se uma fibra hipotética feita de pequenos segmentos, de dois tipos distintos e alternados entre si, tal como se ilustra na figura 2.13 (Yariv, 1997).

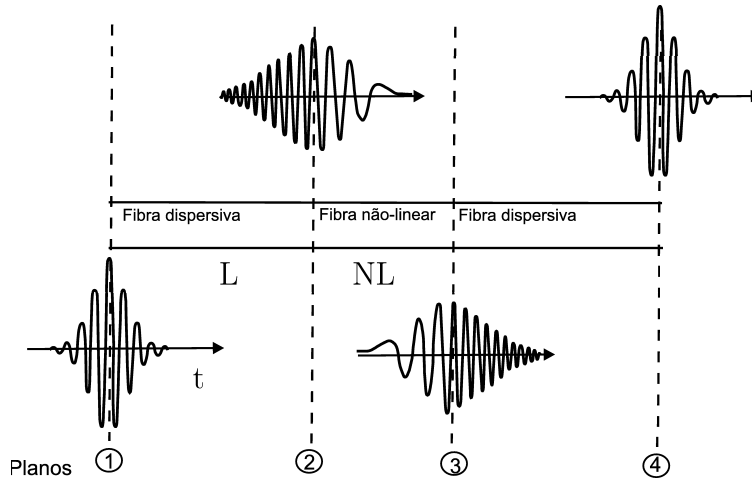


Figura 2.13: Propagação de um impulso sujeito aos efeitos da dispersão e da não-linearidade, respectivamente. (Adaptado da referência Yariv (1997)).

No primeiro segmento da fibra, o impulso inicial, plano 1, sofre apenas os efeitos da dispersão, e como consequência, alarga e adquire um dado trinado, plano 2; no

segmento seguinte, apenas sob os efeitos da não-linearidade, o trinado induzido pela SPM apresenta-se simétrico com relação ao devido apenas aos efeitos da dispersão, plano 3; e finalmente, no último segmento da fibra e apenas sob os efeitos da dispersão, o atraso nas altas frequências origina um impulso com a forma original e sem trinado, plano 4. De facto, é devido ao balanço entre estes dois efeitos que surgem os solitões.

2.5.2 Algumas soluções da NLSE

A equação de Schrödinger admite uma grande diversidade de soluções. Há também uma diversidade de métodos de integração, destacando-se o método da dispersão inversa (ISM) ². De referir também a transformada de Bäcklund e o método de Hirota. Das soluções destacam-se sobretudo as que descrevem a *instabilidade modulacional* (MI), i.e., soluções que descrevem o crescimento exponencial das perturbações sobrepostas a uma onda contínua. A *solução racional*, caso limite da solução que descreve a MI e a família de solitões com instabilidade de fundo. Admitem também *soluções periódicas*, por exemplo *ondas estacionárias periódicas*, assim como *soluções multi-soliton*. As soluções mais elaboradas podem ser representadas como uma sobreposição não-linear das mais simples (Akhmediev e Ankiewicz, 1997). A estrutura da sobreposição é definida pelo espectro dos resultados obtidos pela técnica da dispersão inversa. Uma descrição mais detalhada, quer dos métodos quer das soluções, pode encontrar-se, por exemplo, em Debnath (1997); Akhmediev e Ankiewicz (1997); A. Scott *et al* (1999).

De seguida apresentar-se-ão alguns resultados que se afiguram mais importantes para sistemas de comunicação por fibra óptica.

i) Geração de um trem de impulsos devido à Instabilidade Modulacional

Muitos sistemas não-lineares apresentam uma instabilidade que conduz à modulação de um estado estacionário devido à acção conjunta da não-linearidade e dos efeitos dispersivos. Este mecanismo físico é designado genericamente por *Instabilidade Modulacional*, e desde a década de 60 que tem sido estudado em diversos domínios tais como Mecânica dos Fluidos, Óptica Não-linear e Física dos Plasmas (Agrawal, 2001 a).

No âmbito da Óptica Não-linear é, por exemplo, o mecanismo base para a construção de alguns lasers de fibra (Honzatko *et al*, 2002).

A instabilidade modulacional de uma onda contínua, que se propaga numa fibra

²Inverse Scattering Method

óptica, no regime de dispersão anômalo, combinada com uma modulação em amplitude imposta externamente pode produzir um trem de solitões com diversas larguras ($50 - 1\text{ ps}$) e diversos períodos ($\leq 250\text{ ps}$) (Hasegawa, 1984). A MI contribuirá para a auto-inclinação dos impulsos, e a modulação aplicada externamente será responsável pela taxa de repetição.

Os resultados a seguir apresentados obtiveram-se por resolução numérica da equação (2.34).

É de esperar que uma onda contínua, $u = u_o$, ao propagar-se sob a influência de uma pequena perturbação em amplitude, para um comprimento de onda da mesma $> \lambda_c = \pi/u_o$, seja instável. Para ilustrar tal comportamento, resolveu-se a equação (2.34) para uma condição inicial do tipo:

$$u(0, t) = 1 + A_M \text{sen} \left(\frac{2\pi t}{t_M} \right) \quad (2.36)$$

Nas simulações efectuadas não se consideraram as perdas em virtude se pretender verificar apenas os resultados para a NLSE. No entanto, é de salientar que simulações realizadas com a inclusão deste efeito, não revelaram diferenças significativas de comportamento comparativamente ao caso anterior.

Na figura (2.14) estão representados os resultados das simulações, para a propagação ao longo de duas distâncias distintas, $z = 1.27$ e 1.74 , respectivamente para $A_M = 0.8$ e $t_M = 12$.

Pela figura (2.14) a) pode verificar-se que se forma uma sequência de impulsos, cuja largura será de $t_o \leq 1$, com uma frequência imposta pelo período inicial da modulação, t_M . Pela figura (2.14) b) pode verificar-se que, para uma maior distância de propagação, surge uma estrutura multi-pico. De referir que esta estrutura multi-pico não foi observada em (Hasegawa, 1984), embora o trem resultante apresente algumas semelhanças. Esta discrepância deve-se fundamentalmente a questões de índole numérica.

De modo geral, as simulações mostram que, por forma a se produzirem impulsos a curta distância, será conveniente usar-se um período de modulação curto e uma amplitude de modulação o mais elevada possível.

ii) Solução SOLITÃO FUNDAMENTAL

A solução 1-solitão designa-se deste modo em virtude da sua forma não variar durante a propagação. Esta solução foi encontrada pelo método da transformada inversa

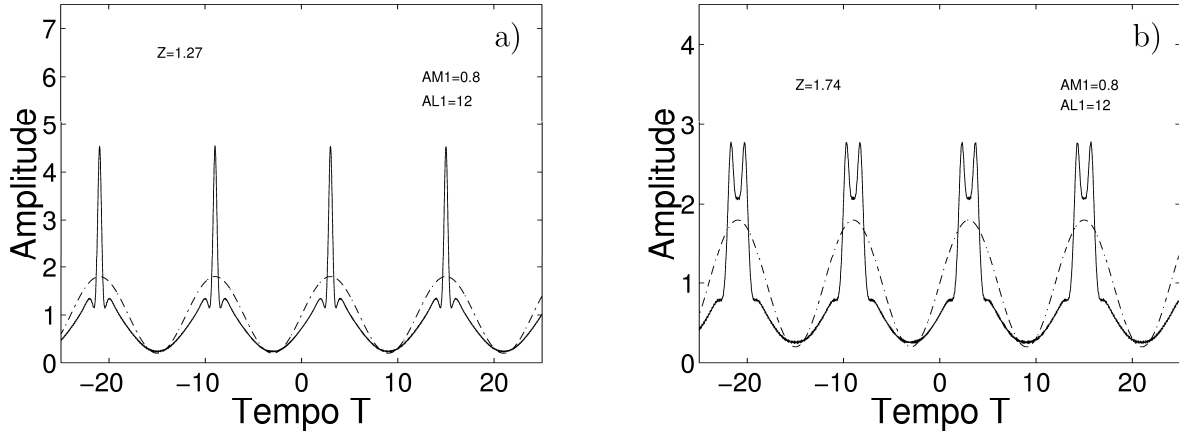


Figura 2.14: Perfis finais, a cheio, de uma modulação de uma onda contínua, após a sua propagação ao longo de 1.27 distâncias normalizadas em a), e de 1.74 distâncias normalizadas em b), respectivamente. Os perfis iniciais encontram-se representados a tracejado. $A_M = 0.8$ e $t_M = 12$.

(ISM), aplicado à NLSE por Zakharov e Shabat (1972). A expressão analítica desta solução toma a seguinte forma:

$$u(z, t) = \eta \operatorname{sech}[\eta(t - t_o + kz)] \exp[-ikt + \frac{i}{2}(\eta^2 - k^2)z + i\phi_o] \quad (2.37)$$

sendo η a amplitude, bem como o inverso da largura do solitão; k o inverso do desvio da velocidade de grupo, bem como o desvio em frequência da portadora ω_o . t_o e ϕ_o são constantes, representando t_o a posição e ϕ_o a fase inicial. Atendendo a que ϕ_o é um valor constante, este carece de significado físico, pelo que se poderá desprezar. Por outro lado, se a origem do tempo for escolhida de modo a que o valor máximo da amplitude ocorra a $t = 0$, quando $z = 0$, então $t_o = 0$.

Para uma escolha adequada da frequência da portadora, tem-se $k = 0$, e a solução analítica para o solitão fundamental toma a seguinte forma:

$$u(z, t) = \eta \operatorname{sech}[\eta t] \exp(i(\eta^2)z/2) \quad (2.38)$$

A forma canónica do solitão obtém-se considerando $u(0, 0) = 1$. Então, considerando $\eta = 1$, a expressão anterior toma a forma:

$$u(z, t) = \operatorname{sech}(t) \exp(iz/2) \quad (2.39)$$

Na figura 2.15 está representado a solução solitão fundamental. Em a) está representada a solução, obtida por resolução numérica da equação (2.34) com uma condição inicial $u = N \operatorname{sech}(t)$, com $N = 1$. Em b) está representada a evolução de um impulso rectangular para o solitão fundamental.

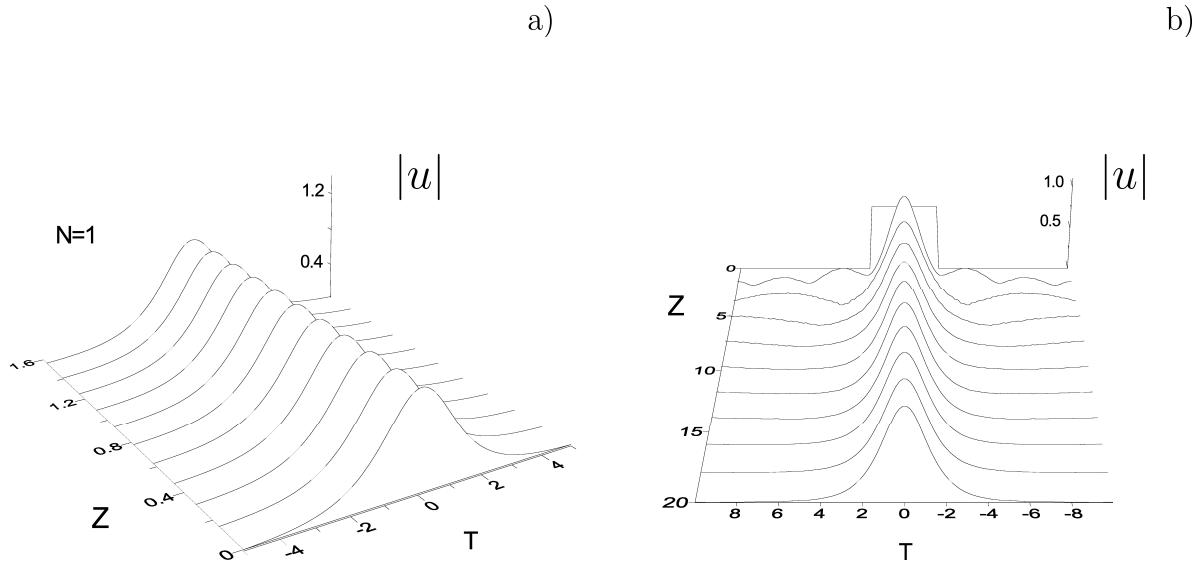


Figura 2.15: a) Solução numérica obtida para uma condição inicial da forma $u = N \operatorname{sech}(t)$, para $N = 1$. Esta solução corresponde ao solitão fundamental. b) Evolução de um impulso rectangular para o solitão fundamental. A amplitude e a largura do impulso inicial são 0.7625 e 4.

Para $N = 1$ a solução representa o solitão fundamental, em que o trinado induzido pela dispersão é compensado pelo trinado induzido pela auto-modulação da fase. Esta solução oferece bastante interesse para os sistemas de comunicação ópticos. De facto como se pode verificar a partir da figura 2.15 a), o perfil do impulso conserva-se durante a propagação, tornando a sua detecção mais acessível. Por este facto é importante caracterizar-se a evolução de impulsos do tipo $u = N \operatorname{sech}(t)$, tomando o N quaisquer valores. Tal caracterização pode encontrar-se, por exemplo, na referência Kajzar (1998). Em geral, sabe-se que para $0.5 \lesssim N \lesssim 1.5$ o impulso tende a evoluir para o solitão fundamental.

Pela figura 2.15 b) pode observar-se a evolução de um impulso rectangular para o solitão fundamental. Pode verificar-se que tal evolução é acompanhada da emissão de radiação até o impulso adquirir um perfil idêntico ao do solitão fundamental. Neste caso particular o valor de pico da amplitude, do impulso estacionário, é 1.1, valor ligeiramente superior ao do solitão fundamental. Simulações realizadas, com impulsos rectangulares de amplitudes e larguras distintas, mostraram que a evolução para o solitão fundamental depende da energia inicial do impulso.

iii) Solução DOIS-SOLITÕES

A solução dois solitões, foi encontrada por recurso à transformada de Darboux, encontrando-se a descrição do método em Akhmediev e Ankiewicz (1993). Considerando-se a amplitude de ambos os impulsos igual, $\eta_1 = \eta_2 = \eta$, e, a velocidade dos mesmos simétrica, $k_1 = -k_2 = k$, toma a seguinte forma (Akhmediev e Ankiewicz, 1997):

$$u(z, t) = -8ik\eta \frac{A + iB}{D} \exp[-2i(k^2 - \eta^2)z + i(\phi_1 + \phi_2)] \quad (2.40)$$

sendo,

$$\begin{aligned} A &= \cosh(4k\eta z)[k \cosh(2\eta t)\cos(2kt + \Delta\phi) - \eta \sinh(2\eta t)\sin(2kt + \Delta\phi)] \\ B &= \sinh(4k\eta z)[k \sinh(2\eta t)\sin(2kt + \Delta\phi) + \eta \cosh(2\eta t)\cos(2kt + \Delta\phi)] \\ D &= k^2 \cosh(4\eta t) + (k^2 + \eta^2) \cosh(8k\eta z) - \eta^2 \cos(4kt + 2\Delta\phi) \\ 2\Delta\phi &= 2(\phi_1 - \phi_2) \end{aligned} \quad (2.41)$$

$2\Delta\phi$ é a diferença de fase entre os dois solitões.

Na figura 2.16 está representada a solução dois solitões, para o caso referido acima, obtida por resolução numérica da NLSE. Considerou-se $k = 0.25$, $\eta = 0.1$ e $\Delta\phi = 0$, tendo a respectiva condição inicial sido obtida a partir da solução analítica para $z = -60$. Pode verificar-se que após a colisão os solitões recuperam as suas formas e velocidades iniciais. Esta colisão elástica só se verifica para solitões e permite distingui-los das ondas solitárias. Por exemplo, as ondas solitárias ao colidirem podem fundir-se.

'BREATHERS'

Um caso particular da solução dois solitões, é o caso em que as velocidades de

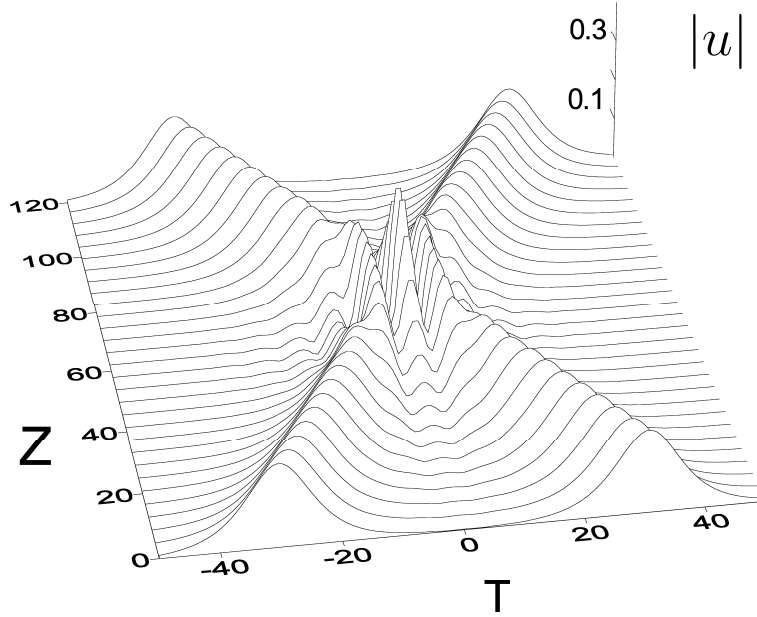


Figura 2.16: Colisão de dois solitões com amplitudes iguais e diferença de fase nula. Estes resultados foram obtidos por resolução numérica da equação NLSE, com uma condição inicial construída a partir da solução analítica. A condição inicial foi construída a partir das equações (2.40) e (2.41) para $z=-60$.

ambos, em relação a um referencial que se move à velocidade de grupo, são nulas, e os mesmos se sobrepõem para $z = 0$, i.e., $t_{01} = t_{02} = 0$:

$$u(z, t) = \frac{4i(\eta_2^2 - \eta_1^2)[\eta_1 \cosh(2\eta_2 t) \exp(2i\eta_1^2 z) - \eta_2 \cosh(2\eta_1 t) \exp(2i\eta_2^2 z)]}{(\eta_1 - \eta_2)^2 C_+ + (\eta_1 + \eta_2)^2 C_- - 4\eta_1 \eta_2 \cos \phi} \quad (2.42)$$

sendo $C_{\pm} = \cosh[2(\eta_2 \pm \eta_1)t]$ e $\phi = 2(\eta_2^2 - \eta_1^2)z$.

Esta solução traduz a interacção periódica entre dois solitões. O período do batimento é de $\pi/(\eta_2^2 - \eta_1^2)$ (a frequência toma o valor $(\eta_2^2 - \eta_1^2)$).

Esta solução admite amplitudes arbitrárias η_1 e η_2 , excepto se ambas forem iguais.

Deste modo, tem-se:

i) se η_1 e η_2 tomarem valores próximos a solução descreve a atracção periódica entre dois impulsos separados um do outro. A separação máxima permitida é $\simeq 2\ln[1/((\eta_2^2 - \eta_1^2))]$ uma representação desta solução, obtida para $\eta_1 = 0.5$ e $\eta_2 = 0.54$ por resolução numérica da NLSE, está representada na figura (2.17) a).

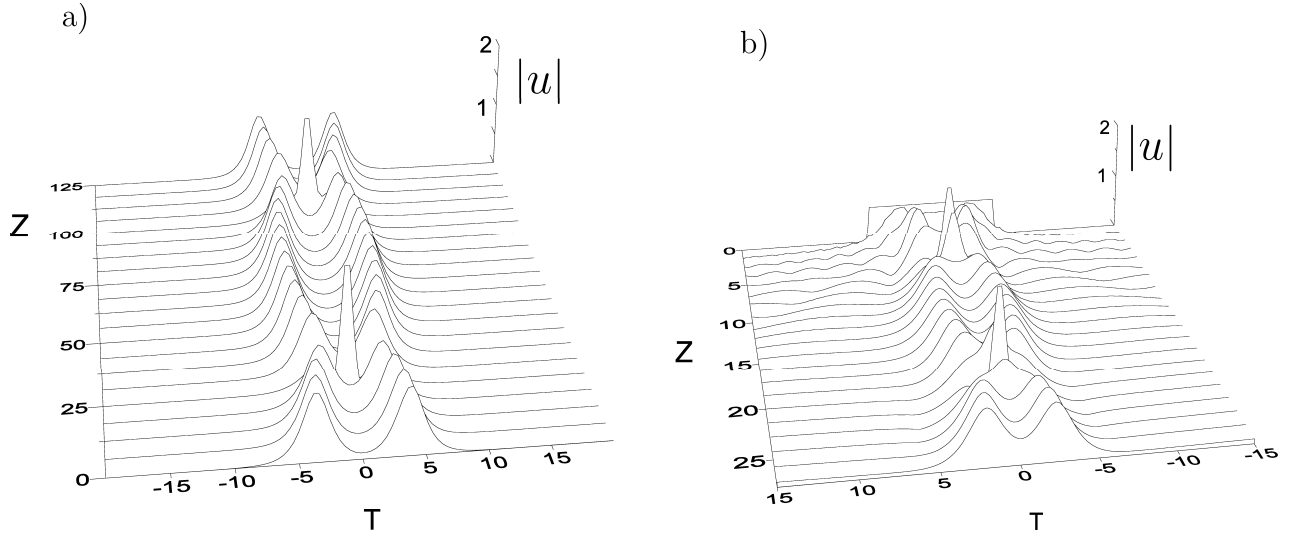


Figura 2.17: a) A solução dois-solitões, para $\eta_1 = 0.5$ e $\eta_2 = 0.54$. Estes resultados foram obtidos por resolução numérica da NLSE, com uma condição inicial construída a partir da solução analítica. b) Evolução de um impulso rectangular, com uma largura inicial de 10 e uma amplitude inicial de 0.7.

Na figura (2.17) b) pode observar-se a evolução de um impulso rectangular, bastante largo, para a solução dois solitões com atracção periódica. Neste caso a energia do impulso inicial é suficientemente elevada para permitir a formação de dois solitões. Neste caso o período da interacção é de ≈ 15 .

ii) se $\eta_1 = \eta_2$, a solução degenera. Os dois impulsos divergem após a colisão, tendendo o período para o infinito.

iii) se $\eta_1 = 1/2$ e $\eta_2 = 3/2$ a solução toma a seguinte forma (Satsuma e Yajima, 1974):

$$u(z, t) = 4 \frac{\cosh(3t) + 3 \cosh(t) \exp(4iz)}{\cosh(4t) + 4 \cosh(2t) + 3 \cos(4z)} \exp(iz/2) \quad (2.43)$$

Solitões deste tipo foram observados experimentalmente em fibras ópticas e guias de ondas planas (Akhmediev e Ankiewicz, 1997).

De modo geral, uma solução N-soliton ('breather's' de ordem elevada), cujos impulsos constituintes têm amplitudes dadas por $\eta_i = (2i - 1)/2$ para $i = 1, \dots, N$, possui a

forma $u(0, t) = N \operatorname{sech}(t)$ quando $z = 0$. Estas soluções apresentam uma periodicidade igual a $\pi/2$, e foram também obtidas por Satsuma e Yajima (1974).

Na figura 2.18 apresentam-se as soluções numéricas obtidas para uma condição inicial da forma $u = N \operatorname{sech}(t)$, em a) para $N = 2$, em b) $N = 3$.

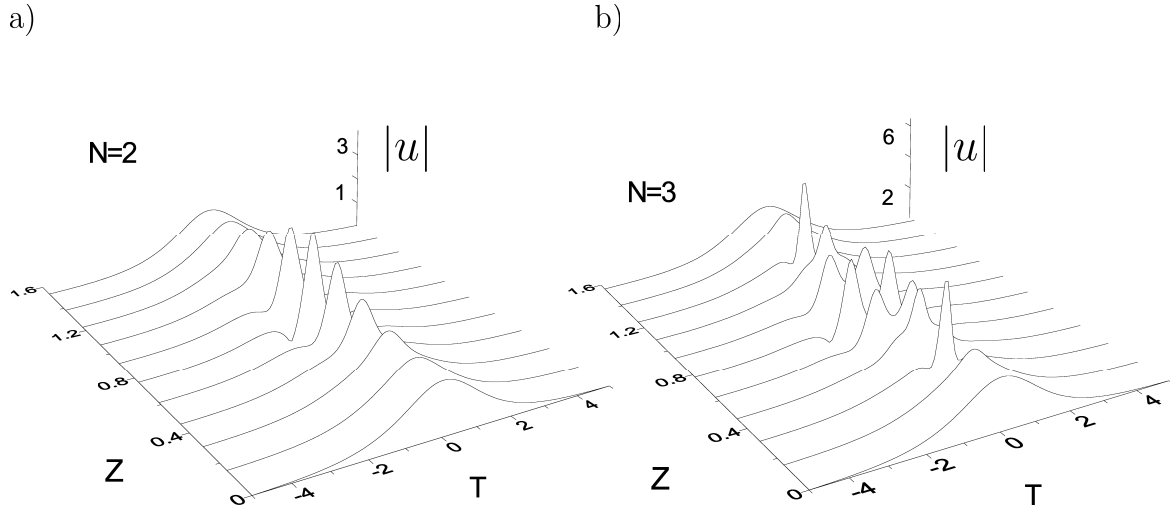


Figura 2.18: Soluções numéricas obtidas para uma condição inicial da forma $\psi = N \operatorname{sech}(t)$, para $N = 2$ e $N = 3$. Para $N=2$ corresponde à solução encontrada por Satsuma e Yajima (1974).

O caso $N=2$ corresponde à solução dois solitões encontrada por Satsuma e Yajima (1974), a solução 'breather'. Pode observar-se que, à medida que N aumenta, o perfil da amplitude apresenta uma estrutura multi-pico, com um número máximo de picos igual a $N - 1$, no período $\pi/2$.

A evolução dos solitões de ordem mais elevada, pode ser interpretada com base nos efeitos conjugados da GVD e da SPM. No caso do solitão fundamental, ($N = 1$), o trinado induzido pela GVD é compensado pelo trinado induzido pela SPM, pelo que, quer a forma e quer o espectro do impulso permanecem inalterados. No caso dos solitões de ordem mais elevada, ($N \neq 1$), no início da propagação os efeitos da SPM predominam sob os efeitos da GVD, devido ao facto da amplitude ser mais elevada do que a do solitão fundamental. Como consequência os impulsos sofrem uma compressão devido à GVD, em virtude de estarem trinados positivamente. Quando a amplitude atinge o seu valor máximo, situação de compressão máxima, os efeitos da dispersão superam os da não-linearidade e o impulso poderá recuperar a sua forma inicial, no caso de $N=2$. Para $N > 2$ o impulso apresenta uma estrutura multi-pico devido

a interacção dos solitões constituintes, que embora se movam à mesma velocidade, apresentam fases distintas ao longo da propagação. Como se referiu, o impulso só recupera a forma original para uma distância igual a $\pi/2$.

A compressão dos impulsos de ordem elevada em certas posições é usada como técnica de compressão de impulsos.

2.5.3 Efeito das perdas de energia na fibra

Um dos factores limitativos do desempenho dos sistemas de comunicação por fibra óptica é a atenuação do sinal devido a perdas de energia na fibra.

A propagação de impulsos na presença da GVD, da SPM, e das perdas de energia é governada pela equação (A.54) deduzida no Apêndice A. Considerando a normalização das variáveis, introduzida através das equações (2.2), (2.3), (2.31), (2.32) e (2.33), a equação pode escrever-se na seguinte forma:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u = - \frac{i}{2} \Gamma u \quad (2.44)$$

sendo Γ a taxa de perdas normalizada, dada por:

$$\Gamma = \alpha L_D \quad (2.45)$$

e α é o parâmetro de atenuação, que mede as perdas na fibra por unidade de comprimento. A atenuação em geral é medida em dB/km .

Assim, se P_o for a potência inicial do sinal, a potência do sinal após uma propagação do sinal ao longo da distância L , P_T , é dada por,

$$P_T = P_o \exp(-\alpha L) \quad (2.46)$$

sendo α o parâmetro de atenuação, ou a atenuação, que mede as perdas na fibra.

A atenuação relaciona-se com α pela seguinte expressão:

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log_{10} \left(\frac{P_T}{P_o} \right) = 4.343 \alpha \quad (2.47)$$

As perdas de energia nas fibras de sílica, dependem do comprimento de onda da radiação. Tomam um valor mínimo de $\sim 0.2 \text{ dB/km}$ para $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$. As perdas mais significativas devem-se principalmente à dispersão de Rayleigh, à absorção pelo material e à dispersão devido à contaminação por iões OH^- , à junção entre fibras, ao encurvamento, a imperfeições, e à inserção de outros componentes tais como lasers e acopladores.

A fim de se ilustrar o efeito das perdas de energia sobre a propagação de impulsos, na presença da GVD e da SPM, resolveu-se numericamente a equação (2.44), para uma condição inicial do tipo $\text{sech}(t)$. Na figura (2.19) estão representados os resultados da simulação, para $\Gamma = 0.1$, para uma propagação ao longo de 15 distâncias normalizadas.

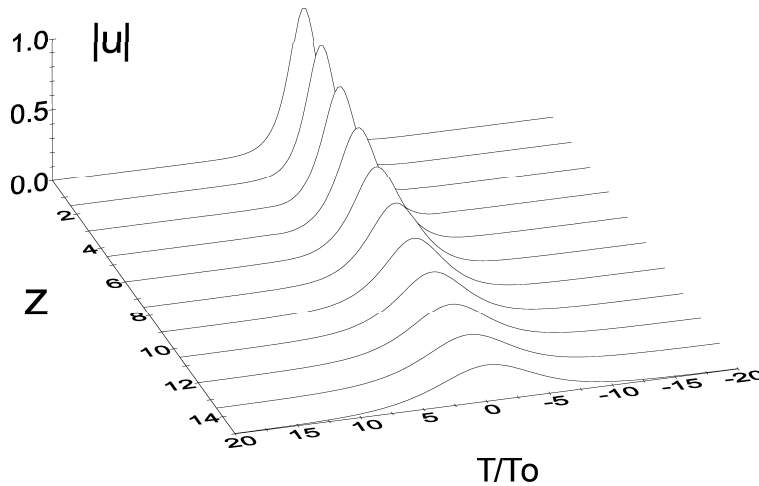


Figura 2.19: Evolução da amplitude de um impulso $\text{sech}(t)$ sujeito a perdas de energia durante a sua propagação. Considerou-se $\Gamma = 0.1$.

Pela figura (2.19) pode verificar-se que o impulso, à medida que se propaga, sofre um alargamento bem como um decréscimo no valor de pico da sua amplitude.

Como se verificou anteriormente, o solitão resulta do balanço entre a não-linearidade (SPM) e a dispersão (GVD). Devido às perdas de energia na fibra o valor de pico da amplitude do impulso reduz-se, e este balanço quebra-se. Como consequência os efeitos da dispersão predominam sobre os efeitos da não-linearidade, e o impulso ao propagar-se alarga.

A fim de se restaurar o balanço entre a dispersão e a não-linearidade, são de referir, por exemplo, as fibras com dispersão decrescente (DDF), para as quais a GVD decresce

de tal forma que compensa a redução da SPM sofrida pelo solitão ao longo da fibra, devido às perdas de energia.

2.6 Conclusão

Neste capítulo estudou-se a propagação de impulsos em fibras ópticas ideais.

Estudou-se a propagação de impulsos com perfis iniciais distintos, apenas sob a acção da GVD. Considerou-se também o efeito de um trinado inicial sobre a propagação desses impulsos. Verificou-se que a GVD determina um alargamento temporal dos impulsos.

Caracterizou-se a propagação dos impulsos apenas sob a acção da SPM. Verificou-se que a SPM determina um alargamento espectral.

O solitão surge como uma entidade que se propaga sob a acção conjunta dos dois efeitos, mantendo a sua forma inalterada.

Por fim, apresentaram-se algumas soluções da NLSE, bem como alguns resultados.

Verificou-se também que os impulsos rectangulares ao propagarem-se tendem a evoluir para uma dada solução analítica do sistema, podendo o estado final diferir em função da energia do impulso inicial, bem como da sua extensão temporal.

Capítulo 3

Propagação de Impulsos com Ganho Linear e Filtragem

3.1 Introdução

A fim de se ultrapassar as limitações impostas pela atenuação ao longo da linha de transmissão, há necessidade de restaurar, periodicamente, a energia do sinal óptico. Tradicionalmente inseriam-se periodicamente repetidores optoelectrónicos, nos quais o sinal óptico era convertido num sinal eléctrico, sendo este posteriormente regenerado e convertido novamente em sinal óptico. No entanto, além de limitarem a capacidade dos sistemas estes repetidores optoelectrónicos apresentavam-se dispendiosos e complexos para sistemas ópticos multi-canal. Estes problemas foram ultrapassados com o advento de amplificadores ópticos, nos quais o sinal é regenerado sem haver necessidade da sua conversão num sinal eléctrico. A sua utilização em sistemas de comunicação por fibra óptica encontra-se bastante difundida desde a década de 90, sendo os amplificadores de fibra dopada com érbio os mais comuns, nos sistemas que operam no comprimento de onda $1.55\ \mu m$, no entanto para sistemas de comunicação a operar a $1.3\ \mu m$ usam-se amplificadores de semicondutores.

Contudo o processo de amplificação é acompanhado pela emissão de ruído. Após várias etapas de amplificação o ruído torna-se significativo, afectando os parâmetros do solitão, e em particular induz flutuações na frequência, sendo o principal mecanismo responsável pelo aparecimento de *jitter temporal*.

A fim de se ultrapassar esta limitação foram propostas entre outras técnicas, a filtração óptica, por filtros fixos (Mecozzi *et al*, 1991) e por filtros de frequência deslizante (Mollenauer *et al*, 1992).

3.2 O Jitter Temporal

Uma vez compensadas as perdas de energia sofridas pelos impulsos, poder-se-á colocar a questão sobre a qual ou quais os factores que poderão afectar a distância total de transmissão de um dado sistema de comunicações por solitões. A resposta é dada pelo *jitter temporal*.

Um sistema de comunicações é eficiente se um dado solitão chegar ao receptor dentro da janela de *bit* que lhe está atribuída. Há no entanto diversos mecanismos que podem afectar a posição do solitão, nomeadamente (Agrawal, 2002): o efeito de Gordon-Haus, a geração de ondas acústicas, a dispersão dos modos da polarização e a interacção entre solitões.

3.2.1 O Jitter de Gordon-Haus

Os amplificadores ópticos, além de proporcionarem a amplificação dos impulsos, afectam a eficiência do sistema, adicionando ao impulso ruído devido à *emissão espontânea amplificada*. Este ruído vai afectar os parâmetros do solitão, nomeadamente a posição temporal, a fase, a amplitude e a frequência do solitão amplificado.

As flutuações da amplitude degradam a taxa de sinal-ruído (SNR) da corrente binária dos impulsos. Esta característica, ainda que indesejável, não é o factor mais limitativo.

As flutuações da frequência afectam, de modo mais severo, a eficiência do sistema em virtude de induzirem *jitter* temporal. Com efeito, da equação (2.37), pode verificar-se que, para o solitão fundamental, uma variação na frequência do solitão k , afecta a velocidade de grupo, i.e., a velocidade à qual o solitão se propaga na fibra. Assim, devido às flutuações da frequência, solitões consecutivos de uma dada corrente binária podem viajar a velocidades distintas. O tempo de viagem num dado troço da fibra torna-se assim aleatório. Este tipo de *jitter* temporal, devido a flutuações de frequência, é habitualmente designado por *jitter temporal de Gordon-Haus* (Gordon e Haus, 1986; Marcuse, 1992).

De facto, Gordon e Haus (1986) mostraram analiticamente que um solitão óptico, na presença de perdas na fibra compensadas por amplificação óptica, não se podia propagar numa distância ilimitada, em concordância com o previsto por Hasegawa, em 1983. Tal devia-se aos efeitos causados pelo ruído de emissão espontânea dos amplificadores. Estes autores mostraram que o tempo de chegada do solitão é uma variável aleatória cuja variância apresenta uma dependência cúbica da distância percorrida.

Um dado impulso, ao propagar-se, pode estar sujeito a diversas perturbações, nomeadamente: o ruído dos amplificadores, a presença de outros solitões e filtros, moduladores ópticos, entre outras. A sua evolução pode então ser estudada por recurso à equação de Schrödinger Não-Linear (NLSE) perturbada:

$$i\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u = \epsilon P(u) \quad (3.1)$$

sendo $P(u)$ uma função de u . Quando ϵ é pequeno, a evolução dos parâmetros do solitão, (ver equação (2.37)), pode ser feita com base numa teoria de perturbações.

Seja $n(z, t)$ o ruído aleatório, tomado complexo por forma a incluir as flutuações de amplitude e fase. Considerando-se apenas os efeitos do ruído, o termo de perturbação toma a seguinte forma:

$$\epsilon P(u) = i n(z, t) \exp(-i\omega t + i\phi) \quad (3.2)$$

Admite-se que o ruído é branco. Uma fonte de ruído branco, com uma banda suficientemente larga, excita todos os modos ortogonais de um dado sistema com energias médias iguais e com fases aleatórias não correlacionadas. Se a largura de banda do amplificador for superior à largura espectral dos solitões, então pode considerar-se o ruído branco (Gordon e Haus, 1986; Iannone *et al*, 1998).

Do ruído adicionado ao solitão à saída de cada amplificador, apenas o ruído cujo comprimento de onda e polarização são idênticos aos do solitão se propagar com este. Parte deste ruído perturba o solitão, sendo a restante parte convertida em radiação que se dissipa, (Facão, 1999). Assim, o seu valor médio é nulo e apresenta uma distribuição gaussiana, (Georges e Favre, 1993; Iannone *et al*, 1998).

Por recurso a uma teoria de perturbações Gordon e Haus (1986), e posteriormente Georges e Favre (1993), determinaram as variâncias das perturbações induzidas pelo ruído dos amplificadores, sobre os parâmetros que caracterizam o solitão, nomeadamente a amplitude, η , a frequência, κ , a posição temporal t , e a fase ϕ . Estas são expressas por:

$$\sigma^2_{\eta} = 2 \frac{n_{sp} F_G}{N_s} \quad (3.3)$$

$$\sigma^2_k = \frac{2}{3} \frac{n_{sp} F_G}{N_s} \quad (3.4)$$

$$\sigma^2_t = \frac{\pi^2}{6} \frac{n_{sp} F_G}{N_s} \quad (3.5)$$

$$\sigma^2_{\phi} = \frac{(\pi^2/6 + 2)}{3} \frac{n_{sp} F_G}{N_s} \quad (3.6)$$

Representando n_{sp} o *factor de emissão espontânea* ou o factor de inversão da população, dado por $n_{sp} = \frac{N_2}{N_2 - N_1}$. N_1 e N_2 representam as populações atómicas dos estados fundamental e excitado.

N_s , representa o número de fótons contido no solitão fundamental, dado por $N_s = 2 P_o T_o / \hbar \omega_o$.

F_G é uma função do ganho, que verifica a seguinte condição:

$$F_G / (G - 1) = (G - 1) / [G \ln(G)] \quad (3.7)$$

E representa a razão entre as energias do solitão à saída do amplificador e a média. Esta expressão pode ser simplificada.

Para uma fibra, de comprimento L , com N amplificadores inseridos periodicamente e espaçados entre si de L_A , se o ganho dos amplificadores, G , for ajustado de tal forma que compense exactamente as perdas ocorridas entre dois amplificadores consecutivos, tem-se:

$$G = \exp(\alpha L_A) \quad (3.8)$$

Se as perdas, entre amplificadores consecutivos, forem pequenas, então:

$$G - 1 \simeq \alpha L_A \quad (3.9)$$

Pela teoria das perturbações pode mostrar-se que o desvio da posição do solitão, entre dois amplificadores consecutivos e espaçados de z_A , é dado por:

$$\delta t_i = -\delta k_i z_A \quad (3.10)$$

Em virtude dos desvios aleatórios em frequência se acumularem de amplificador para amplificador, o jitter total, devido a uma série de N_A amplificadores, obtem-se pela soma das contribuições individuais:

$$\delta t = -z_A \sum_{p=1}^{N_A} \sum_{i=1}^p \delta k_i \quad (3.11)$$

Sendo δk_i o desvio em frequência devido ao i -ésimo amplificador.

No limite, para um elevado número de amplificadores, N_A a soma pode ser substituída por um integral, e a variância do jitter temporal toma o seguinte valor:

$$\begin{aligned} \sigma_{GH}^2 &= \langle \delta t^2 \rangle - \langle \delta t \rangle^2 \\ &= \frac{N_A^3 z_A^2}{3} \sigma_k^2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Atendendo a que $z_A = \frac{L_A}{L_D}$ e que o comprimento total da fibra, L , é dado por $L = N_A L_A = N_A z_A L_D$, a variância do jitter temporal toma a seguinte forma:

$$\sigma_{GH}^2 = \frac{\sigma_k^2}{3 L_D^2} \frac{L^3}{L_A} \quad (3.13)$$

Verifica-se assim, que as perturbações em frequência contribuem para o *jitter temporal*, aumentando este com o cubo da distância percorrida.

De seguida ilustrar-se-á como os desvios aleatórios em frequência, ou de modo similar, em velocidade, impõem um limite superior ao produto comprimento-taxa de débito binário, para um dado sistema de comunicações por solitões, afectando assim a eficácia do mesmo.

Um dado impulso deve chegar ao receptor na sua janela de bit, a fim de se proceder à sua identificação correcta. A fim de se cumprir esta condição o jitter temporal deve ser uma pequena fracção da largura da janela de bit. Tal pode ser traduzido pela seguinte condição:

$$\sigma_{GH} T_o < f_j / B \quad (3.14)$$

Nesta equação B representa o débito binário, e $(B^{-1}$ é a separação temporal entre *bits* consecutivos). f_j é a fracção da largura da janela de bit, onde o solitão se pode mover sem afectar a eficiência do sistema. Estas grandezas podem escrever-se em função dos parâmetros do sistema, assim, $B = (2 t_o T_o)^{-1}$, $N_s = 2 P_o T_o / (\hbar \omega_o)$ e $P_o = (\gamma L_D)^{-1}$.

Então a equação (3.14) toma a seguinte forma:

$$B L < \left(\frac{9 \pi f_j^2 L_A}{n_{sp} F_G t_o \lambda \gamma \mathcal{D}} \right)^{1/2} \quad (3.15)$$

Sendo \mathcal{D} o parâmetro de dispersão, introduzido no Apêndice A.

Considerando valores típicos, $f_j \sim 0.1$, $t_o = 6$, $\alpha = 0.2 \text{ dB/km}$, $\gamma = 3 \text{ W}^{-1}/\text{km}$, $\mathcal{D} = 1 \text{ ps}/(\text{km.nm})$, $n_{sp} = 2$, $L_A = 50 \text{ km}$ e $F_G = 3.518$. Para este conjunto de valores e para uma taxa de débito binário de 10 Gb/s , a distância de transmissão está limitada à distância de 4800 km .

De facto, desta análise, pode verificar-se que as perturbações induzidas à velocidade de grupo pelo ruído dos amplificadores, ao longo de uma dada linha de transmissão, impõe um limite superior à distância de transmissão para a qual o sistema se apresenta eficiente.

3.2.2 O Jitter Acústico

Um outro mecanismo que pode contribuir para o *jitter temporal* prende-se com a geração de ondas acústicas (Agrawal, 2002). Com efeito, o confinamento do campo óptico ao núcleo da fibra é responsável pela criação de um gradiente do campo na direcção radial da mesma. Em virtude das variações do campo induzirem variações de densidade geram-se ondas acústicas. Estas ondas acústicas podem causar variações no índice de refração da fibra com a duração aproximada de 2 ns . No caso de um sistema

de comunicações com um débito binário, $B = 10 \text{ Gb/s}$ por exemplo, o espaçamento temporal entre dois solitões consecutivos é de 0.1 ns , pelo que as ondas acústicas devidas a um único solitão podem afectar dezenas de solitões. Na prática a corrente binária consiste numa sequência aleatória de 1 e 0 *bits*, pelo que, uma variação na velocidade de grupo de um dado solitão depende da presença ou ausência de solitões na sua vizinhança. Deste modo, diferentes solitões adquirem velocidades ligeiramente diferentes, resultando *jitter temporal*.

O *jitter acústico* é, em geral, bastante inferior ao de Gordon-Haus, podendo, no entanto, tornar-se significativo se a dispersão da fibra for elevada. Sendo determinístico pode ser controlado.

3.2.3 A Dispersão dos Modos da Polarização

Num dado sistema de comunicações todos os impulsos são introduzidos na fibra com o mesmo estado de polarização linear. Em virtude de serem sujeitos a uma amplificação periódica, que é acompanhada da emissão de ruído, polarizado aleatoriamente, o seu estado de polarização torna-se também aleatório. Devido à birrefringência da fibra as duas componentes ortogonais da polarização viajam a velocidades ligeiramente diferentes, pelo que as flutuações da polarização conduzem também ao aparecimento de *jitter temporal*. Este fenómeno designa-se por *Dispersão dos Modos da Polarização* (PMD)

¹. Em geral, este efeito não é significativo para sistemas de comunicação por solitões, operando a ritmos de transmissão inferiores a $B = 10 \text{ Gb/s}$. Contudo para ritmos de transmissão superiores este efeito pode tornar-se significativo.

3.2.4 A Interacção entre Solitões

Por forma a maximizar-se a taxa de débito binário, os solitões são enviados bastante perto uns dos outros. As forças de atracção e de repulsão entre solitões dependem da sua separação, bem como da fase relativa. Assim, na ausência de ruído, um desvio da sua posição na janela de *bit* tem um cariz determinístico. No entanto, quer a fase quer a separação entre solitões consecutivos, sofrem flutuações devido à emissão de ruído no processo de amplificação. Estas flutuações têm como principal consequência a modificação das características do *jitter temporal de Gordon-Haus*. Por exemplo, a estatística gaussiana esperada, na ausência de interacção, deixa em geral de ser válida

¹PMD - em inglês *Polarization Mode Dispersion*

(N.Pinto *et al*, 1998). Dada a sua importância, a interacção entre solitões será alvo de estudo no capítulo 5 desta tese.

3.3 Propagação com ganho-linear e filtros fixos

3.3.1 A equação de propagação

Uma das técnicas de controlo do *jitter temporal*, e em particular do *jitter* de Gordon-Haus, tem sido a filtragem óptica, por recurso, por exemplo, ao dispositivo de Fabry-Perot ou a filtros de Butterworth. A largura de banda destes filtros é escolhida de modo a que cubra a largura espectral dos solitões mas bloqueie, tanto quanto possível, o ruído de emissão espontânea. A filtragem óptica por efeito da largura finita da curva de ganho $g(\omega)$, foi proposta por Kodama e Hasegawa (1992 b).

Considerando que a inserção dos amplificadores é feita periodicamente e estando estes espaçados entre si de L_A , tal que $L_A \ll L_D$, pode assumir-se o regime do solitão médio. Considerou-se também que a potência de pico do solitão médio é tal que os efeitos de saturação do ganho são desprezáveis.

Considerando uma expansão do ganho, $g(\omega)$, em torno da frequência portadora, ω_o , tem-se,

$$g(\omega) = g(\omega_o) + \frac{\partial g}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_o} (\omega - \omega_o) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega=\omega_o} (\omega - \omega_o)^2 + \dots \quad (3.16)$$

Considera-se que g , $\frac{\partial g}{\partial \omega}$, e $\frac{\partial^2 g}{\partial \omega^2}$ são parâmetros controláveis através da combinação das características dos amplificadores e dos filtros. Toma-se $\frac{\partial g}{\partial \omega} = 0$ quando $\omega = \omega_o$, o que corresponde à coincidência entre a frequência de pico da curva de ganho e a frequência portadora. Em Agrawal (1991) discutiram-se algumas implicações destes efeitos.

A fim de considerar o contributo do ganho, devido aos amplificadores, é conveniente substituir-se na equação (3.16) o factor $\omega - \omega_o$ pelo operador $i \frac{\partial}{\partial t}$. Se este resultado for inserido na equação de propagação (A.54), considerando-se o ganho como um ganho médio entre amplificadores consecutivos, esta última equação toma a seguinte forma:

$$i \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial Z} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial T^2} + \gamma |\mathbf{A}|^2 \mathbf{A} = -i \left(\frac{\alpha}{2} - g \right) \mathbf{A} - i \frac{g''}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial T^2} \quad (3.17)$$

Considerado-se a transformação de variáveis introduzida no capítulo 2, (secções 2.2 e 2.5) :

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{P_o}}{N} u & t &= \frac{T}{T_o} = \frac{\tau - Z/v_g}{T_o} \\ z &= \frac{Z}{L_D} & N^2 &= \frac{\gamma P_o T_o^2}{|\beta_2|} \end{aligned} \quad (3.18)$$

a equação (3.17) pode escrever-se do seguinte modo:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u = -i \left(\frac{\Gamma}{2} - G \right) u - i G'' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.19)$$

sendo $\Gamma = \alpha L_D$, $G = g L_D$ e $G'' = (1.763)^2 g'' L_D / 2 t_{FWHM}^2$, sendo g'' a 2ª derivada em ordem a ω .

Se o ganho do amplificador sobrecompensar as perdas de energia entre dois amplificadores consecutivos de uma quantidade δ , a equação (3.19) pode escrever-se do seguinte modo:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u = i \delta u + i \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.20)$$

sendo δ o excesso de ganho linear, i.e., a diferença entre o ganho médio do amplificador linear e as perdas na fibra, $(-\alpha/2 + g) L_D$ e β o parâmetro de filtragem, correspondendo ao valor médio de $G''(Z)$ sobre L_A .

3.3.2 Resultados da teoria das perturbações

A evolução dinâmica dos parâmetros que caracterizam um solitão que se propaga ao longo de uma distância z , nomeadamente a amplitude, η , e o desvio em frequência, k , sujeito a perturbações tais como perdas de energia, amplificação linear e filtragem óptica pode ser estudada a partir da solução 1-solitão, dada pela equação (2.37). Assim, a partir desta solução e considerando-se uma perturbação do tipo:

$$\epsilon P(u) = i \delta u + i \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.21)$$

e usando teoria das perturbações a evolução de η e k pode ser determinada a partir do seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned}\frac{d\eta}{dz} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Re}[(\delta u + \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}) e^{ikt - \frac{i}{2}(\eta^2 - k^2)z}] \text{sech}\tau \, d\tau \\ &= 2\delta\eta - 2\beta(\frac{1}{3}\eta^3 + k^2\eta)\end{aligned}\quad (3.22)$$

$$\begin{aligned}\frac{dk}{dz} &= - \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Im}[(\delta u + \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}) e^{ikt - \frac{i}{2}(\eta^2 - k^2)z}] \text{sech}\tau \tanh\tau \, d\tau \\ &= -\frac{4}{3}\beta\eta^2k\end{aligned}\quad (3.23)$$

Este sistema apresenta um ponto de equilíbrio para $(\eta = \eta_a, k = 0)$. Uma amplitude unitária, $(\eta_a = 1)$, apenas é garantida se a condição $\beta = 3\delta$ se verificar. Com relação à estabilidade deste ponto de equilíbrio, a sua análise far-se-á com base no princípio da estabilidade linearizada em virtude do sistema ser não-linear (Grimshaw, 1993; Edwards, 1993).

Introduzindo-se a seguinte mudança de variáveis,

$$\begin{aligned}u &= \eta - \sqrt{\frac{3\delta}{\beta}} \\ v &= k\end{aligned}\quad (3.24)$$

o sistema (3.22- 3.23) toma a seguinte forma:

$$\frac{du}{dz} = -4\delta u - 2\beta\sqrt{3\delta/\beta}u^2 - \frac{2}{3}\beta u^3 + v^2u + \sqrt{3\delta/\beta}v^2 \quad (3.25)$$

$$\frac{dv}{dz} = -\frac{4}{3}\beta u^2 - \frac{8}{3}\beta\sqrt{3\delta/\beta}uv - 4\delta v \quad (3.26)$$

ou ainda de outro modo,

$$\frac{du}{dz} = -4\delta u + f(u, v) \quad (3.27)$$

$$\frac{dv}{dz} = -4\delta v + g(u, v) \quad (3.28)$$

sendo $f(u, v)$ e $g(u, v)$ funções que não dependem linearmente de u e v , dadas por,

$$f(u, v) = -2\beta\sqrt{3\delta/\beta}u^2 - \frac{2}{3}\beta u^3 + v^2u + \sqrt{3\delta/\beta}v^2 \quad (3.29)$$

$$g(u, v) = -\frac{4}{3}\beta u^2 - \frac{8}{3}\beta\sqrt{3\delta/\beta}uv \quad (3.30)$$

e verificando, respectivamente, as seguintes condições,

$$\lim_{(u,v) \rightarrow (0,0)} \frac{f(u, v)}{\sqrt{(u^2 + v^2)}} = 0 \quad (3.31)$$

$$\lim_{(u,v) \rightarrow (0,0)} \frac{g(u, v)}{\sqrt{(u^2 + v^2)}} = 0 \quad (3.32)$$

Considerando-se que $(0, 0)$ é um ponto crítico do sistema linear, desde que as condições dadas pelas equações (3.31) e (3.32) sejam satisfeitas, o sistema autónomo é quasi-linear, podendo assim a natureza do ponto crítico ser caracterizada pelos valores próprios do sistema linear associado.

$$\det \begin{bmatrix} -4\delta - \lambda & 0 \\ 0 & -4\delta - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Os valores próprios são $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = -4\delta$. Atendendo a que $\delta > 0$, ($\delta < 0$ implicaria a atenuação do sinal), ambos os valores próprios são reais e negativos e, por consequência, o ponto crítico $(0, 0)$ é um nó, assintoticamente estável ².

Na figura 3.1 está representado o espaço de fases, obtido por integração numérica do sistema de equações autónomo (3.22- 3.23). Empregou-se o método de Runge-Kutta Fehlberg ³. Considerou-se $\beta = 0.15$ e $\delta = \beta/3$. Verifica-se, de facto, a existência de um ponto crítico, e tal como se concluiu a partir dos valores próprios, este é um atractor. Assim, um solitão cujo estado inicial, i.e., amplitude e velocidade, se situe na bacia de atracção do ponto crítico, após a sua propagação sobre a linha de transmissão, tende a evoluir para um estado caracterizado por uma amplitude e uma velocidade idênticas às do atractor.

²Cada trajectória que se inicie perto do ponto crítico aproxima-se deste à medida que $t \rightarrow +\infty$, ou de outro modo, existe $\delta > 0$ tal que $|x(t_1)| < \delta$ então $|x(t)| \rightarrow 0$, no limite quando $t \rightarrow \infty$.

³Ver Apêndice B sobre Métodos Numéricos.

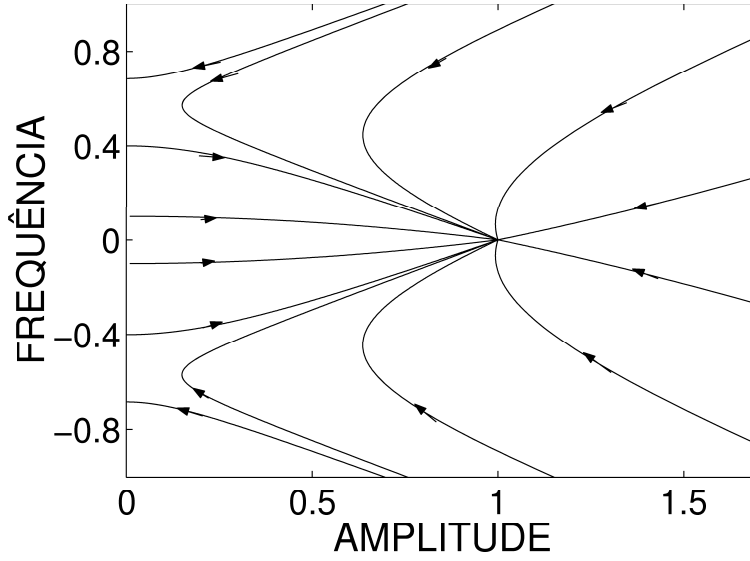


Figura 3.1: Espaço de fases correspondente a $\beta = 3\delta$, para $\beta = 0.15$.

Contudo, observa-se também pela figura que as ondas de pequena amplitude, ondas lineares, cujo desvio em frequência caí dentro de certos limites, ($|k| \leq \sqrt{\delta/\beta}$), que sofrem amplificação. Em consequência gera-se uma instabilidade de fundo que poderá destruir a propagação de impulsos.

3.3.3 Redução do jitter temporal de Gordon-Haus

Por forma a ilustrar o controlo do *jitter temporal* por recurso aos filtros fixos, Kodama e Hasegawa (1992 b) estabeleceram uma relação para a variância da posição do solitão:

$$\langle \delta t_o^2 \rangle = \sigma_{GH}^2 f_r(4\delta L) \quad (3.33)$$

$$= \frac{\sigma_k^2 L^3}{3 L_D^2 L_A} f_r\left(\frac{4}{3}\beta L\right) \quad (3.34)$$

sendo

$$f_r(x) = \frac{3}{2} \frac{1}{x^3} [2x - 3 + 4 \exp(-x) - \exp(-2x)] \quad (3.35)$$

o factor de redução do *jitter temporal* de GH. Se $\beta = \delta = 0$, $f_r(x) = 1$ o efeito de GH é recuperado; para $x \gg 1$, ou analogamente se $L \gg 1/\beta$, então $f_r(x) \sim 3x^{-2}$ e,

$$\begin{aligned}
\langle \delta t_o^2 \rangle &\sim \frac{\sigma_k^2}{16 L_D^2 \delta^2} \frac{L}{L_A} \\
&\sim \frac{9 \sigma_k^2}{16 L_D^2 \beta^2} \frac{L}{L_A}
\end{aligned} \tag{3.36}$$

Neste caso verifica-se uma redução do jitter de GH, em virtude deste passar a depender linearmente da distância percorrida, em contraste com a dependência cúbica do mesmo, no caso de não se usar filtragem.

3.3.4 Simulação da Propagação de Impulsos

A equação (3.20) admite uma solução exacta do tipo onda solitária (Pereira e Stenflo, 1977; Agrawal, 1991; Hasegawa e Kodama, 1995), dada por:

$$u(z, t) = A (\operatorname{sech} Bt) \exp\{-i[Dz + C \ln \cosh(Bt)]\} \tag{3.37}$$

sendo A , B , C e D constantes reais, unicamente determinadas pelos parâmetros do sistema.

Estes parâmetros são dados pelas seguintes expressões:

$$C = -3/(4\beta) \pm \{[3/(4\beta)]^2 + 2\}^{1/2} \tag{3.38}$$

$$B = \{\delta/[\beta(C^2 - 1) + C]\}^{1/2} \tag{3.39}$$

$$A = B(1 - C^2/2 + 3\beta C)^{1/2} \tag{3.40}$$

$$D = -B^2(1 - C^2 + 4\beta C)/2 \tag{3.41}$$

O sinal na equação (3.38) deve ser escolhido de modo a que B e A tomem valores reais.

Podem usar-se impulsos da forma da solução onda solitária dada pela equação (3.37) para a transmissão de informação. No entanto, dado que esta apresenta um trinado dependente de uma função hiperbólica, torna-se difícil a sua implementação prática, por este motivo estudar-se-á, a seguir, a propagação de diversos tipos de impulsos por resolução numérica da equação (3.20).

Seguidamente estudar-se-á a propagação de diversos tipos de impulsos. Na figura 3.2 a) está representada a propagação de um impulso do tipo $sech(t)$. Os valores dos parâmetros considerados foram $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.05$.

Pode verificar-se, da figura 3.2 a), que a propagação é estável durante de 40 distâncias normalizadas. Para distâncias superiores a propagação deixa de ser estável, observando-se a geração de diversos impulsos.

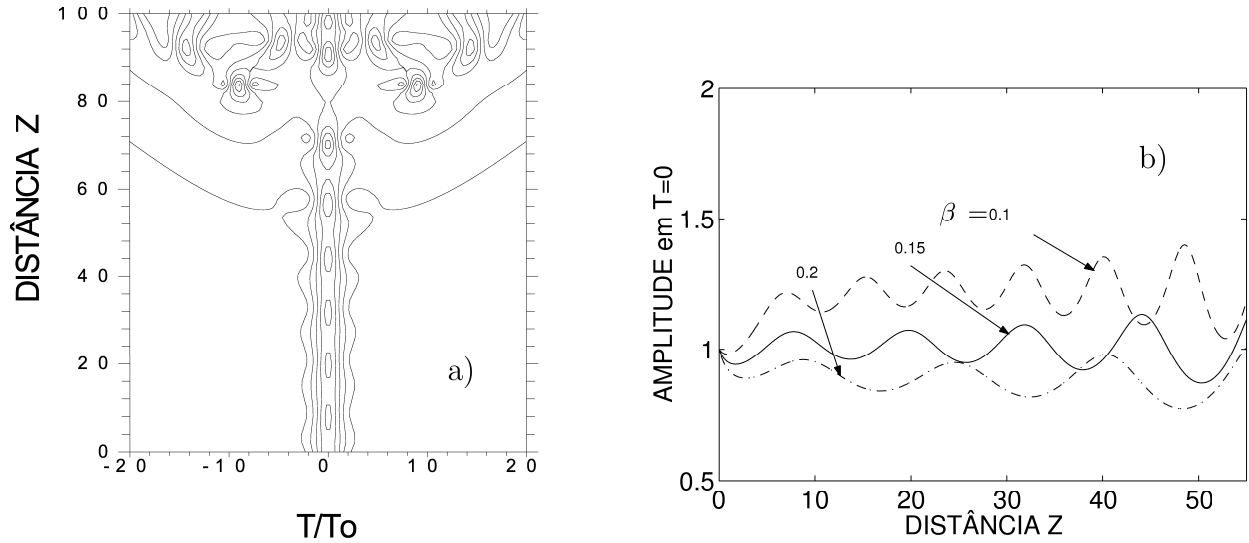


Figura 3.2: Propagação de um impulso $sech(t)$ para os valores a) $\beta = 0.15$ e $\delta = \beta/3 = 0.05$ e b) $\beta = 0.1$, $\beta = 0.15$, $\beta = 0.2$ e $\delta = 0.05$.

De facto, o excesso de ganho linear, amplifica as ondas lineares produzidas pela deformação dos solitões cuja frequência é próxima da frequência central dos solitões, i.e., para as quais $|k| \leq \sqrt{\delta/\beta}$. Esta deformação é devida à filtragem e também ao facto do perfil inicial do impulso diferir da solução estacionária, dada pela equação (3.37). O solitão acaba por ser destruído pela interacção com estas ondas lineares amplificadas.

Na figura 3.2 b) estão representados os resultados das simulações para três valores do parâmetro de filtragem, $\beta = 0.1$, $\beta = 0.15$ e $\beta = 0.2$ tendo sido mantidos quer a forma do impulso quer o valor do parâmetro de excesso de ganho, δ . Considerou-se $\delta = \beta/3$ tomando β o valor de 0.15. Observa-se, para qualquer destes valores, uma propagação instável a partir de determinada distância. Para o menor valor de β verifica-se que a instabilidade surge para uma distância menor, comparativamente aos outros valores considerados. De facto, para $\beta = 0.1$ a gama de valores do desvio em frequência é superior dentro da bacia de atracção, pelo que mais ondas lineares são amplificadas, contrastando com os outros casos. Observa-se também, da figura 3.2 b), que o período das oscilações diminui, tomando a amplitude um valor superior à

unidade (valor de pico). Para $\beta = 0.2$ ocorre o oposto, i.e., o período da oscilação é maior, e a amplitude é inferior à unitária. Neste caso o valor δ não é suficiente para compensar inteiramente as perdas sofridas por filtragem.

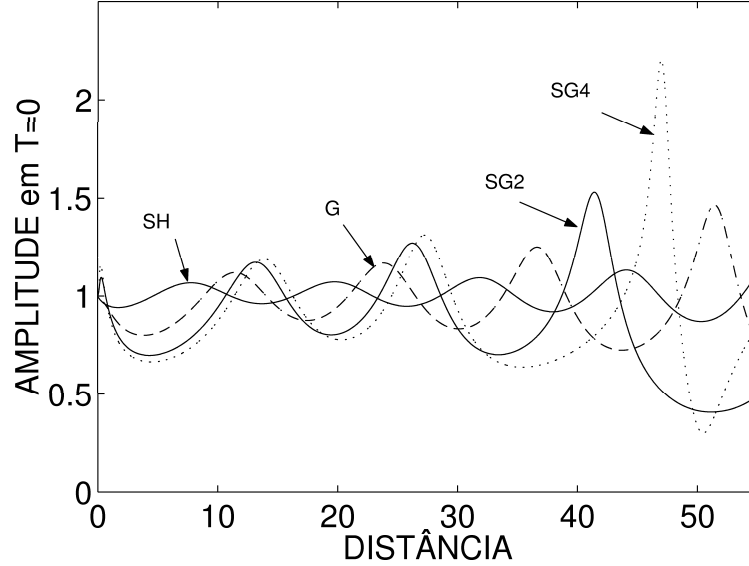


Figura 3.3: Propagação de diversos impulsos para $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.05$ sobre 55 distâncias normalizadas. Consideraram-se os seguintes impulsos: SH-secante hiperbólica, G-gaussiano e SG2-SG4 super-gaussianos para $m = 2$ e $m = 4$.

Na figura 3.3 está representada a variação da amplitude em função da distância propagada para diversos tipos de impulsos, ao longo de 55 distâncias normalizadas, assumiu-se os valores $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.05$. Os impulsos considerados, foram, de acordo com a figura: SH-secante hiperbólica, G-gaussiano e SG2-SG4 super-gaussianos para $m = 2$ e $m = 4$, impulsos com estes perfis foram considerados no capítulo 2.

Da figura (3.3) pode verificar-se que, à medida que o perfil inicial do impulso se afasta do perfil da solução estacionária, a instabilidade manifesta-se mais rapidamente. Em particular observa-se que a sua amplitude das oscilações aumenta de forma mais acentuada, e que o período da oscilação é maior comparativamente aos dos outros impulsos. Este comportamento deve-se ao facto de mais ondas lineares serem amplificadas. De facto, à medida que os perfis dos impulsos se afastam do perfil da solução estacionária, dada pela equação (3.37), mais energia é convertida em radiação no processo de evolução para a solução estacionária. Por esta razão, foi proposto e estudado por Matsumoto (1995 a) a utilização de impulsos com um maior grau de semelhança à solução estacionária.

Na figura 3.4 estão representados os perfis de diversos impulsos, construídos a partir

da expressão $A \operatorname{sech}(Bt)$. O parâmetro B foi determinado a partir das equações (3.38-3.40) para um dado valor de A , para $\beta = 0.15$.

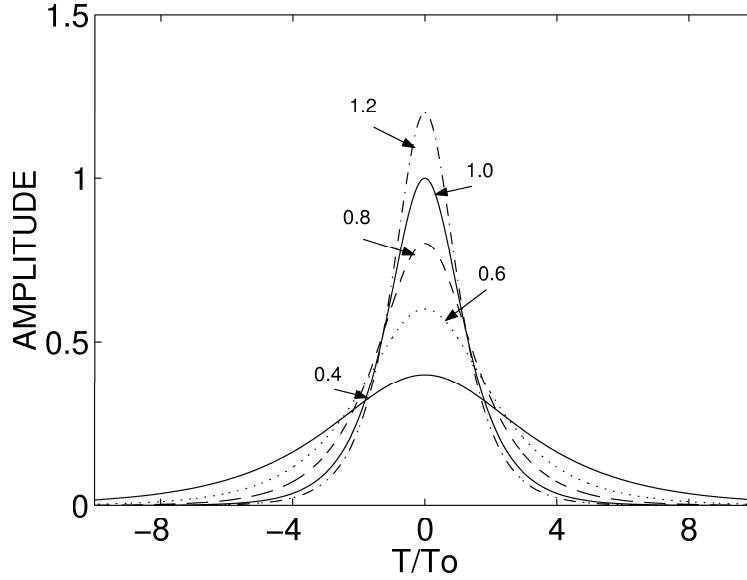


Figura 3.4: Perfis iniciais dos impulsos, construídos a partir da expressão $A \operatorname{sech}(Bt)$, para $\beta = 0.15$, para os diversos valores de pico da amplitude indicados.

Os restantes parâmetros foram obtidos a partir do mesmo conjunto de equações. Os resultados estão representados na tabela 3.1.

A	B	D	δ	$\Lambda = 2\pi/D$
0.4	0.387	0.081	0.008	77.8
0.6	0.580	0.181	0.018	34.6
0.8	0.774	0.323	0.031	19.5
1.0	0.967	0.500	0.049	12.5
1.2	1.160	0.727	0.070	8.7

Tabela 3.1: Parâmetros A , B , D , δ e Λ , calculados a partir das equações (3.38-3.41) para $\beta = 0.15$, $C = 0.1961$. Λ representa o período da oscilação.

Na figura 3.5 está representada a evolução do valor de pico da amplitude e da energia, em função da distância percorrida, para diversos tipos de impulsos. A energia foi calculada pela expressão $\int_{-\infty}^{\infty} |u(z, t)|^2 dt$.

Pela tabela 3.1 e pelas figuras 3.5 a) e 3.5 b) pode verificar-se que a instabilidade é mais acentuada para impulsos de maior amplitude. De facto, para o impulso de maior amplitude δ , o excesso de ganho linear toma um valor superior, o que determina a

amplificação das ondas lineares e conseqüentemente uma maior instabilidade de fundo. Verifica-se uma boa concordância entre os valores calculados para o período, Λ , e os valores determinados graficamente. Os impulsos com uma menor amplitude apresentam um período maior, o que os torna comparativamente mais vantajosos para sistemas de comunicação. No entanto, pode observar-se pela figura 3.4, que a largura do mesmo é bastante superior ao dos de maior amplitude, o que implica uma menor taxa de débito binário da informação.

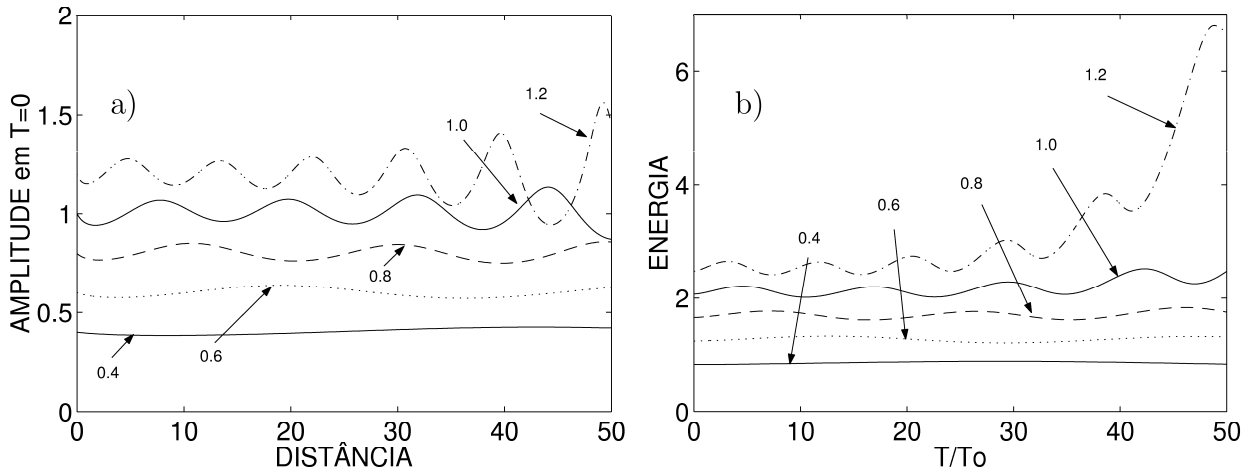


Figura 3.5: Evolução a) da amplitude ($T=0$) e b) da energia para diversos impulsos, em função da distância percorrida Z , para $\beta = 0.15$. Os valores numéricos indicam o valor de pico da amplitude e da duração, no início da propagação.

De seguida estudar-se-á a evolução de diversos impulsos cuja forma foi aproximada o mais possível à da solução estacionária. As condições iniciais consideradas foram,

$$\text{A) } u(0, t) = A \operatorname{sech}(Bt) \quad (3.42)$$

$$\text{B) } u(0, t) = A \operatorname{sech}(Bt) \exp[-iC(Bt)^2/2] \quad (3.43)$$

$$\text{C) } u(0, t) = A \operatorname{sech}(Bt) \exp(-iC\phi) \quad (3.44)$$

sendo

$$\phi = \begin{cases} (Bt)^2/2 & \text{para } |Bt| \leq 1 \\ |Bt| - 1/2 & \text{para } |Bt| > 1 \end{cases}$$

O impulso A) tem a mesma amplitude e largura que a solução estacionária, mas apresenta fase constante. O impulso B) apresenta um trinado linear, idêntico ao da solução estacionária na região central do impulso. E por último, no caso do impulso C) considerou-se um trinado igual $\pm CB$, constituindo este uma aproximação ao trinado da solução estacionária. De referir que esta condição inicial é a que mais se assemelha à solução estacionária.

A evolução da amplitude, em $t = 0$, e da energia, para os casos $\beta = 0.2$ e $\beta = 0.3$, está representada nas figuras 3.6 e 3.7. Os valores de δ , A , B e C foram calculados a partir das equações (3.38-3.40), para os respectivos valores do parâmetro de filtragem e para uma amplitude unitária. Os valores dos vários parâmetros encontram-se na tabela 3.2.

β	A	B	C	δ	$\Lambda = 2\pi/D$
0.2	1.0	0.944	0.257	0.0634	12.36
0.3	1.0	0.889	0.372	0.0899	12.16

Tabela 3.2: Parâmetros calculados a partir das equações (3.38-3.40) para $\beta = 0.2$ e $\beta = 0.3$, para o caso de uma amplitude unitária.

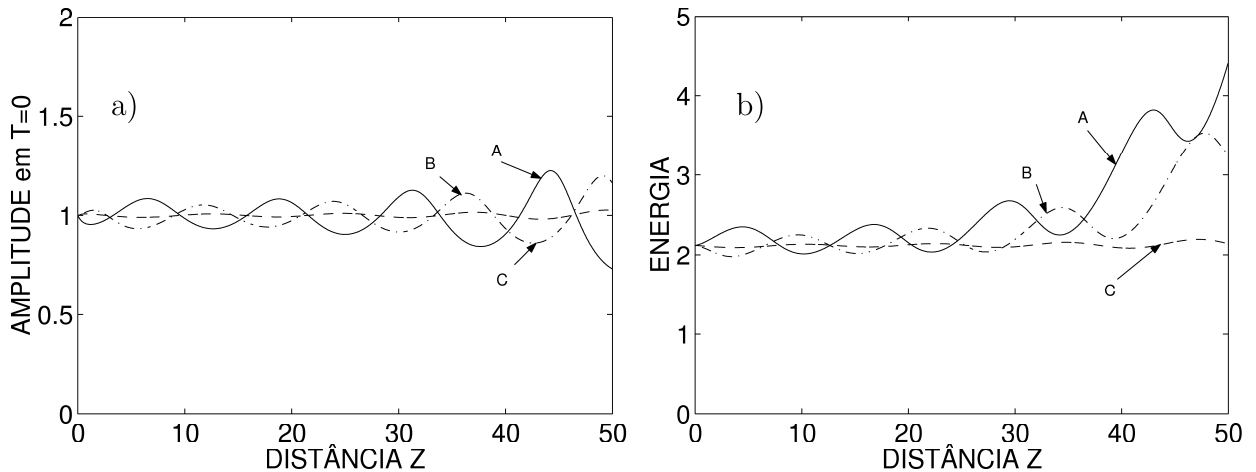


Figura 3.6: Evolução da a) amplitude ($t=0$) e da b) energia para três impulsos distintos. $\beta = 0.2$ e $\delta = 0.0634$.

Pode verificar-se, das figuras 3.6 e 3.7, à medida que a forma do impulso se afasta da solução estacionária, a instabilidade de fundo torna-se mais significativa, caso dos impulsos A) e B). Observa-se em particular que a introdução de um trinado linear

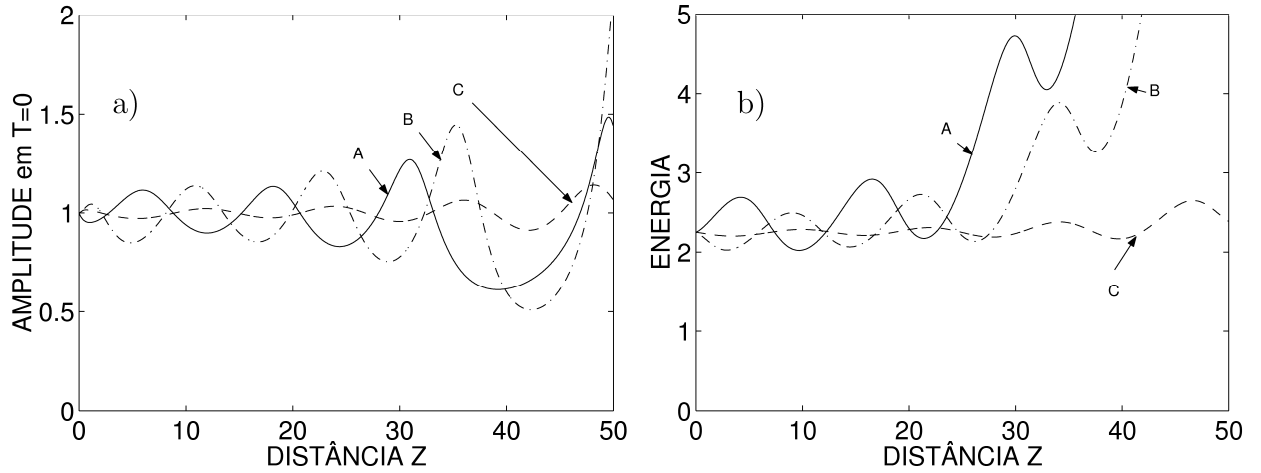


Figura 3.7: Evolução a) da amplitude ($t=0$) e b) da energia para três impulsos distintos. $\beta = 0.3$ e $\delta = 0.0900$.

não reduz, suficientemente, a instabilidade. No entanto para um impulso do tipo C) a amplitude das oscilações é significativamente reduzida. De facto esta forma do impulso é bastante próxima da solução estacionária, quer nos flancos quer na sua região central. Da comparação da figura 3.6 com a figura 3.7 verifica-se que a instabilidade de fundo é mais acentuada para um maior valor do parâmetro de filtragem. Tal como se referiu anteriormente, as ondas lineares geradas, cujo desvio em frequência se situa na gama $|k| \leq \sqrt{\delta/\beta}$, são amplificadas. Em ambos os casos esta gama de valores é sensivelmente a mesma; contudo, para um maior valor do excesso de ganho linear a instabilidade é mais significativa para a mesma distância percorrida, dado que as ondas lineares experimentam uma maior amplificação.

3.4 Propagação com ganho-linear e filtragem com filtros de frequência deslizante

3.4.1 A equação de propagação

A fim de se resolver os problemas da instabilidade de fundo e o do *jitter temporal*, foi sugerida a utilização de filtros de frequência deslizante. Esta técnica inicialmente proposta por Mollenauer *et al* (1992), consiste na variação gradual e sucessiva da frequência central dos filtros ao longo de uma dada linha de transmissão. De referir que uma técnica semelhante também tem sido utilizada em lasers de solitões. Neste

caso, a frequência central dos filtros permanece fixa variando-se a frequência do sinal (Fontana *et al*, 1994; Romagnoli *et al*, 1994, 1995).

A frequência central do solitão vai acompanhando a variação da frequência dos filtros em oposição às ondas lineares, que vão sendo filtradas. Assim, a linha de transmissão torna-se opaca ao ruído, permanecendo transparente aos solitões. Esta técnica permite o uso de filtros mais potentes, e em princípio, uma maior redução do *jitter temporal* na chegada ao receptor, sem se observar a habitual penalização do crescimento exponencial do ruído devido ao excesso de ganho linear requerido.

Considere-se a resposta espectral distribuída de um filtro de Fabry-Perot, (Kodama e Wabnitz, 1994; Hasegawa e Kodama, 1995):

$$\begin{aligned} F(\omega - \omega_f) &= -\ln \left(1 + \frac{2i(\omega - \omega_f)}{BW} \right) \\ &\simeq -\frac{2i}{BW}(\omega - \omega_f) - \frac{2}{BW^2}(\omega - \omega_f)^2 + \frac{8i}{(3BW^3)}(\omega - \omega_f)^3 + \dots \end{aligned} \quad (3.45)$$

sendo ω_f a frequência de pico, a qual, neste caso particular, é função de Z ; e BW a largura de banda do filtro. Considera-se que $\omega_f \equiv \omega_f(Z) = \omega_o + \Omega_f(Z) = \omega_o + \Omega'_f Z$, com Ω'_f constante. Ou de outra forma, assume-se que a frequência de pico ω_f é uma função linear de Z , tal que,

$$\omega_f(Z) = -\alpha_0 Z \quad (3.46)$$

sendo α_0 uma constante real.

A fim de se obter a equação que governa a propagação de impulsos na presença dos filtros de frequência deslizante, considere-se a equação (A.47), deduzida no Apêndice A.

Inserindo-se os efeitos do ganho médio g , devido aos amplificadores, e os dos filtros de frequência deslizante, a equação (A.47) pode escrever-se da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial Z} + \left(\beta_1 - \frac{2}{BW} \right) \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \tau} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial \tau^2} - i\gamma |\mathbf{A}|^2 \mathbf{A} = \\
 - \frac{\alpha}{2} \mathbf{A} + g \mathbf{A} + i \frac{2\Omega_f}{BW} \mathbf{A} + \frac{2}{BW^2} \left[\frac{\partial}{\partial \tau} + i\Omega_f(Z) \right]^2 \mathbf{A} \\
 + \frac{8}{3BW^3} \left[\frac{\partial}{\partial \tau} + i\Omega_f(Z) \right]^3 \mathbf{A}
 \end{aligned} \quad (3.47)$$

O termo $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \tau}$ pode ser eliminado pela seguinte transformação de variável, $T = \tau - (\beta_1 - \frac{2}{BW}) Z$, tomando a equação (3.47), a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial Z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial T^2} - i\gamma |\mathbf{A}|^2 \mathbf{A} = \\
 - \frac{\alpha}{2} \mathbf{A} + g \mathbf{A} + i \frac{2\Omega_f}{BW} \mathbf{A} + \frac{2}{BW^2} \left[\frac{\partial}{\partial T} + i\Omega_f(Z) \right]^2 \mathbf{A} \\
 + \frac{8}{3BW^3} \left[\frac{\partial}{\partial T} + i\Omega_f(Z) \right]^3 \mathbf{A}
 \end{aligned} \quad (3.48)$$

O terceiro termo, do segundo membro, da equação (3.48), pode ser eliminado, atendendo a que um desvio linear na fase serve apenas para transferir os impulsos no tempo.

Assim, introduzindo-se a seguinte transformação de variável, (Facão, 2003):

$$\mathbf{A} = \frac{\sqrt{P_o}}{N} \exp \left(i \frac{\Omega'_f L_D Z^2}{BW} \right) \nu, \quad z = \frac{Z}{L_D}, \quad T = \frac{T}{T_o} \quad (3.49)$$

na equação (3.48), obtém-se a equação de propagação normalizada perturbada média (Golovchenko *et al*, 1995),

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \nu}{\partial z} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 \nu}{\partial T^2} - i |\nu|^2 \nu = \delta \nu + \beta \left\{ \frac{\partial}{\partial T} - i\alpha_0 z \right\}^2 \nu \\
 + \beta_3 \left\{ \frac{\partial}{\partial T} - i\alpha_0 z \right\}^3 \nu
 \end{aligned} \quad (3.50)$$

sendo, δ , o excesso de ganho, definido na secção (3.3.1), β a potência média do filtro, i.e., a intensidade do filtro por distância unitária $\beta = 2/(BW^2 |\beta_2|)$ para o filtro de FP, β_3 o parâmetro de filtragem de 3ª ordem, $\beta_3 = 8/(3BW^3 |\beta_2|)$ e $\alpha_0 = T_o^3 \Omega'_f / |\beta_2|$.

Esta equação admite uma solução do tipo solitão. Assim, para o caso em que $\delta = \beta = \alpha_0 = 0$, e considerando-se a contribuição de β_3 e Ω até à 1ª ordem, tem-se,

$$\begin{aligned} \nu(z, T) = & \eta \operatorname{sech}(\eta T - qz) \exp\left[i\frac{1}{2}\eta^2 z \right. \\ & \left. + 3i\beta_3\eta \tanh(\eta T - qz) - i\Omega T\right] \end{aligned} \quad (3.51)$$

sendo,

$$q = -\eta(\Omega + \beta_3\eta^2) \quad (3.52)$$

Na equação (3.51) não se consideraram as contribuições de δ e β , dado que não têm efeito sobre o desvio em frequência, e a sua inclusão tornaria a expressão bastante complexa. A frequência média do solitão, ω_o , está relacionada com Ω pela relação:

$$\omega_o = \frac{\operatorname{Im} \int dT \nu \partial \nu^* / \partial T}{\int dT |\nu|^2} = \Omega - 2\beta_3\eta^2 \quad (3.53)$$

O termo $2\beta_3\eta^3$ representa o desvio em frequência devido à variação da forma do solitão. O desvio global da frequência média, ω_o , é função dos termos de 2ª e 3ª ordens da função de transferência do filtro.

Introduzindo na equação (3.50) a mudança de variável (Chen e Liu, 1976; Kodama e Wabnitz, 1994):

$$u(z, t) = \nu(z, T) \exp\left[-i\alpha_0 z T + \frac{i}{6}\alpha_0^2 z^3\right] \quad (3.54)$$

sendo $t = T - \alpha_0 z^2/2$, verifica-se que $u(z, t)$ satisfaz a seguinte equação:

$$\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - i|u|^2 u + i\alpha_0 t u = \delta u + \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - i\beta_3 \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} \quad (3.55)$$

Esta transformação foi introduzida por F.Tappert (Chen e Liu, 1976; Hasegawa e Kodama, 1995).

A equação (3.55) quando $\delta = 0, \beta = 0$ e $\beta_3 = 0$ é equivalente à NLSE com um potencial linear $\alpha_0 t$; como consequência o sinal é modulado com frequência $\alpha_0 Z$, sendo o solitão acelerado por $\alpha_0 z^2/2$, mantendo a sua forma invariante. Esta equação é integrável pelo método da dispersão inversa (ISM).

As ondas lineares afectam a propagação do solitão, quebrando a sua simetria, e dando origem a oscilações. De modo a evidenciar o efeito dessas ondas lineares, considere-se a equação linearizada:

$$\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - i\alpha_0 t u = 0 \quad (3.56)$$

Inserindo uma função do tipo $u(t, z) = f(t) \exp(ikz)$ na equação anterior, verifica-se que f satisfaz à seguinte equação:

$$\frac{d^2 f}{d\hat{\tau}^2} - \hat{\tau} f = 0 \quad (3.57)$$

sendo $\hat{\tau} = (2\alpha_0)^{1/3}(t + k/\alpha_0)$. A solução da equação anterior é a função de Airy $f(\hat{\tau}) = Ai(\hat{\tau})$. Para $|\hat{\tau}|$ suficientemente grande e $|\hat{\tau}| > 0$ f tende assintoticamente para a função $f(-\hat{\tau}) \simeq \cos(2|\hat{\tau}|^{3/2}/3 + \pi/4) |\hat{\tau}|^{-1/4}/\sqrt{\pi}$. Os espectros desta função e o do solitão mostram que o solitão e as ondas lineares tendem a separar-se no domínio da frequência à medida que z aumenta.

Na figura (3.8) ilustra-se este efeito. Considerou-se uma condição inicial do tipo $0.7 \text{ sech}(t)$. Os valores considerados para os parâmetros foram, $\alpha_0 = -0.02$, $\beta = 0.0$ e $\delta = 0.0$ (curva A) e, $\alpha_0 = -0.02$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.035$ (curva B).

Devido ao facto da condição inicial não ser necessariamente solução da equação (3.55), gera-se radiação. Esta radiação, tende a organizar-se na forma de oscilações temporais amortecidas, e leva à formação de um pico espectral alargado e separado do espectro do solitão. Quando se considera apenas o efeito do deslizamento, (curva A da figura 3.8), observa-se a separação espectral do solitão e da radiação. Se se considerarem, para além do deslizamento, os efeitos da filtragem espectral e da amplificação linear, verifica-se que a radiação é absorvida e que emerge um solitão sem essa radiação (curva B).

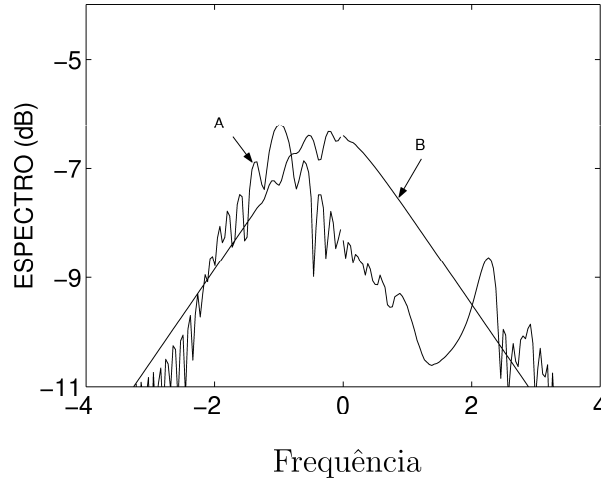


Figura 3.8: Espectro (para $z=50$) de um impulso, inicialmente gerado por $0.7 \operatorname{sech}(t)$. A curva A refere-se apenas ao deslizamento e a curva B refere-se a deslizamento com filtragem e ganho linear. Os valores dos parâmetros considerados $\alpha_0 = -0.02$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.035$.

3.4.2 Resultados da teoria das perturbações

Por inserção da expressão (3.51) na equação (3.50), obtém-se, a partir de uma teoria de perturbações de 1ª ordem, o seguinte sistema de equações, que governa a evolução da amplitude, η , e da frequência média, ω_o , do solitão (Golovchenko *et al*, 1995),

$$\frac{d\eta}{dz} = 2\delta\eta - 2\beta\eta[(\omega_o - \omega_f)^2 + \frac{1}{3}\eta^2] \quad (3.58)$$

$$\frac{d\omega_o}{dz} = -\frac{4}{3}\beta\eta^2[(\omega_o - \omega_f) - \frac{6}{5}\beta_3\eta^2] \quad (3.59)$$

Atendendo à equação (3.46), tem-se,

$$-\frac{d\omega_f}{dz} = \alpha_0 \quad (3.60)$$

Adicionando esta equação, membro a membro, à equação (3.59), o sistema (3.58 - 3.59) toma a seguinte forma:

$$\frac{d\eta}{dz} = 2\delta\eta - 2\beta\eta(k^2 + \frac{1}{3}\eta^2) \quad (3.61)$$

$$\frac{dk}{dz} = \alpha_0 - \frac{4}{3}\beta\eta^2(k - \frac{6}{5}\beta_3\eta^2) \quad (3.62)$$

sendo k o desvio em frequência, $k = \omega_o - \omega_f$.

No equilíbrio tem-se:

$$\delta - \beta(k^2 + \frac{1}{3}\eta^2) = 0 \quad (3.63)$$

$$\alpha_0 - \frac{4}{3}\beta\eta^2(k - \frac{6}{5}\beta_3\eta^2) = 0 \quad (3.64)$$

Para $\beta_3 = 0$ o sistema (3.63- 3.64) reduz-se à seguinte equação cúbica, para k :

$$4\beta^2k^3 - 4\delta\beta k - \alpha_0 = 0 \quad (3.65)$$

$$(3.66)$$

Pode mostrar-se que existe um valor crítico para α_0 , α_c , tal que se têm, dois pontos de equilíbrio para $|\alpha_0| < \alpha_c$, um ponto de equilíbrio para $|\alpha_0| = \alpha_c$ e nenhum para $|\alpha_0| > \alpha_c$, (Råde e Westergren , 1995). Esse valor crítico é dado por (Kodama e Wabnitz, 1994),

$$\alpha_c = \frac{8}{3}\delta\sqrt{\frac{\delta}{3\beta}} \quad (3.67)$$

$$(3.68)$$

No equilíbrio, para $(\eta = \eta_a = 1, k = K_a)$, obtém-se a partir do sistema (3.63- 3.64),

$$K_a^2 = \frac{\delta}{\beta} - \frac{1}{3} \quad (3.69)$$

$$K_a = \frac{3}{4} \frac{\alpha_0}{\beta} + \frac{6}{5} \beta_3 \quad (3.70)$$

Pode verificar-se também, pela relação (3.69), que o valor de excesso de ganho requerido é superior ao caso em que não ocorre deslizamento, ($\beta = 3\delta$).

A análise da estabilidade deste ponto de equilíbrio far-se-á com base no princípio da estabilidade linearizada, à semelhança do que se considerou na secção (3.3.2).

Assim, introduzindo-se a seguinte mudança de variáveis,

$$u = \eta - 1 \quad (3.71)$$

$$v = k - K_a \quad (3.72)$$

o sistema autónomo (3.61-3.62) toma a seguinte forma,

$$\frac{du}{dz} = [2\delta\eta - 2\beta(1 + K_a^2)]u - 4K_a v + f(u, v) \quad (3.73)$$

$$\frac{dv}{dz} = -\frac{4}{3}\beta(2K_a - \frac{24}{5}\beta_3)u - \frac{8}{3}\beta v + g(u, v) \quad (3.74)$$

sendo $f(u, v)$ e $g(u, v)$ funções que não dependem linearmente de u e v , e verificam as seguintes condições.

$$\lim_{(u,v) \rightarrow (0,0)} \frac{f(u, v)}{\sqrt{(u^2 + v^2)}} = 0 \quad (3.75)$$

$$\lim_{(u,v) \rightarrow (0,0)} \frac{g(u, v)}{\sqrt{(u^2 + v^2)}} = 0 \quad (3.76)$$

Sendo $(0, 0)$ um ponto crítico do sistema linear associado, o sistema autónomo é quasi-linear, pelo que a natureza do ponto crítico pode ser caracterizada pelos valores próprios do sistema linear associado.

Assim, e por substituição dos valores de K_a e K_a^2 , dados pelas equações (3.69) e (3.70), tem-se,

$$\det \begin{bmatrix} -\frac{4}{3}\beta - \lambda & -(3\alpha_0 + \frac{24}{5}\beta\beta_3) \\ -2\alpha_0 + \frac{16}{5}\beta\beta_3 & -\frac{4}{3}\beta - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Este sistema têm a seguinte equação característica:

$$\left(\frac{4}{3}\beta + \lambda\right)^2 - 6 \left[\alpha_0^2 - \left(\frac{8}{5}\beta\beta_3\right)^2\right] = 0 \quad (3.77)$$

Para que o ponto crítico seja um nó estável os valores próprios do sistema devem ser reais e negativos, i. e., $\lambda_1 < 0$ e $\lambda_2 < 0$.

Tal verifica-se se,

$$\alpha_0 \leq \frac{4}{3}\beta \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{36}{25}\beta_3^2} \quad (3.78)$$

Este resultado foi anteriormente obtido por uma teoria de perturbações, considerando-se o sistema (3.58- 3.59), as quantidades perturbadas $\omega_o = \omega_{os} + \delta \omega_o$ e $\eta = 1 + \delta \eta$, e a linearização do sistema em relação ao estado estacionário (Ferreira *et al*, 2000 b, 2001 a).

Quando se consideram apenas termos de 2ª ordem na expansão em série da função de transferência do filtro, este resultado reproduz os encontrados em Mollenauer *et al* (1992); Mecozzi (1998).

De modo a caracterizar a influência do termo de 3ª ordem, resolveu-se numericamente o sistema de equações (3.61-3.62), de modo a obter a evolução dos parâmetros do solitão, η e k , com a distância z .

Consideraram-se dois casos distintos, um, em que ocorre deslizamento para frequências inferiores, ($\alpha_0 > 0$), pela equação (3.60), e, outro, em que ocorre deslizamento para frequências superiores, ($\alpha_0 < 0$).

Na figura 3.9 está representado a primeira situação, i.e., deslizamento para frequências inferiores. Em a) consideraram-se apenas termos de 2ª ordem e em b) consideraram-se termos de 2ª e 3ª ordens. Os valores considerados para os parâmetros, usados nas simulações, encontram-se na tabela (3.3), e foram calculados a partir das relações (3.69) e (3.70). Deste modo, para uma dada taxa de deslizamento, α_0 , e do parâmetro de

filtragem de 2ª ordem, β , determinou-se o parâmetro de filtragem de 3ª ordem, β_3 , considerando-se $\beta_3 = \beta/2$. Esta relação foi encontrada em Golovchenko *et al* (1995), a partir de parâmetros reais, para o filtro de Fabry-Perot.

Pela figura 3.9 pode verificar-se, em ambos os casos, a existência de dois pontos críticos, sendo um atrator e o outro um ponto de sela. A natureza do primeiro já foi analisada anteriormente. Pode verificar-se também que ambas as figuras apresentam uma assimetria relativamente à figura 3.1. Tal deve-se, por um lado à existência de dois pontos críticos, e por outro lado ao facto do desvio em frequência não ser nulo. Observa-se também a existência de duas regiões distintas. Numa, a bacia de influência do atrator, cada curva integral ou trajectória converge para o atrator, ou, de outro modo, solitões que iniciem a sua propagação com uma dada amplitude e desvio em frequência (η_o, k_o) , emergem como solitões cuja amplitude e velocidade são idênticas às do atrator, após a sua propagação ao longo da linha de transmissão. Por outro lado, para solitões que iniciem a sua propagação com amplitude e desvio em frequência, (η_o, k_o) , fora desta região, observa-se decaimento.

Na relação (3.70) ambos os termos têm o mesmo sinal quando $\alpha_0 > 0$, pelo que o termo de 3ª ordem tende a aumentar o desvio em frequência, afastando o solitão do ponto de perdas mínimas, daí a necessidade de um valor superior do excesso de ganho. Pode ainda verificar-se, da figura 3.9, que apesar do decaimento de ondas de pequena amplitude, há uma região para a qual as mesmas são amplificadas. De facto, verifica-se que as ondas de pequena amplitude acabam por ser amplificadas (na gama de frequências $[-1, 0]$), sendo este efeito mais pronunciado quando se consideram os efeitos conjugados dos termos de 2ª e 3ª ordens (numa pequena gama centrada em -0.5). Tal é perceptível a partir da figura 3.9. Assim, quando se consideram apenas os termos de 2ª ordem, pela figura a) verifica-se que ondas de amplitude $\simeq 0.1$ e o desvio em frequência $k \simeq -0.5$ tendem a atenuar-se; por outro lado, se ambos os termos, de 2ª e 3ª ordens, estas mesmas ondas tendem a ser amplificadas, como se pode observar na figura b). Deste modo, verifica-se que os termos de 3ª ordem tendem a alargar a bacia de atracção do atrator.

Considere-se o caso em que o deslizamento ocorre para frequências superiores, $\alpha_0 < 0$, pela equação (3.60). À semelhança do caso anterior, pode também observar-se, pela figura 3.10 a existência de dois pontos críticos, um atrator e um ponto de sela. Contudo, e para ambos, o desvio em frequência é negativo. Se apenas se considerarem os termos de 2ª ordem, (figura 3.10 a) e tabela (3.3), o desvio é simétrico do desvio observado para deslizamento para frequências inferiores, apresentando-se os espaços de

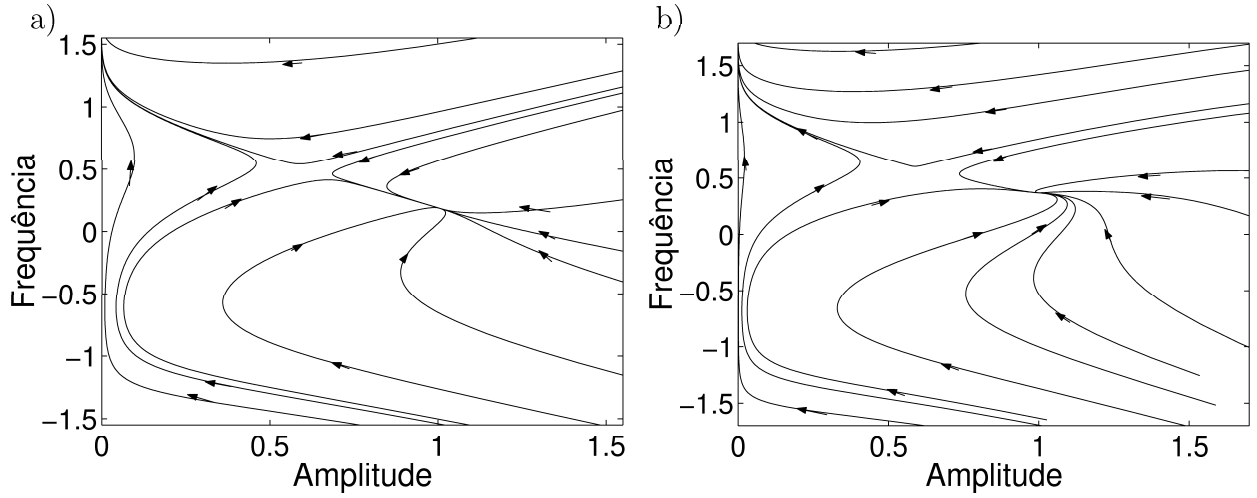


Figura 3.9: Espaços de fases correspondentes a $\alpha_0 = 0.075$, $\beta = 0.3$ e, em a) $\beta_3 = 0$ em b) $\beta_3 = 0.15$, para deslizamento para frequências inferiores.

α_0	β	β_3	δ	K_a
0.075	0.3	0	0.111	0.1875
0.075	0.3	0.15	0.142	0.3675
-0.075	0.3	0	0.111	-0.1875
-0.075	0.3	0.15	0.100	-0.0075

Tabela 3.3: Valores dos parâmetros, calculados a partir das equações (3.69) e (3.70), usados na construção dos espaços de fases.

fases simétricos dos representados na figura 3.9. No entanto, quando se consideram os efeitos conjugados de ambos os termos, (2ª e 3ª ordens), (figura 3.10 b)), verifica-se que os termos do membro direito da relação (3.70) têm sinais opostos, resultando assim num menor desvio em frequência devido ao deslizamento. Neste caso o desvio em frequência não é simétrico do anterior. Esta assimetria é devida ao termo de 3ª ordem (dispersão cromática do filtro). Assim, a frequência central do solitão, é aproximada da frequência central do filtro. Esta frequência corresponde a um ponto de perdas mínimas para o solitão.

Desta análise conclui-se que, na presença de deslizamento para frequências inferiores, o efeito do termo de 3ª ordem adiciona-se ao efeito do deslizamento e afasta o solitão do ponto de perdas mínimas; por seu turno, se o deslizamento for feito para frequências superiores, o efeito do termo de 3ª ordem é o de aproximar o solitão do ponto de perdas mínimas, tal como se confirmará posteriormente, por simulação.

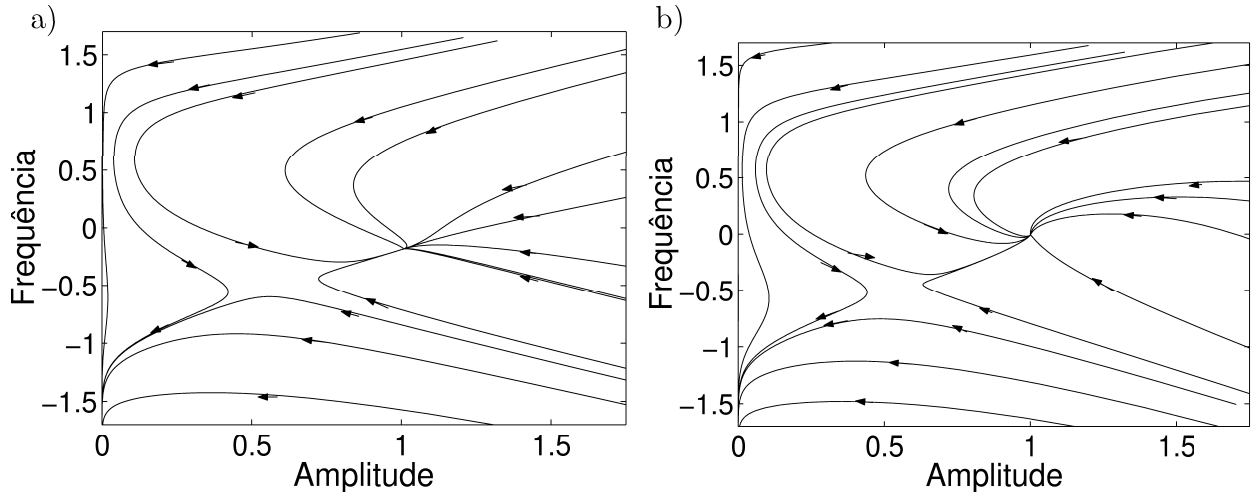


Figura 3.10: Espaço de fases correspondentes a $\alpha_0 = -0.075$, $\beta = 0.3$ e, em a) $\beta_3 = 0$ em b) $\beta_3 = 0.15$, para deslizamento para frequências superiores.

3.4.3 O jitter temporal

A eficácia dos filtros de frequência deslizante no controlo do jitter temporal de Gordon-Haus foi estudada por diversos autores, quer por via experimental quer por via analítica, (Mollenauer *et al*, 1992, 1994; Favre e George, 1995, 1996).

Pode referir-se ainda o estudo desenvolvido mais recentemente por Toda *et al* (1999), no qual se caracteriza a influência do ruído inicial da fonte, sobre um impulso óptico que se propaga numa linha de transmissão com filtros de frequência deslizante e taxa de débito binário de 10 Gb/s. Neste trabalho os autores verificaram que o *jitter temporal* aumentava quando o ruído excedia um determinado valor.

De um modo geral, os estudos teóricos desenvolvidos têm tido em consideração apenas os termos de 2ª ordem da função de transferência do filtro. Os resultados encontrados não apresentam diferenças significativas entre o deslizamento para frequências inferiores e o deslizamento para frequências superiores.

Nesta secção, analisar-se-á o controlo do *jitter temporal* por recurso aos filtros de frequência deslizante, considerando os termos até à 3ª ordem da função de transferência do filtro (Ferreira *et al*, 2001 a).

Considere-se o sistema (3.58 - 3.59). Introduzindo-se as quantidades perturbadas de 1ª ordem, $\omega_o = \omega_{os} + \delta\omega_o$ e $\eta = 1 + \delta\eta$, e considerando-se uma linearização do mesmo em relação ao estado estacionário, $(1, \omega_{os})$, obtém-se:

$$\frac{d\delta\eta}{dz} = -\frac{4}{3}\beta\delta\eta - 4\beta\Delta\omega_1\delta\omega_o + n_a(z) \quad (3.79)$$

$$\frac{d\delta\omega_o}{dz} = -\frac{8}{3}\beta\Delta\omega_2\delta\eta - \frac{4}{3}\beta\delta\omega_o + n_\lambda(z) \quad (3.80)$$

sendo

$$\Delta\omega_1 = 3\alpha_0/4\beta + 6\beta_3/5 \quad (3.81)$$

$$\Delta\omega_2 = 3\alpha_0/4\beta - 6\beta_3/5 \quad (3.82)$$

e $n_a(z)$ e $n_\lambda(z)$, são duas funções que caracterizam o ruído de emissão espontânea, de média nula e variância dada pelas equações (3.3-3.4) (Haus, 1991).

Considere-se, conjuntamente com o sistema (3.79 - 3.80), a seguinte equação para o desvio da posição temporal δt_o ,

$$\frac{d(\delta t_o)}{dz} = \delta\omega_o + n_t(z) \quad (3.83)$$

sendo $n_t(z)$ um factor de ruído, cuja variância é dada pela equação (3.5).

Os modos normais do sistema (3.79 - 3.80) têm as seguintes constantes de amortecimento:

$$\gamma_1 = \frac{4}{3}\beta_2(1 - \omega_r) \quad (3.84)$$

$$\gamma_2 = \frac{4}{3}\beta_2(1 + \omega_r) \quad (3.85)$$

sendo $\omega_r = \sqrt{6\Delta\omega_1\omega_2}$. Pode verificar-se das equações (3.84- 3.85) que, para $|\omega_r| > 1$ uma das constantes de amortecimento se torna negativa, pelo que o sistema se torna instável. Esta condição determina um valor máximo para a taxa de deslizamento dos filtros dada pela equação (3.78).

Usando técnicas comuns pode obter-se o seguinte resultado para a variância da jitter temporal do solitão:

$$\langle \delta t^2 \rangle = \sigma_{GH}^2 f_r(\gamma_1 z, \gamma_2 z) + \sigma_k^2 \frac{3\pi^2}{4} z \quad (3.86)$$

sendo,

$$f_r(x_1, x_2) = \frac{3k_1}{4} [g(x_1, x_1) + g(x_2, x_2)] - \frac{k_2}{2} g(x_1, x_2) \quad (3.87)$$

$$g(x_1, x_2) = \frac{3}{x_1 x_2} [1 - h(x_1) - h(x_2) + h(x_1 + x_2)] \quad (3.88)$$

$$h(x) = \frac{1 - \exp(-x)}{x} \quad (3.89)$$

$$k_1 = \frac{2\Delta\omega_2 + \Delta\omega_1}{3\Delta\omega_1} \quad (3.90)$$

$$k_2 = \frac{2\Delta\omega_2 - \Delta\omega_1}{\Delta\omega_1} \quad (3.91)$$

Este resultado é uma generalização de resultados obtidos por outros autores, (Me-cozzi *et al*, 1996; Favre e George, 1995, 1996; Toda *et al*, 1999). Na discussão que se segue desprezar-se-á o último termo de (3.86). A função f_r representa o factor de redução do *jitter* de Gordon-Haus, devido ao uso dos filtros de frequência deslizante.

A figura 3.11 mostra a variação do factor de redução do *jitter*, f_r , em função da distância de propagação, z .

Os valores dos parâmetros considerados foram $\beta_3 = 0$, $\beta = 0.1$, e $\alpha_0 = 0$ (curva a), $\alpha_0 = 0.03$ (curva b), $\alpha_0 = 0.04$ (curva c), e $\alpha_0 = 0.05$ (curva d). Pode observar-se, da figura 3.11, que o *jitter* temporal aumenta significativamente quando a taxa de deslizamento aumenta.

A redução máxima do jitter observa-se para o caso dos filtros fixos (curva a). Nesta situação, o factor de redução é dado pela expressão (3.35), já discutido na secção (3.3.3). Esta dependência do *jitter* temporal com o factor de deslizamento foi verificada experimentalmente por Mollenauer *et al* (1994), e deve-se ao acoplamento entre as flutuações da amplitude e da frequência, matematicamente expressa pelos elementos não diagonais do sistema (3.79-3.80). Pode verificar-se, a partir das equações (3.86-3.91), que, para um determinado valor de β , o factor de redução f_r cresce com a taxa de deslizamento, tendendo para um valor de $f_r = 0.75$ à medida que $|\omega_r| \rightarrow 1$, correspondendo este valor à taxa de deslizamento crítico.

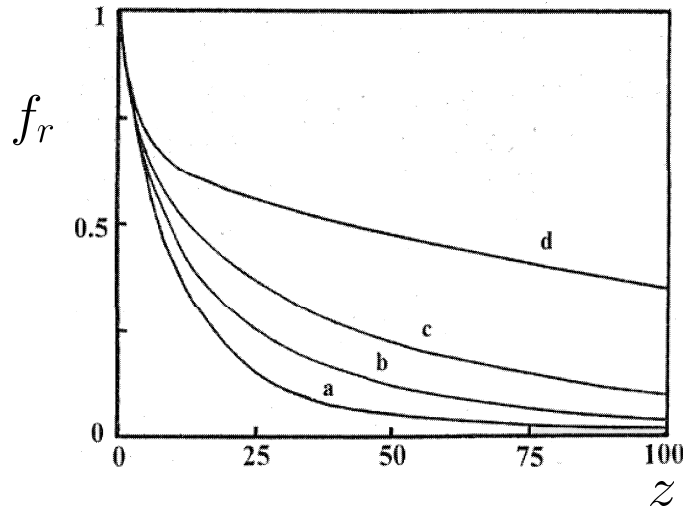


Figura 3.11: Factor de redução, f_r , da variância do jitter temporal, em função da distância de propagação para $\beta_3 = 0$, $\beta = 0.1$ e $\alpha_0 = 0$ (curva a), $\alpha_0 = 0.03$ (curva b), $\alpha_0 = 0.04$ (curva c) e, $\alpha_0 = 0.05$ (curva d). (Ferreira *et al*, 2001 a)

Considerando-se o caso $\alpha_0 \neq 0$ e $\beta_3 \neq 0$, o factor de redução f_r para grandes valores de z , toma a seguinte expressão,

$$f_r = F' \frac{27}{(4\beta z)^2} \quad (3.92)$$

sendo

$$F' = \frac{1 + 12 (\Delta\omega_2)^2}{(1 - \omega_r^2)^2} \quad (3.93)$$

O factor F' é devido ao deslizamento e ao termo de 3ª ordem da função de transferência do filtro. A comparação com o caso dos filtros fixos pressupõe que a potência dos filtros era a mesma. De referir que, quando do uso de filtros fixos, não é possível usar filtros tão potentes como no caso em que se tem deslizamento. A razão prende-se com o ruído de emissão espontânea (ASE) dos amplificadores, que seria se tornaria demasiado grande e poderia conduzir à eventual destruição dos solitões. De facto, a supressão do crescimento exponencial do ruído à frequência do sinal, na presença de deslizamento, permite o emprego de filtros com uma largura de banda inferior ao caso dos filtros fixos. Esta característica compensará, em certa medida, a penalização

observada anteriormente para o *jitter temporal*, no caso do deslizamento. Como consequência este aumento do jitter tornar-se-á pouco significativo, nomeadamente se a taxa de deslizamento considerada se afastar do valor crítico.

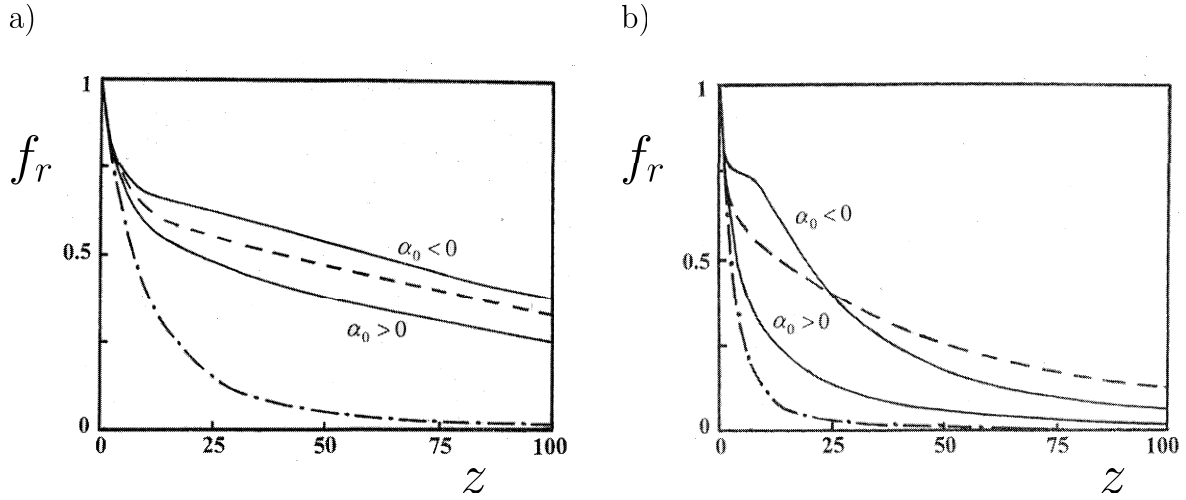


Figura 3.12: Factor de redução f_r da variância do jitter em função da distância de propagação para a) $\beta = 0.1$ e b) $\beta = 0.3$ considerando-se o deslizamento à taxa $\alpha_0 = \pm\beta/2$ e $\beta_3 = 0$ (curvas a tracejado) e $\beta_3 = \beta/2$ (curvas a cheio). As curvas a tracejado-pontilhado correspondem a $\beta_3 = 0$ e $\alpha_0 = 0$. (Ferreira *et al*, 2001 a)

A figura 3.12 ilustra o efeito do termo de 3ª ordem no factor de redução do *jitter* temporal, para os casos $\beta = 0.1$ em a), e $\beta = 0.3$ em b). Em ambos os casos, as curvas a tracejado correspondem a $\beta_3 = 0$ e $\alpha_0 = \pm\beta/2$, enquanto que as curvas a cheio correspondem a $\beta_3 = \beta/2$ e $\alpha_0 = \pm\beta/2$. Verifica-se que o *jitter* temporal é maior no caso de deslizamento para frequências superiores, para o mesmo valor do módulo da taxa de deslizamento. Este comportamento é devido ao acoplamento entre as flutuações de amplitude e de frequência. O acoplamento é maior no caso do deslizamento para frequências superiores, tal como se verifica pela equação (3.80). De facto, atendendo ao numerador de (3.93), observa-se que os dois termos da equação (3.82) possuem o mesmo sinal, verificando-se o oposto para deslizamento para frequências inferiores, resultando assim um maior valor de f_r no primeiro caso. Um caso de interesse particular ocorre no deslizamento para frequências inferiores, quando $\alpha_0 = 8\beta\beta_3/5$ para o qual se tem $\Delta\omega_2 = 0$, em que F' , dado pela equação (3.93), toma o valor $F' = 1$. Por outro lado, no caso de deslizamento para frequências superiores, com a mesma taxa de deslizamento tem-se $\Delta\omega_1 = 0$, e $F' = 1 + 12(\Delta\omega_2)^2$. Por exemplo, se se considerar $\beta_3 = \beta/2$ e $\beta = 0.3$, tem-se $F' = 2.55$.

3.4.4 Simulação da propagação de impulsos

De modo a verificar-se os resultados obtidos pela teoria das perturbações, resolveu-se numericamente a equação (3.55), pelo método *split-step* de Fourier, com condições de fronteira absorventes, apresentado no Apêndice B, e uma condição inicial $sech(t)$. Em geral, a resolução desta equação implica a utilização de 16384 pontos, a fim de garantir o confinamento dos impulsos ao domínio de integração, em virtude de os mesmos serem acelerados, no caso deslizamento para frequências superiores, ou desacelerados, no caso de deslizamento para frequências inferiores, ao longo da linha de transmissão, tal como se apontou anteriormente.

Na figura 3.4.4 está representado, em a) o valor de pico da amplitude em função da distância, e em b) os perfis finais, correspondentes a um deslizamento para frequências inferiores, considerando apenas o termos de 2ª ordem na resposta do filtro. Os valores considerados para os parâmetros foram os seguintes: $\alpha_0 = 0.075$, $\beta = 0.3$, $\beta_3 = 0.0$, tendo δ tomado os seguintes valores, 0.08, 0.10, 0.111, e 0.14.

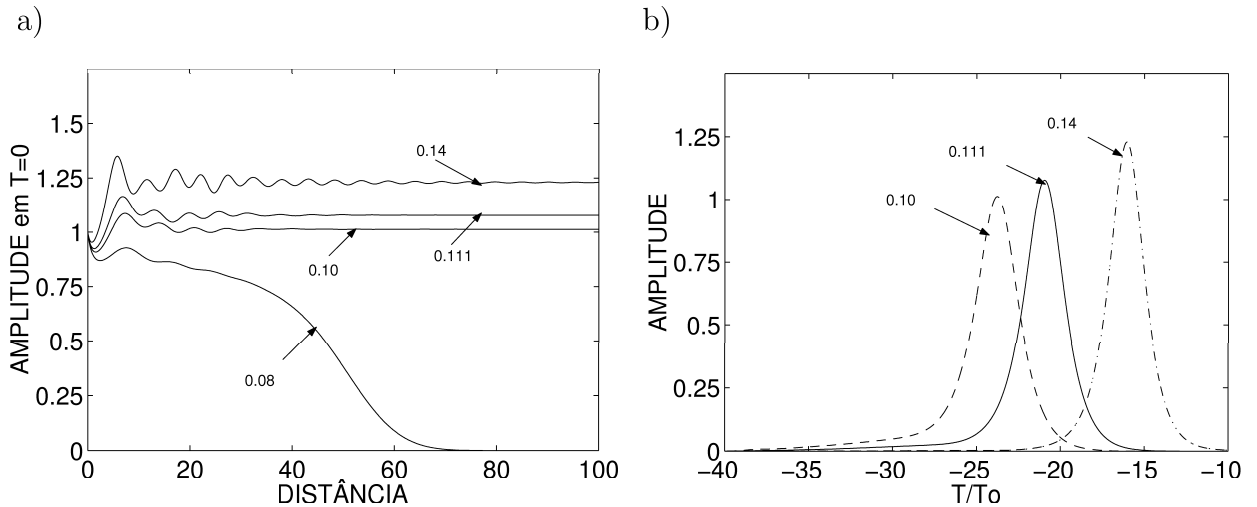


Figura 3.13: a) Valor de pico da amplitude em função da distância. b) Perfis finais correspondente a um deslizamento para frequências inferiores. Os valores considerados para os parâmetros foram $\beta = 0.3$, $\beta_3 = 0.0$, $\alpha_0 = 0.075$, tendo δ tomado os seguintes valores: 0.08, 0.10, 0.111, e 0.14. Em b) a cada coordenada temporal deve somar-se o factor $\alpha_0 z^2/2$, tomando neste caso o valor 375.

Pode verificar-se que a propagação é estável, para o valor de $\delta = 0.111$, previsto pela teoria das perturbações (tabela 3.3). Para o caso de uma amplitude unitária estacionária observa-se um decaimento do impulso para valores inferiores a um dado valor crítico, δ_{cr} , ($0.08 < \delta_{cr} < 0.10$). Contudo o δ_{cr} é ligeiramente inferior ao valor previsto

pela teoria das perturbações, para o caso de uma amplitude estacionária unitária.

Tal, deve-se ao facto de estes valores do excesso de ganho serem insuficientes para compensar totalmente as perdas devido à filtragem, pelo que o termo não-linear se torna demasiado pequeno para que a frequência do impulso possa acompanhar o deslizamento em frequência dos filtros.

Observa-se também da figura 3.4.4 a), que para valores mais elevados do excesso de ganho, o aparecimento de oscilações.

À semelhança do que se verificou para os filtros fixos, tal deve-se à amplificação das ondas lineares, e da interacção das mesmas com o solitão, apesar da separação do ruído do sinal numa fase inicial da propagação. Para valores mais elevados de δ pode mesmo observar-se a formação de um segundo solitão, (Mamyshev e Mollenauer, 1994; Beech-Brandt e Smyth, 2001).

Pela figura 3.4.4 b), pode verificar-se que os impulsos, no final da propagação, apresentam um perfil assimétrico, com um patamar na frente. De um modo geral o patamar apresenta uma amplitude reduzida, mas com uma extensão considerável, característica que poderá impor limitações à taxa de débito binário de um dado sistema de comunicações. Contudo, o perfil apresenta bastantes semelhanças ao perfil da secante hiperbólica.

Estas soluções apresentam um perfil semelhante a algumas das soluções encontradas em Parker *et al* (2002); Facão (2003).

Na figura 3.14 encontram-se indicados os resultados das simulações, para deslizamento para frequências inferiores, com uma taxa $\alpha_0 = 0.075$. Os parâmetros de filtragem foram $\beta = 0.3$ e $\beta_3 = 0.15$. Os valores do excesso de ganho, δ , encontram-se indicados na figura.

Pode verificar-se que a propagação é estável, para o valor de $\delta = 0.142$, previsto pela teoria das perturbações (tabela 3.3).

À semelhança do que se verificou quando apenas se considerou o termo de 2ª ordem na resposta do filtro, para uma amplitude unitária estacionária observa-se um decaimento do impulso para valores inferiores a um dado valor crítico, δ_{cr} , sendo este valor ligeiramente inferior ao valor previsto pela teoria das perturbações.

Observa-se igualmente da figura 3.14, para valores mais elevados do excesso de ganho, o aparecimento de oscilações devido à amplificação das ondas lineares, e da interacção das mesmas com o solitão.

A figura 3.15 mostra que os impulsos mantêm aproximadamente a forma $sech(t)$, após a propagação ao longo de 100 distâncias normalizadas. Embora se apresentem

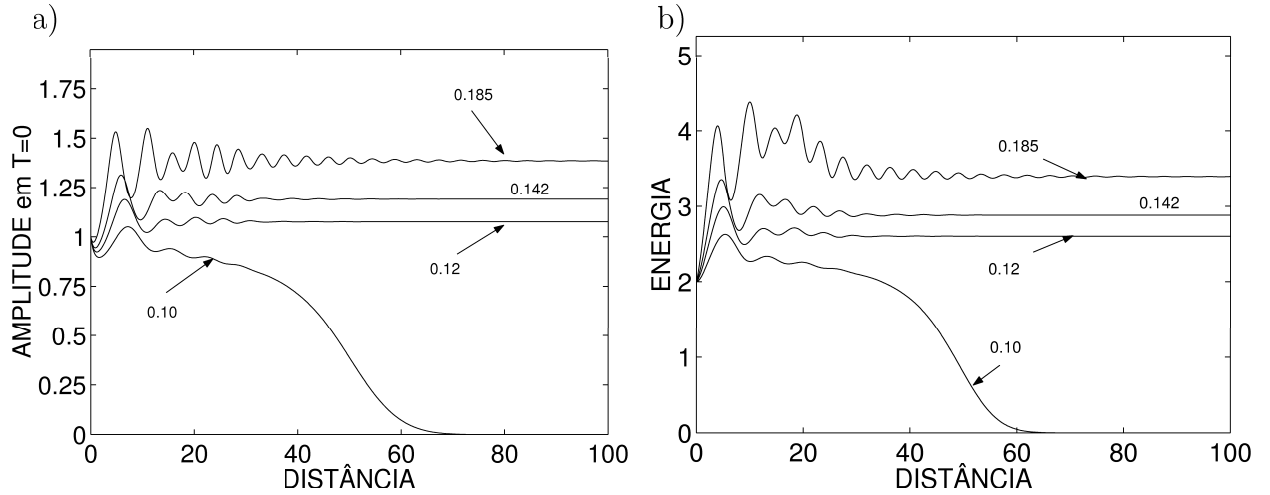


Figura 3.14: a) Valor de pico da amplitude e b) evolução da energia, em função da distância, para $\alpha_0 = 0.075$, $\beta = 0.3$ e $\beta_3 = 0.15$, correspondente a deslizamento para frequências inferiores. Os valores do parâmetro do excesso de ganho, δ , encontram-se indicados nas figuras.

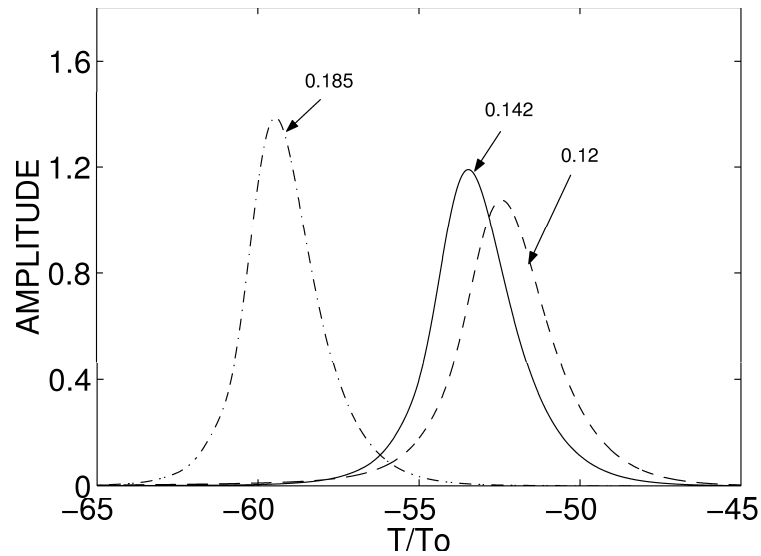


Figura 3.15: Perfis dos impulsos, após a propagação sobre 100 distâncias normalizadas, para $\alpha_0 = 0.075$, $\beta = 0.3$ e $\beta_3 = 0.15$. Os valores de δ encontram-se indicados na figura.

ligeiramente assimétricos, não apresentam um patarmar extenso.

Verifica-se deste modo, que a inserção do termo de 3ª ordem na resposta do filtro, requer um valor mais elevado do excesso de ganho, a fim de se observar uma propagação estável. Por outro lado o perfil dos impulsos apresenta-se mais adequado para sistemas

de comunicações.

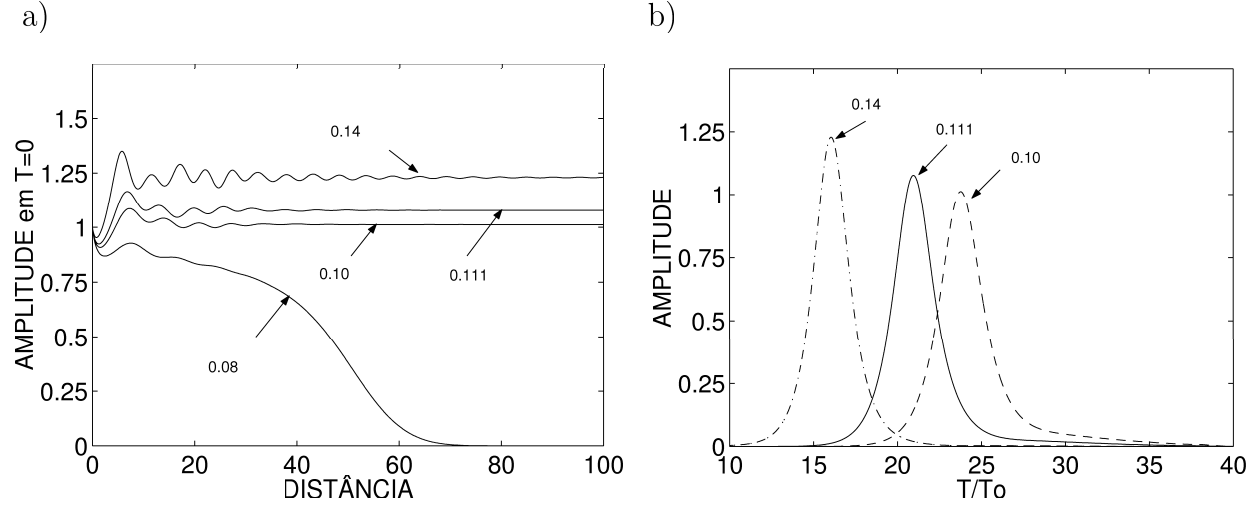


Figura 3.16: a) Valor de pico da amplitude em função da distância. b) Perfis finais correspondente a um deslizamento para frequências superiores. Os valores considerados para os parâmetros foram $\beta = 0.3$, $\beta_3 = 0.0$, $\alpha_0 = -0.075$, tendo δ tomado os seguintes valores: 0.08, 0.10, 0.111, e 0.14. Em b) a cada coordenada temporal deve somar-se o factor $\alpha_0 z^2/2$, tomando neste caso o valor -375.

Na figura 3.16 está representado, em a) o valor de pico da amplitude em função da distância, e em b) os perfis finais, correspondentes a um deslizamento para frequências superiores, considerando apenas o termos de 2ª ordem na resposta do filtro. Os valores considerados para os parâmetros foram os seguintes: $\alpha_0 = 0.075$, $\beta = 0.3$, $\beta_3 = 0.0$, tendo δ tomado os seguintes valores, 0.08, 0.10, 0.111, e 0.14, valores igualmente considerados no caso de deslizamento para frequências inferiores.

Pela figura 3.16 a) pode verificar-se que o valor de pico da amplitude, evolui de modo semelhante ao observado para deslizamento para frequências inferiores, tal como se pode observar a partir da figura a), para os mesmos valores dos parâmetros.

Pela figura 3.16 b) pode verificar-se que, no final da propagação, os impulsos se apresentam assimétricos, com um patamar na traseira. Neste caso, o perfis dos impulsos apresentam-se simétricos dos apresentados pelos impulsos no caso de deslizamento para frequências superiores, tal como se pode confirmar a partir da figura b).

Na figura 3.17 encontram-se indicados os resultados das simulações, para deslizamento para frequências superiores, com a taxa $\alpha_0 = -0.075$. Os parâmetros de filtragem foram $\beta = 0.3$ e $\beta_3 = 0.15$. Os valores do excesso de ganho, δ , encontram-se indicados na figura.

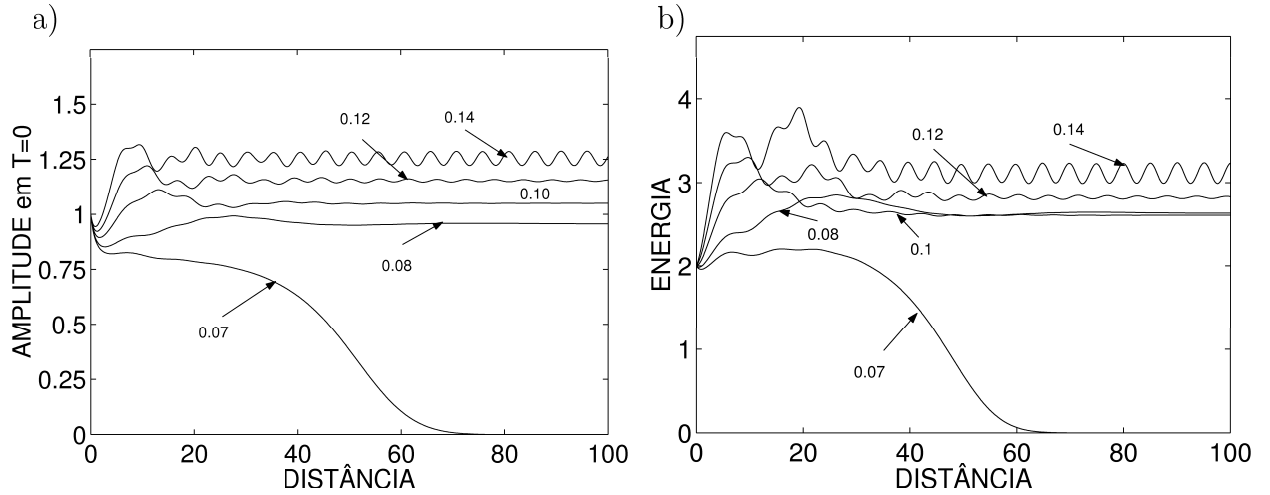


Figura 3.17: a) Valor de pico da amplitude e b) da energia, em função da distância, correspondente a um deslizamento para frequências superiores. Os valores considerados para os parâmetros foram $\alpha_0 = -0.075$, $\beta = 0.3$, $\beta_3 = 0.15$, encontrando-se os valores do excesso de ganho, δ , indicados nas figuras.

À semelhança do que se observou no caso do deslizamento para frequências inferiores, observa-se também neste caso uma propagação estável, para o valor de δ previsto pela teoria das perturbações, $\delta = 0.1$, para o caso de uma amplitude estacionária unitária.

Em geral, observa-se o decaimento do impulso para valores inferiores a um dado valor crítico δ_{cr} , verificando-se contudo, que este valor é inferior ao registado a propósito do deslizamento para frequências inferiores, tal como se pode verificar a partir das figuras 3.14 a) e b).

De facto pode verificar-se da figura 3.17, pode verificar-se que $0.07 < \delta_{cr} < 0.08$. Observa-se igualmente o aparecimento de oscilações para valores mais elevados de δ , ($\delta \geq 0.12$).

Tal como se referiu, no caso de deslizamento para frequências superiores, e tal como previsto, observa-se uma propagação estável de impulsos para valores do excesso de ganho inferiores, comparativamente a um deslizamento para frequências inferiores. O termo de 3ª ordem do filtro é responsável por este comportamento assimétrico, entre deslizamento para frequências inferiores ou superiores.

Na figura 3.18 estão representados os perfis dos impulsos, após a sua propagação ao longo de 100 distâncias normalizadas. Os valores considerados para os parâmetros foram, $\alpha_0 = -0.075$, $\beta = 0.3$ e $\beta_3 = 0.15$. Os valores de δ encontram-se indicados sobre

as respectivas curvas.

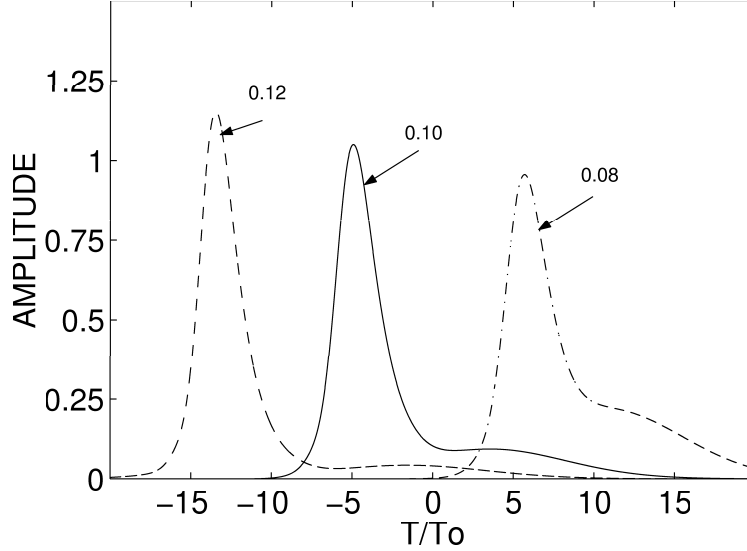


Figura 3.18: Perfis dos impulsos, após a propagação sobre 100 distâncias, para $\alpha_0 = -0.075$, $\beta = 0.3$ e $\beta_3 = 0.15$. Os valores de δ encontram-se indicados na figura.

Pela figura pode verificar-se que, embora os impulsos mantenham aproximadamente a forma $sech(t)$, desenvolvem um patamar significativo na traseira do impulso. Este revela-se mais extenso e de menor amplitude para o maior valor considerado para δ , ($\delta = 0.12$). Por outro lado, para o menor valor de δ , ($\delta = 0.08$), a extensão do patamar é mais reduzida mas com uma amplitude não desprezável face à do próprio solitão. Assim, para o maior valor do excesso de ganho linear a separação entre as ondas lineares e o impulso é mais evidente.

Foram desenvolvidos alguns estudos, por forma a caracterizar a gama de valores dos parâmetros para a qual se observa propagação estável, para os filtros de frequência deslizante. Destacam-se os estudos de índole experimental, numérica e analítica, (Mamyshev e Mollenauer, 1994; Burtsev e Kaup, 1997).

Os estudos experimentais foram realizados por Mollenauer *et al* (1994). Basicamente consideraram um troço de recirculação, com três segmentos de $\sim 26 \text{ km}$, com um parâmetro de dispersão $\mathcal{D} = 0.45 \text{ ps}/(\text{nm} \cdot \text{km})$, para um sinal de comprimento de onda $\lambda \sim 1557 \text{ nm}$, e um amplificador de fibra dopada com érbio, após cada troço da fibra. A taxa de deslizamento foi variada na gama $0 - 15 \text{ GHz} / \text{Mm}$. A relação entre a taxa de deslizamento normalizada e taxa real, f' , estabelecida por Mollenauer *et al* (1994); Mamyshev e Mollenauer (1994), para um dispositivo de Fabry-Perot, é dada por: $\alpha_0/2 = 2\pi^2 f' c t_{FWHM}^3 / (\lambda^2 \mathcal{D})$.

Na figura 3.19 está representada a propagação instável de dois impulsos sujeitos a duas taxas de deslizamento distintas: $\alpha_0 = 0.2$ e $\alpha_0 = 0.01$. Os valores do parâmetros de filtragem foram $\beta = 0.8$ e $\beta_3 = 0.4$ para $\alpha_0 = 0.2$, $\beta = 0.5$ e $\beta_3 = 0.25$ para $\alpha_0 = 0.01$.

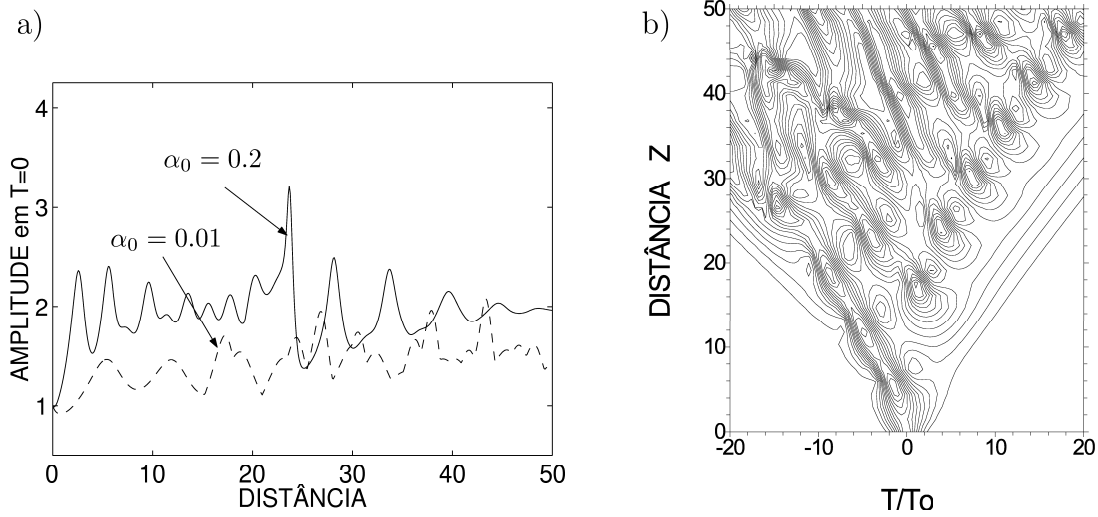


Figura 3.19: a) Valor de pico da amplitude em função da distância, para $\alpha_0 = 0.2$, $\beta = 0.8$ e $\beta_3 = 0.4$, e $\alpha_0 = 0.01$, $\beta = 0.5$ e $\beta_3 = 0.25$ correspondente a deslizamento para frequências inferiores. b) Isolinhas da amplitude, observando-se a formação de um trem de solitões, para $\alpha_0 = 0.01$.

Em ambos os casos verifica-se que a taxa de deslizamento não é suficientemente elevada para permitir a remoção da componente não-solitónica. Como consequência, a transmissão torna-se instável. Pela figura 3.19 b) pode observar-se a geração de um trem de solitões. De facto, a taxa de deslizamento é baixa, pelo que a separação espectral das ondas lineares revela-se pouco eficiente, tendendo estas a ser amplificadas em virtude do excesso de ganho linear ser relativamente elevado.

Para se observar uma propagação estável, a taxa de deslizamento teria de ser mais elevada a fim de se conseguir remover as componentes não-solitónicas. Por outro lado, se a taxa de deslizamento for demasiado elevada, o impulso pode mesmo decaír.

3.5 Conclusão

Neste capítulo introduziu-se o conceito de *jitter temporal* e caracterizou-se, de forma breve, os principais mecanismos físicos responsáveis por este efeito. De entre esses mecanismos físicos destaca-se o efeito de Gordon-Haus, que se traduz pelo aumento da

variância do jitter temporal com o cubo da distância percorrida, para um dado solitão da corrente binária.

O controlo deste efeito foi estudado com base em duas técnicas de filtragem distintas; por recurso a filtros fixos e por recurso a filtros de frequência deslizante.

O uso de filtros fixos faz com que a variância do jitter temporal, aumente linearmente com a distância percorrida pelo solitão. Analisou-se a estabilidade da propagação de solitões em sistemas com ganho linear e filtros fixos. Verificou-se que o excesso de ganho linear, necessário para compensar as perdas produzidas pelos filtros, determinam uma instabilidade de fundo que afecta o próprio solitão. As simulações numéricas mostram que será difícil suprimir essa instabilidade através do ajuste das características iniciais dos impulsos. De facto, a propagação é mais estável à medida que os impulsos se tornam semelhantes à solução estacionária admitida pelo sistema. Por outro lado deve-se ao facto de que, quanto maior for a dissemelhança entre os impulsos iniciais e a solução estacionária, mais energia é convertida em radiação no processo de filtragem. Esta radiação, por sua vez, é amplificada, e interacciona com o solitão, podendo, eventualmente, resultar na destruição do mesmo.

A utilização de filtros de frequência deslizante permite suprimir a instabilidade de fundo, em virtude de o solitão acompanhar o deslizamento em frequência dos filtros, contrariamente ao observado para as ondas lineares.

Examinou-se a influência da contribuição do termo de 3ª ordem da função de transferência dos filtros de frequência deslizante na propagação do solitão. Verificou-se que este termo causa uma diferença significativa entre os regimes de deslizamento para frequências superiores e para frequências inferiores. Em particular verificou-se que o deslizamento para frequências superiores necessita de um ganho linear inferior, para a mesma taxa de deslizamento.

Apresentou-se uma expressão analítica para o valor do jitter temporal de um sistema de transmissão por solitões usando filtros de frequência deslizante, incluindo o termo de 3ª ordem do filtro. Entre outros resultados obteve-se um resultado analítico para o limite superior da taxa de deslizamento, de modo a garantir uma propagação estável do solitão. Mostra-se que o deslizamento dos filtros determina um acoplamento entre as flutuações de amplitude e da frequência do solitão o que determina um aumento significativo do jitter temporal relativamente ao caso dos filtros fixos. Este acoplamento é maior no caso do deslizamento para frequências superiores. Contudo, este aumento da variância do jitter pode ser compensado na prática usando filtros mais potentes, do que o permitido no caso dos filtros fixos.

Verificou-se, por simulação numérica, que a forma dos impulsos é assimétrica em ambos os casos, embora no caso de deslizamento para frequências superiores a traseira do impulso apresente um patamar. Este apresenta uma extensão considerável face à extensão da base do impulso, embora de baixa intensidade. No caso do deslizamento para frequências superiores a forma do impulso afasta-se significativamente da secante hiperbólica.

Capítulo 4

Propagação de Impulsos na Presença de Filtragem e Amplificação Linear e Não-Linear

4.1 Introdução

Uma das técnicas que permite controlar a instabilidade de fundo, estudada no capítulo 3, emprega filtros cuja frequência central varia ao longo da linha de transmissão, os filtros de frequência deslizante. Deste modo, só os solitões acompanham o desvio em frequência dos filtros, observando-se a atenuação das ondas lineares. Contudo esta técnica não se revela de fácil implementação prática. Por um lado há que garantir uma taxa de deslizamento adequada, por outro lado a aceleração ou desaceleração ao longo da linha de transmissão traduz-se na assimetria da forma dos impulsos, a qual pode afastar-se bastante da secante hiperbólica. Os impulsos apresentam, em geral, um patamar na traseira ou na frente do impulso, que poderá impor sérias limitações à eficiência do sistema (Soto-Crespo *et al*, 1995). Há ainda a referir que a técnica dos filtros de frequência deslizante apresenta sérias limitações nos regimes sub-picosegundo e femtosegundo, em virtude da largura da curva de ganho dos amplificadores não ser suficiente para acomodar o desvio em frequência, (Matsumoto *et al*, 1995 b).

Em alternativa aos filtros de frequência deslizante, foi proposta a amplificação não-linear (ganho dependente da amplitude) dos impulsos, por Kodama em 1992 (Kodama *et al*, 1992 c; Hasegawa e Kodama, 1995). Deste modo consegue-se a supressão das ondas lineares, de pequena amplitude, e a amplificação do solitão. Esta técnica tem ainda a vantagem de poder ser aplicada aos regimes sub-picosegundo e femtosegundo.

4.2 Propagação com filtragem e amplificação linear e não-linear

4.2.1 A equação de propagação

No caso de se considerar a existência de filtragem e ganho linear (excesso de ganho) e ganho não-linear, a equação de propagação pode escrever-se do seguinte modo:

$$i\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u = i\delta u + i\beta\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + i\varepsilon|u|^2 u \quad (4.1)$$

Sendo t , o tempo retardado, z , a distância de propagação normalizada, δ , β , e ε constantes reais. Nos sistemas de comunicação por fibra óptica, u é a envolvente complexa do campo eléctrico, δ é o excesso de ganho linear à frequência portadora, β caracteriza a filtragem espectral, e ε descreve processos de ganho-absorção não-lineares.

A equação (4.1) é conhecida por equação complexa de Ginzburg-Landau cúbica (CGLE). Esta equação assume uma importância particular no caso da Física, dado que permite estudar a evolução de diversos sistemas. De facto, diversos fenómenos em desequilíbrio, tais como a instabilidade convectiva (Normand e Pomeau, 1977), convecção em fluidos binários (Kolodner, 1991) e transições de fase (Graham, 1975), podem ser descritas por esta equação. Em Óptica Não-Linear, permite estudar a caracterização de processos em lasers (Haken, 1983; Weiss1, 1992; Staliunas, 1993; Jakobsen *et al*, 1992; Harkness *et al*, 1994), os osciladores paramétricos ópticos (Jian *et al*, 1999), os lasers de solitões espaciais (Dunlop, 1998; Taranenko *et al*, 1997), bem como a propagação ao longo das linhas de transmissão (Hasegawa e Kodama, 1995; Agrawal, 2001 a).

A amplificação não-linear, dependente da intensidade, pode ser conseguida, por exemplo, pela inserção de dispositivos com absorção saturável (Heatley *et al*, 1993; Atkinson *et al*, 1994) ou por ciclos de espelhos de amplificação não-linear (Matsumoto e Hasegawa, 1993). Em particular, em lasers de solitões baseados em polarizadores não-lineares por rotação, a própria fibra conjuntamente com o polarizador desempenha o papel de absorvedor saturável, (Kodama *et al*, 1992 c; Chen *et al*, 1992; Afanasjev, 1995 b; Soto-Crespo *et al*, 1995). A correspondência entre o coeficiente do ganho não-linear ε e os parâmetros reais encontra-se descrita em Kodama *et al* (1992 c), para o caso de um laser em anel. Por exemplo, a função característica do ganho para um laser de fibra 'mode locked' pode ser dada por (Hasegawa e Kodama, 1995),

$$G(|u|^2) \simeq 1 + g_o |u|^2 \quad (4.2)$$

sendo g_o uma constante positiva determinada a partir do ângulo da polarização inicial, o comprimento da fibra birrefringente e o ângulo representando o analisador elíptico sobre a esfera de Poincaré. Se se inserirem amplificadores com uma função ganho deste tipo, pode considerar-se $g(|u|^2) = \ln[G(|u|^2)]/Z_a$ o ganho não-linear médio sobre a distância entre dois amplificadores consecutivos. No caso das equações (4.1) e (4.2) a função ganho pode escrever-se como $g(x) = \varepsilon x$, sendo $\varepsilon = g_o/Z_a$.

4.2.2 Soluções analíticas

São conhecidas algumas das soluções exactas da CGLE, obtidas por diversos métodos, nomeadamente um método particular apresentado em Pereira e Stenflo (1977), o método bilinear de Hirota ou a redução a um sistema de equações às derivadas parciais lineares (Akhmediev e Ankiewicz, 1997).

A equação (4.1) admite uma solução estacionária do tipo onda solitária, com velocidade transversal nula (Akhmediev *et al*, 1996),

$$u(z, t) = a(t) \exp[i\phi(t)] \exp(-i Dz) \quad (4.3)$$

Onde $\phi(t)$ é definido por

$$\phi(t) = \phi_o + C \ln[a(t)] \quad (4.4)$$

sendo ϕ_o uma fase inicial arbitrária.

Por inserção das equações (4.3) e (4.4) na equação (4.1), pode mostrar-se que a solução (4.3) toma a seguinte forma (Pereira e Stenflo, 1977; Matsumoto, 1995 a),

$$u(z, t) = A (\operatorname{sech} Bt) \exp\{-i[Dz + C \ln \cosh(Bt)]\} \quad (4.5)$$

Na equação (4.5), A, B, C e D são constantes reais, unicamente determinadas pelos parâmetros do sistema, e são dados pelas seguintes expressões:

$$C = -(3\beta\varepsilon + 3/2)/(2\beta - \varepsilon) \pm [(3\beta\varepsilon + 3/2)^2/(2\beta - \varepsilon)^2 + 2]^{1/2} \quad (4.6)$$

$$B = \{\delta/[\beta(C^2 - 1) + C]\}^{1/2} \quad (4.7)$$

$$A = B(1 - C^2/2 + 3\beta C)^{1/2} \quad (4.8)$$

$$D = -B^2(1 - C^2 + 4\beta C)/2 \quad (4.9)$$

O sinal na equação (4.6) deve ser escolhido de modo a que B e A tomem valores reais.

A equação (4.5) permite verificar que, embora o perfil da amplitude seja uma secante hiperbólica, tal como sucede para a solução 1-soliton da NLSE, existem diferenças significativas entre as soluções de ambas as equações. De facto, pode verificar-se, pelas equações (4.7 - 4.8), que a amplitude e a largura são unicamente determinadas pelos parâmetros do sistema, apresentando expressões distintas, contrastando com o caso da NLSE, para a qual $A = B$. Esta propriedade é característica de sistemas dissipativos. Pode verificar-se também, pela equação (4.5), que esta solução apresenta um trinado. Verifica-se também que uma variação de δ se traduz na variação da amplitude, da largura e da fase. A solução dada pela equação (4.5) é conhecida por solução de *amplitude fixa*.

Para se encontrar a região de existência da solução (4.5), pode observar-se, no plano (β, ε) , que o denominador da equação (4.7), é positivo abaixo da curva S , dada por:

$$\varepsilon_S = \beta[3(1 + 4\beta^2)^{1/2} - 1]/(4 + 18\beta^2) \quad (4.10)$$

e negativo acima da mesma. A curva S encontra-se representada na figura (4.1), e separa uma região de soluções estáveis, ($\delta > 0$), de uma região de soluções instáveis, ($\delta < 0$), no plano (β, ε) , como se verá mais à frente. Contudo para $\delta > 0$, tem-se uma amplificação linear positiva, pelo que, a solução $u = 0$ é instável, pelo que ou a solução é estável e o 'background' instável, ou vice-versa. Como consequência a solução geral é sempre instável. Se a condição inicial se assemelhar à solução exacta, e se $\delta \ll 1$, a instabilidade desenvolve-se lentamente, podendo o soliton propagar-se até distâncias $z \simeq \delta^{-1}$.

Para a solução (4.5) existir, δ deve ser positivo abaixo da curva S e negativo acima desta. Sobre a linha S esta solução apresenta uma singularidade. Assim, à medida que $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_S$, a sua amplitude, A , tende para infinito, a sua largura, $1/B$, tende para zero. Esta singularidade poderá ser usada em lasers de solitões, para controlar os parâmetros

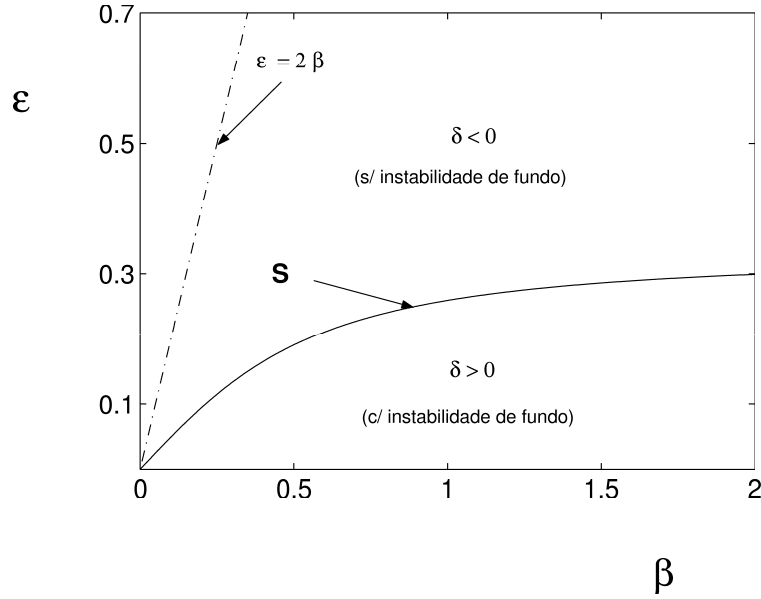


Figura 4.1: Plano (β, ε) . Sobre a curva S , dada pela equação (4.10), as soluções de amplitude fixa tornam-se singulares e existem soluções especiais, as de amplitude arbitrária. A linha $\varepsilon = 2\beta$ representa a região de existência da solução sem trinado.

dos impulsos através de uma pequena variação dos parâmetros do sistema., como se verá na secção (4.3.2).

A curva S , dada por (4.10), apresenta os seguintes valores,

$$\varepsilon_s \approx \frac{\beta}{2} \quad \beta \ll 1 \quad (4.11)$$

$$\varepsilon_s \rightarrow \frac{1}{3} \quad \beta \gg 1 \quad (4.12)$$

A solução (4.5) não existe sobre a curva S . No entanto, se β e ε satisfizerem a equação (4.10), e $\delta = 0$, existe um outro tipo de solução, dada por (Akhmediev e Ankiewicz, 1997):

$$u(z, t) = G F(\operatorname{sech} Gt) \exp\{-i[H z + E \ln \cosh(Gt)]\} \quad (4.13)$$

onde G é um parâmetro arbitrário positivo, e E , H e F são:

$$E = \frac{\sqrt{1+4\beta^2}-1}{2\beta} \quad (4.14)$$

$$H = -E \left(\frac{1+4\beta^2}{2\beta} \right) G^2 \quad (4.15)$$

$$F = \left(\frac{E\sqrt{1+4\beta^2}}{2\varepsilon} \right)^{1/2} \quad (4.16)$$

A solução (4.13) é designada por solução de *amplitude arbitária*.

Os solitões de amplitude arbitária existem em virtude de, quando $\delta = 0$, a equação cúbica de Ginzburg-Landau se apresentar invariante perante a seguinte transformação de variáveis:

$$\begin{aligned} u &\rightarrow Gu \\ t &\rightarrow Gt \\ z &\rightarrow G^2 z \end{aligned} \quad (4.17)$$

Neste caso, se se conhecer uma solução particular, pode gerar-se toda a família de soluções a partir desta transformação. Estas soluções são estáveis relativamente a pequenas perturbações em qualquer ponto sobre a curva S. Por outro lado, a solução $u = 0$ é estável em virtude de se ter $\delta = 0$, i.e., a solução é estável e não existe instabilidade de fundo, pelo que a solução geral é estável. A singularidade da solução (4.5), bem como a existência da solução de amplitude arbitária, por via numérica, foi descoberta em Afanasjev (1995 a).

Pode mostrar-se que os produtos amplitude -largura para a solução de amplitude fixa, A/B , e para a solução de amplitude arbitária, F , coincidem sobre a linha S, tomando a seguinte expressão:

$$A/B = F = \left[\frac{(2+9\beta^2)\sqrt{1+4\beta^2}(\sqrt{1+4\beta^2}-1)}{2\beta^2(3\sqrt{1+4\beta^2}-1)} \right]^{1/2} \quad (4.18)$$

Este resultado evidencia o facto da solução de amplitude arbitária poder ser encarada como o limite da solução de amplitude fixa quando $\delta \rightarrow 0$, e $(\varepsilon \rightarrow \varepsilon_S)$, (Akhmediev *et al*, 1996).

A solução (4.5) também não se aplica quando a relação entre o ganho não-linear e a filtragem é $\varepsilon = 2\beta$. No limite, quando $\varepsilon \rightarrow 2\beta$, e a amplitude mantém-se finita, se

o parâmetro do trinado se anular. Neste caso a equação (4.1) tem então uma solução na forma:

$$u(z, t) = \sqrt{-\frac{\delta}{\beta}} \left(\operatorname{sech} \left(\sqrt{-\frac{\delta}{\beta}} t \right) \right) \exp\{-i[Dz]\} \quad (4.19)$$

Os coeficientes δ e β devem possuir sinais contrários para que esta solução tenha significado físico. Embora sem trinado, verifica-se que a solução é instável. Esta solução designa-se por solução *sem trinado*, Afanasjev (1995 a).

4.2.3 Resultados com base na teoria das perturbações

Quando os coeficientes no membro direito da equação (4.1) são suficientemente pequenos, a evolução dinâmica da amplitude, η , bem como a da frequência, k , pode ser estudada por recurso a uma teoria de perturbações adiabática (Karpman e Maslov, 1977). Assim, na presença de perturbações, que se podem traduzir pelos termos do membro direito da equação (4.1), a solução 1-soliton (equação 2.37) é uma função de variação lenta da distância de propagação. Em particular, η e k satisfazem ao seguinte sistema de equações:

$$\frac{d\eta}{dz} = 2\eta\left(\delta - \frac{\beta\eta^2}{3} - \beta k^2 + \frac{2}{3}\varepsilon\eta^2\right) \quad (4.20)$$

$$\frac{dk}{dz} = -\frac{4}{3}\beta\eta^2k \quad (4.21)$$

Este sistema apresenta uma linha de pontos singulares para $\eta = 0$ e $\delta > 0$, e dependendo da relação entre os parâmetros, pode apresentar um ponto singular no semi-eixo $k = 0$, $\eta > 0$, (Akhmediev e Ankiewicz, 1997).

De seguida analisar-se-á a estabilidade de dois pontos críticos, $(\eta = 0, k = 0)$ e $(\eta = \sqrt{3\delta/(\beta - 2\varepsilon)}, k = 0)$, do sistema de equações (4.20-4.21). Tal como se procedeu no capítulo anterior, a análise da estabilidade dos pontos de equilíbrio far-se-á com base no princípio da estabilidade linearizada, em virtude de o sistema ser não-linear.

Em primeiro lugar considerar-se-á o ponto $(\eta = 0, k = 0)$. O sistema (4.20 - 4.21) pode escrever-se do seguinte modo:

$$\frac{d\eta}{dz} = 2\delta\eta + f(\eta, k) \quad (4.22)$$

$$\frac{dk}{dz} = g(\eta, k) \quad (4.23)$$

sendo $f(\eta, k)$ e $g(\eta, k)$ dadas por,

$$f(\eta, k) = 2\eta\left(-\frac{\beta\eta^2}{3} - \beta k^2 + \frac{2}{3}\varepsilon\eta^2\right) \quad (4.24)$$

$$g(\eta, k) = -\frac{4}{3}\beta\eta^2k \quad (4.25)$$

e verificando as seguintes condições,

$$\lim_{(\eta,k) \rightarrow (0,0)} \frac{f(\eta, k)}{\sqrt{(\eta^2 + k^2)}} = 0 \quad (4.26)$$

$$\lim_{(\eta,k) \rightarrow (0,0)} \frac{g(\eta, k)}{\sqrt{(\eta^2 + k^2)}} = 0 \quad (4.27)$$

A natureza deste ponto crítico pode ser discutida com base nos valores próprios do sistema linear. Deste modo tem-se,

$$\det \begin{bmatrix} 2\delta - \lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \end{bmatrix} = 0$$

sendo a $(2\delta - \lambda)\lambda = 0$ a equação característica, de valores próprios $\lambda_1 = 0$ e $\lambda_2 = 2\delta$, respectivamente. Pelo facto de um dos valores próprios ser nulo, o ponto crítico é degenerado, tendo-se uma linha de valores críticos, para $\eta = 0$, tal como se referiu anteriormente. Para que o ponto crítico seja estável, i.e., $\lambda_2 < 0$, deve ter-se $\delta < 0$.

Seguidamente discutir-se-à a estabilidade do 2º ponto crítico, $(\eta = \eta_a, k = 0)$, sendo $\eta_a = \sqrt{3\delta/(\beta - 2\varepsilon)}$. Por um processo análogo ao apresentado anteriormente, pode mostrar-se que neste caso a equação característica toma a forma, $(4\delta + \lambda)(\frac{4\beta\delta}{(\beta - 2\varepsilon)} + \lambda) = 0$. Tem-se então $\lambda_1 = -4\delta$ e $\lambda_2 = -\frac{4\beta\delta}{(\beta - 2\varepsilon)}$. Para que o ponto crítico seja um nó estável, i.e., para que os valores próprios sejam reais e negativos, então deve ter-se $\delta > 0$ e consequentemente $\beta > 2\varepsilon$, de modo a que η seja real. Neste caso, e em virtude de $\delta > 0$, existe instabilidade de fundo, dado que para $(0,0)$ ser estável é necessário que $\delta < 0$.

Na figura 4.2 estão representados dois espaços de fases, para dois conjuntos de parâmetros distintos, obtidos por integração numérica do sistema (4.20 - 4.21). Considerou-se $\beta = 0.15$, e $\varepsilon = 0.03$ em a) e $\varepsilon = 0.07$ em b), sendo o parâmetro de excesso de ganho linear obtido a partir da equação,

$$3\delta - \beta + 2\varepsilon = 0 \quad (4.28)$$

para cada situação, de modo a garantir-se uma amplitude unitária. Em ambos os casos, pode observar-se, pela figura 4.2, a existência de um atrator. Deste modo, um solitão com uma amplitude e uma frequência iniciais, que se situem na bacia de atracção do ponto crítico, tende a emergir com uma amplitude e uma velocidade semelhantes às do atrator, após a sua propagação no sistema. Contudo, observa-se também a amplificação de ondas lineares, cujo desvio em frequência em relação à portadora se situe ainda dentro da bacia de atracção do ponto crítico, ($|k| \leq \sqrt{\delta/\beta}$).

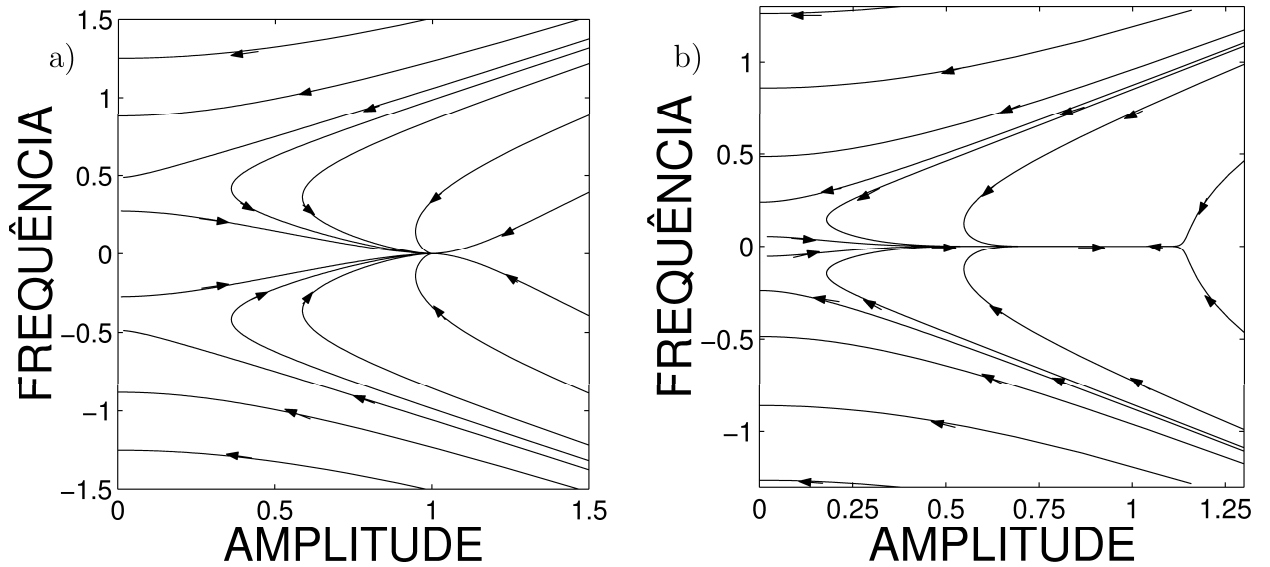


Figura 4.2: Espaço de fases obtido para $\beta = 0.15$, a) $\varepsilon = 0.03$ e b) $\varepsilon = 0.07$. Os valores de excesso de ganho linear correspondentes foram obtidos pela relação $3\delta = \beta - 2\varepsilon$.

No entanto, pode verificar-se que, para um valor superior de ganho não-linear, pela figura 4.2 b), só as ondas lineares cuja frequência é muito próxima da do atrator, é que sofrem amplificação; para um valor inferior de ganho não-linear, observa-se que a bacia de influência do atrator permite a amplificação de ondas lineares cujo estado inicial está mais afastado do atrator (figura 4.2 a)). As implicações deste facto serão consideradas, na secção seguinte, conjuntamente com o estudo numérico da propagação de impulsos.

Torna-se conveniente exprimir-se os parâmetros, δ e ε , em função do parâmetro de filtragem β , de modo a que a equação (4.28) seja verificada. Tendo-se então,

$$\begin{aligned}\delta &= (1 - K)\beta/3 \\ \varepsilon &= K\beta/2\end{aligned}\quad 0 \leq K \leq 1 \quad (4.29)$$

O parâmetro K caracteriza a contribuição do ganho não linear. A inserção das relações (4.28) em (4.20), e em virtude de $k_a = 0$, permite obter uma equação que traduz a evolução da amplitude do solitão na vizinhança do ponto estacionário,

$$\begin{aligned}\frac{d\eta}{dz} &= 2\delta \eta (1 - \eta^2) \\ &= \frac{2}{3}(1 - K)\beta \eta (1 - \eta^2)\end{aligned}\quad (4.30)$$

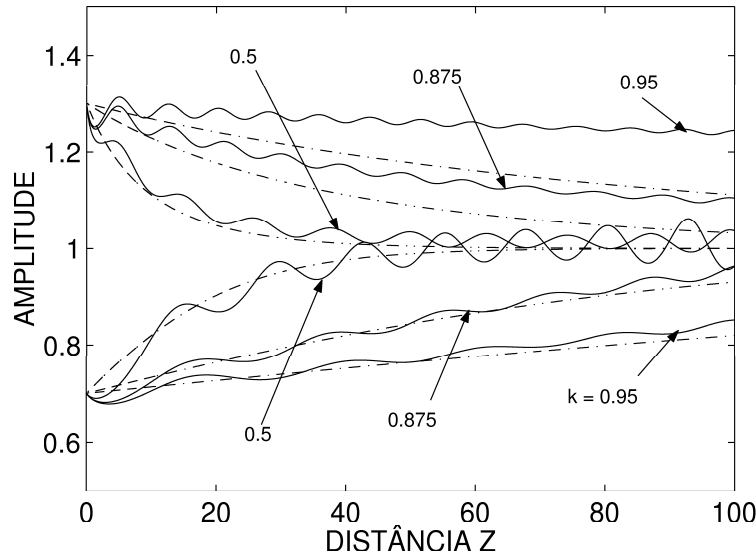


Figura 4.3: Evolução da amplitude em função da distância, para impulsos cujas amplitudes iniciais são $\eta_o = 0.7$ e $\eta_o = 1.3$, respectivamente. Os valores considerados para K foram 0.5, 0.875 e 0.95, para $\beta = 0.1$. As curvas a tracejado foram obtidas por resolução da equação (4.30) e as curvas a cheio indicam os resultados numéricos para uma condição inicial do tipo $\eta_o \operatorname{sech}(\eta_o t)$, obtidos a partir da equação (4.1).

Pode verificar-se, pela equação (4.30), que a taxa de decaimento da amplitude, na vizinhança do ponto estacionário, é proporcional a δ . Pela equação (4.28), verifica-se que à medida que a contribuição do ganho não-linear diminuí, δ aumenta e o o sistema

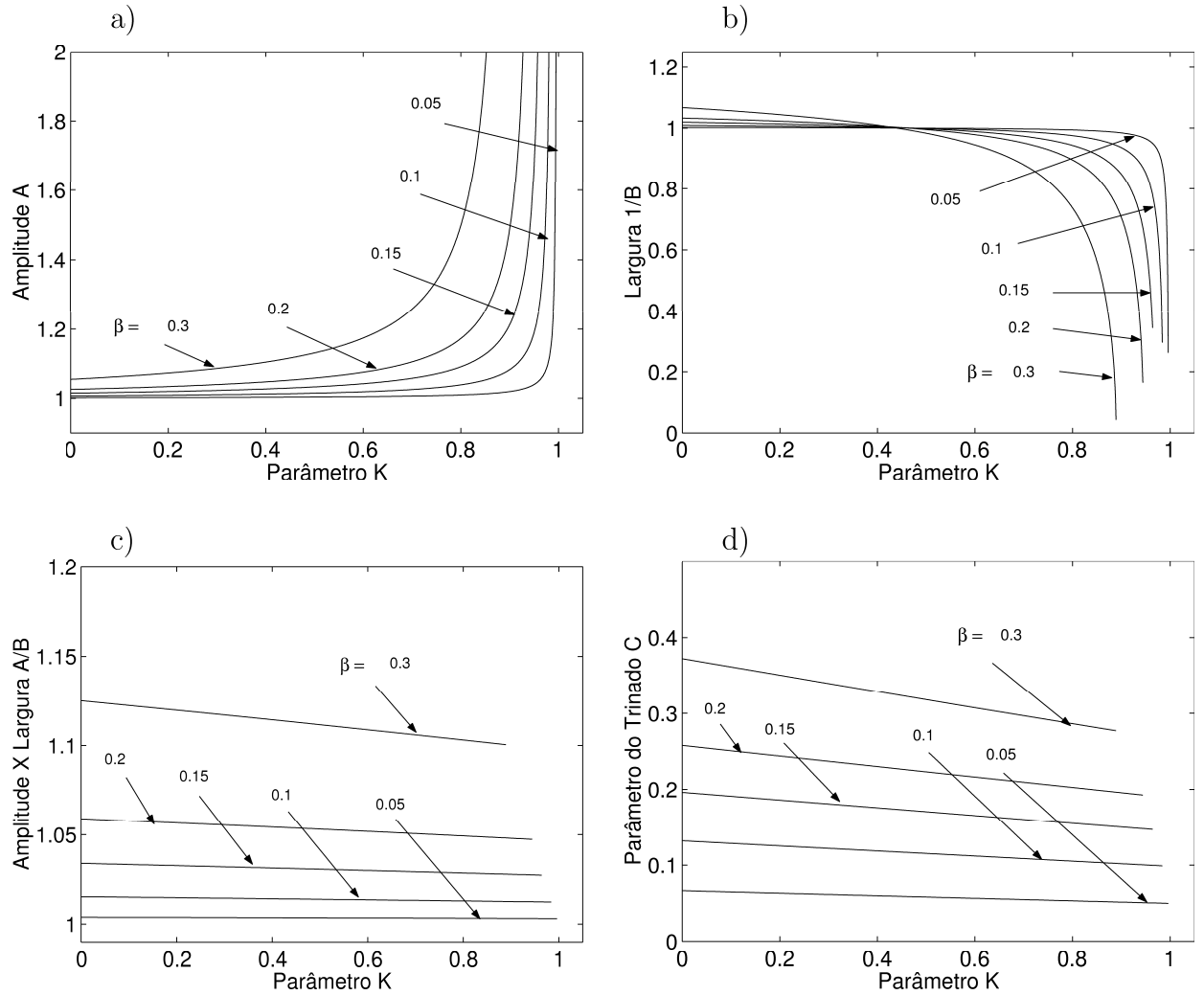


Figura 4.4: Evolução da a) amplitude, b) largura, c) produto amplitude-largura e d) parâmetro do trinado em função de K .

tende mais rapidamente para o equilíbrio, para $\delta > 0$. Este facto pode ser observado a partir da figura 4.3. Pode verificar-se, desta figura, que em geral existe uma boa concordância entre os valores obtidos pela teoria das perturbações (curvas a tracejado) e os valores numéricos (curvas a cheio). Contudo, para $K = 0.95$ e $\eta_o = 1.3$ observa-se uma discrepância significativa, entre os dois resultados.

De seguida ilustrar-se-á que os solitões de amplitude arbitrária surgem como uma singularidade dos solitões de amplitude fixa para o caso em que $\delta = 0$. Os solitões de amplitude arbitrária foram descobertos por Afanasjev (1995 a), por recurso à teoria das perturbações e por via numérica.

Considerando-se, no sistema de equações (4.29), $0 \leq K \leq 1$, pode aumentar-se a contribuição do ganho não-linear à medida que o ganho linear vai diminuindo. A partir

desta condição e das equações (4.6) e (4.9), pode estudar-se a evolução da amplitude, da largura, e do parâmetro de trinado em função de K . Quando $K = 0$ não há contribuição do ganho não-linear, ocorrendo o oposto para $K = 1$. Os resultados estão representados na figura 4.4.

Pela figura 4.4 a) pode verificar-se que, à medida que $k \rightarrow 1$, i.e., o ganho linear decresce, a amplitude tende para ∞ . Este comportamento verifica-se para valores inferiores de K , quando o parâmetro de filtragem aumenta.

De forma análoga, pela figura 4.4 b), pode verificar-se que a largura tende para zero quando $K \rightarrow 1$. No entanto o produto amplitude-largura permanece praticamente constante e ≈ 1 , tal como se pode ver pela figura 4.4 c). O parâmetro de trinado permanece relativamente pequeno, como se pode verificar pela figura 4.4 d). De acordo com a teoria das perturbações e assumindo-se a relação (4.28) seria de esperar que a amplitude permanecesse ≈ 1 , bem como a largura, para qualquer valor de K .

4.2.4 Simulação da propagação de impulsos

Nesta secção estudar-se-á numericamente a propagação de solitões na presença de filtragem, ganhos linear e não linear.

i) Caracterização da influência do ganho não-linear

Nesta secção estudar-se-á, numericamente, o controlo da instabilidade de fundo gerada pelas ondas lineares. Do estudo realizado no capítulo anterior, concluiu-se que a filtragem por filtros fixos, acompanhado por ganho linear, possui pouca viabilidade prática, em virtude de esta técnica requerer impulsos bastante semelhantes aos da solução estacionária não só na região central como também nos bordos laterais para se ter uma propagação estável. Em alternativa ao ajuste das características iniciais do impulso, recorre-se à amplificação não-linear, técnica para a qual, tal como se ilustrará, não são requeridos impulsos com formas iniciais bastante específicas.

Na tabela 4.1 apresentam-se os valores dos parâmetros, do inverso da largura, B , do trinado, C , e do excesso de ganho linear, δ , calculados a partir das equações (4.6- 4.9), para o caso de uma amplitude unitária ($A = 1$), considerando considerando $\beta = 0.15$ e $\beta = 0.2$, para diversos valores do coeficiente de ganho não-linear, ε .

Na figura 4.5 está representada a evolução da amplitude, em a), e da energia, em b), em função da distância, para impulsos do tipo *sech* (Bt).

Pode verificar-se, da figura 4.5 e pela tabela 4.1 que, para valores de $\delta > 0$, à medida que o valor do ganho não-linear aumenta, o valor do excesso de ganho linear diminui,

β	ε	B	C	δ	β	ε	B	C	δ
0.15	0.03	0.9696	0.1756	+0.02846	0.2	0.050	0.9460	0.2231	+0.02977
	0.05	0.9714	0.1621	+0.01509		0.070	0.9519	0.2093	+0.01638
	0.07	0.9732	0.1485	+0.00174		0.090	0.9542	0.1957	+0.00303
	0.08	0.9742	0.1418	-0.00493		0.010	0.9554	0.1889	-0.00364
	0.09	0.9752	0.1351	-0.01159		0.011	0.9566	0.1821	-0.01029

Tabela 4.1: Valores para o inverso da largura, B , trinado, C , e, excesso de ganho linear, δ , calculados a partir das equações (4.6- 4.9) para uma amplitude unitária ($A=1$), para $\beta = 0.15$ e 0.2 , respectivamente. Consideraram-se diversos valores do coeficiente do ganho -não linear, ε .

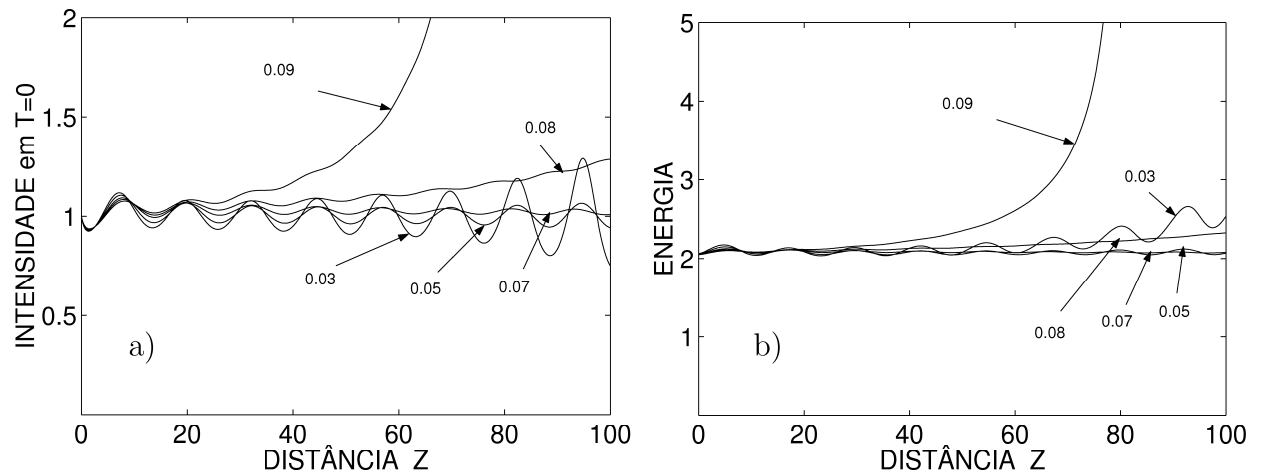


Figura 4.5: Evolução da a) intensidade ($t=0$) e da b) energia para $\beta = 0.15$ e, para diversos valores de ganho não-linear. Os restantes parâmetros estão indicados na tabela 4.1.

e a propagação vai-se tornando mais estável. De facto, a instabilidade de fundo é mais acentuada para valores mais elevados do excesso de ganho linear. Na secção anterior verificou-se que, para um valor de ganho não linear mais baixo, a que corresponde um valor do excesso de ganho linear mais elevado, mais ondas lineares são amplificadas. Estas ondas lineares interferem com o solitão, observando-se uma oscilação periódica quer na evolução da amplitude quer na evolução da energia do impulso. Para valores elevados do ganho não-linear, para os quais $\delta < 0$, observa-se uma propagação instável

dos impulsos, dado que quer a intensidade, $(|u|^2)$, quer a energia, $(\int_{-\infty}^{+\infty} |u(z, t)|^2 dt)$, crescem ilimitadamente com a propagação do mesmo.

Deste modo, pode concluir-se que há um pequeno intervalo de valores para o coeficiente do ganho não-linear, $0.05 < \varepsilon < 0.07$, que permite estabilizar a propagação do impulso, sem a necessidade de ajustar as características do impulso inicial, como se procurou fazer no capítulo 3.

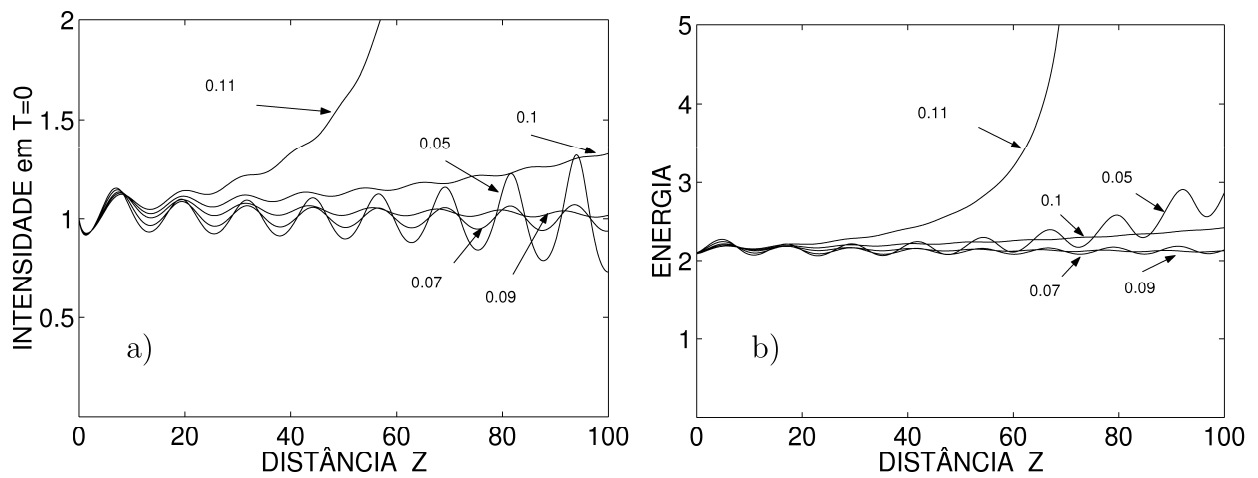


Figura 4.6: Evolução da a) intensidade ($t=0$) e da b) energia para $\beta = 0.2$ e, para diversos valores de ganho não-linear. Os restantes parâmetros estão indicados na tabela 4.1.

O uso de filtros fixos de maior potência introduz perdas mais elevadas, sendo necessário o emprego de um valor de ganho não-linear superior por forma a conseguir-se uma propagação estável do impulso. Este facto está ilustrado na figura 4.6, na qual estão representados os resultados obtidos por simulações efectuadas para um valor superior do parâmetro de filtragem, $\beta = 0.2$. Neste caso, verifica-se que a estabilização dos impulsos é conseguida para a gama de valores do ganho não-linear $0.07 \leq \varepsilon \leq 0.09$.

ii) Propagação de impulsos do tipo $A \operatorname{sech}(Bt)$ com diversas amplitudes e larguras

Na figura 4.7 estão representada a evolução da intensidade, em a), da energia, em b), e largura (FWHM), em c), com a distância, respectivamente, de impulsos com amplitude inicial ($A = 1$) e larguras distintas, i.é. consideram-se impulsos do tipo $\operatorname{sech}(Bt)$. Considerou-se $\beta = 0.2$, $\varepsilon = 0.09$, dado ser este o valor de ε para o qual se observa a melhor estabilização do impulso. O valor de δ correspondente encontra-se

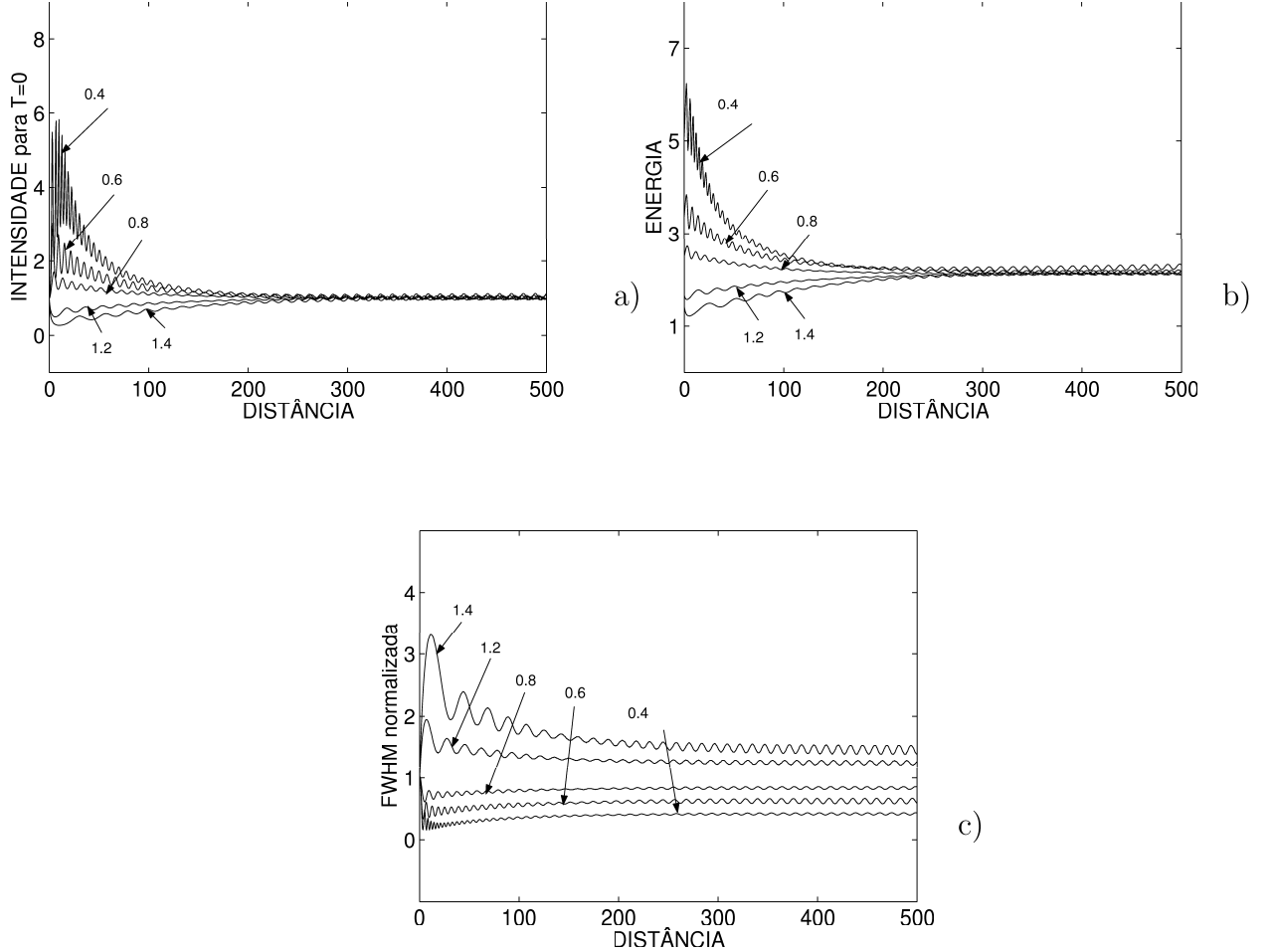


Figura 4.7: Evolução da a) intensidade ($t=0$), da b) energia e da c) FWHM para vários impulsos do tipo $\text{sech}(Bt)$ com valores distintos do inverso da largura, B , para $\beta = 0.2$. A FWHM foi normalizada pelo seu valor inicial, correspondente a cada impulso considerado.

indicado na tabela 4.1.

Pelas figuras 4.7 a) e b), pode concluir-se que, ao propagarem-se, os impulsos tendem a evoluir para um mesmo estado final, imposto pelos parâmetros do sistema. Trata-se de impulsos de amplitude fixa, que se propagam na presença de amplificação linear positiva, e por consequência surge instabilidade de fundo. No entanto, esta desenvolve-se lentamente, observando-se uma propagação estável para distâncias da ordem de δ^{-1}

(neste caso $z \sim 330$).

O facto de qualquer dos impulsos, considerados na figura 4.7, evoluir para o mesmo estado final, poderá, eventualmente, ser aproveitado para se obter compressão dos solitões (Ferreira *et al*, 2002 a). Esta possibilidade está ilustrada na figura 4.7 c), onde se pode verificar a evolução da largura (FWHM), normalizada pelo seu valor inicial, para os diversos impulsos. Observa-se uma compressão dos impulsos para os casos $B = 0.4, 0.6$ e 0.8 . Em geral, a compressão é observada para impulsos cuja largura $1/B$ é superior à da solução estacionária, a qual é determinada pelos parâmetros do sistema de acordo com a equação (4.7). No presente caso, o valor estacionário da largura dos impulsos é $1/B = 1.048$. Pode observar-se que o factor de compressão máxima é aproximadamente 7, para $B = 0.4$, e ocorre a cerca de 3 distâncias normalizadas, correspondentes ao 1º mínimo da curva. Após algumas oscilações, a largura cresce monotonamente, tendendo para o valor estacionário. Se se considerar a largura do impulso $T_{FWHM} = 1.763 T_o = 20 ps$, $\lambda = 1.55 \mu m$ e o parâmetro de dispersão $D = 1 ps/(nm Km)$, obtém-se um comprimento de dispersão $L_D = 101 km$. Neste caso as 3 distâncias normalizadas, correspondem a uma distância real de aproximadamente $303 km$. O excesso de ganho linear correspondente aos parâmetros $\beta = 0.2$ e $\varepsilon = 0.09$ é positivo mas relativamente pequeno: $\delta = 0.00303$. Considerando-se uma fibra com uma taxa de perdas de $0.2 dB/km$ e um espaçamento entre amplificadores $z_a = 50.5 km$ ($Z_a = 0.5$), cada amplificador deve proporcionar um ganho localizado de cerca de $10 dB$. A potência do filtro $\beta = 0.2$ corresponde a uma largura de banda do filtro a $3 dB$ de $\Delta\lambda = \lambda^2/[\pi c T_o (2\beta Z_a)^{1/2}] = 0.50 nm$.

De salientar que os resultados anteriores não são aplicáveis no regime femtosegundo, dado que neste caso há que ter em linha de conta os efeitos de ordem superior, tais como o da dispersão de 3ª ordem e o efeito de Raman intra-pulso.

Na figura 4.8 mostra-se a evolução da amplitude e da energia para o caso de impulsos iniciais do tipo $A sech(t)$, i.e., com diversas amplitudes iniciais e uma largura inicial unitária.

À semelhança do caso considerado anteriormente, os impulsos, ao propagarem-se tendem a evoluir para um mesmo estado final, imposto pelos parâmetros do sistema. Contudo, para impulsos de menor amplitude, com energia inicial inferior à da solução esperada, (~ 2), a evolução para o estado final desenvolve-se mais lentamente. Neste caso, a energia inicial dos impulsos parece desempenhar um papel bastante significativo. Para impulsos com uma energia superior à da solução estacionária observa-se radiação da energia excedentária. Tal traduz-se numa oscilação com amplitude e frequência

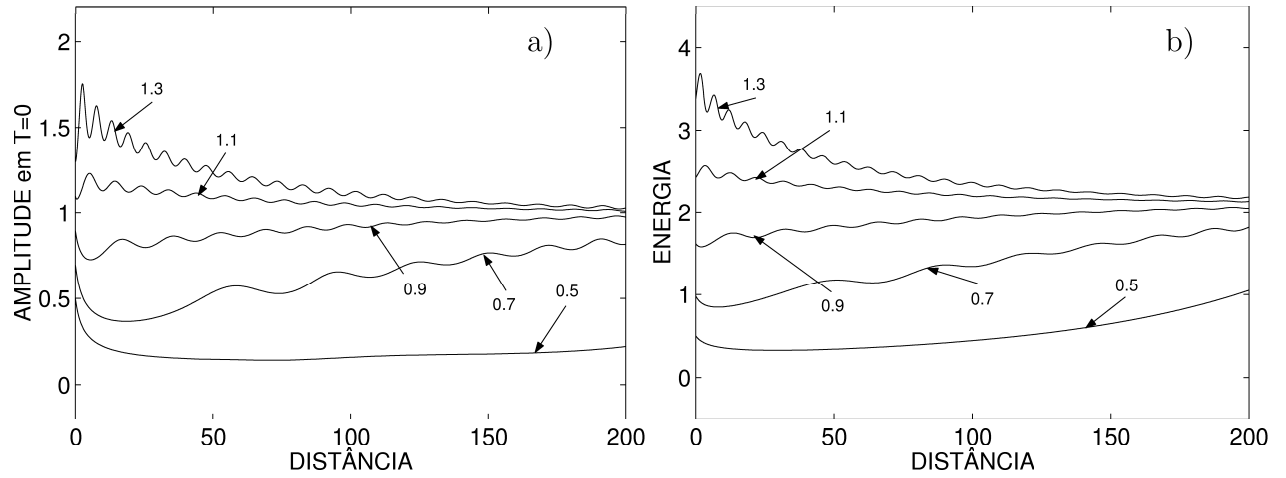


Figura 4.8: Evolução da a) amplitude ($t=0$) e da b) energia para diversos impulsos do tipo $A \operatorname{sech}(t)$ e diferentes valores de A (amplitude) para $\beta = 0.2$. Os valores de A encontram-se indicados na figura.

superiores às que ocorrem para impulsos cuja energia seja mais próxima do da solução estacionária.

Na figura 4.9 apresentam-se os resultados obtidos para impulsos do tipo $\eta \operatorname{sech}(\eta t)$.

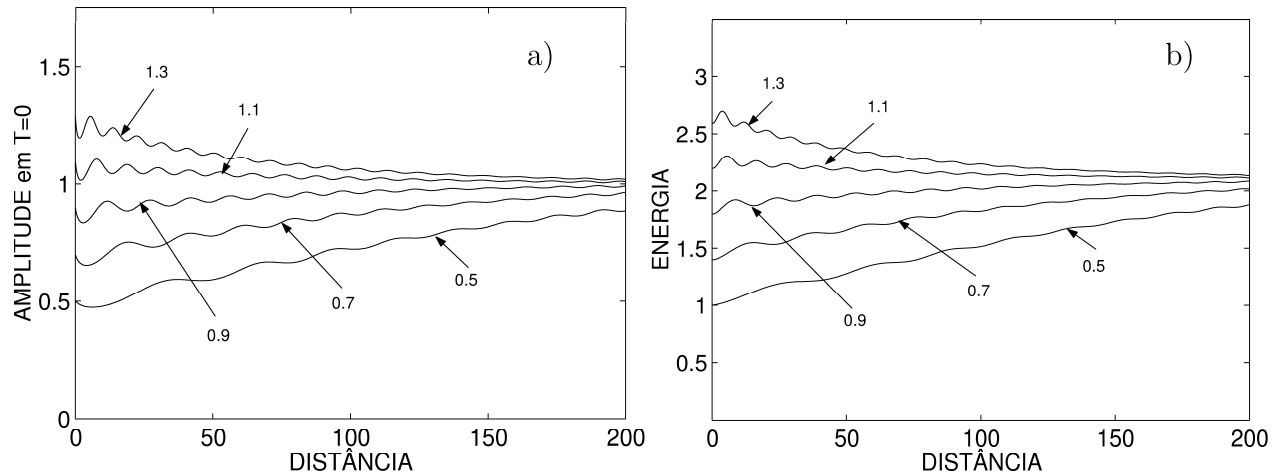


Figura 4.9: Evolução da a) amplitude ($t=0$) e da b) energia para diversos impulsos do tipo $\eta \operatorname{sech}(\eta t)$ e para $\beta = 0.2$. Os valores de η encontram-se indicados na figura.

À semelhança dos casos considerados anteriormente, verifica-se que os impulsos tendem a evoluir para o mesmo estado final. Neste caso, a forma inicial do impulso

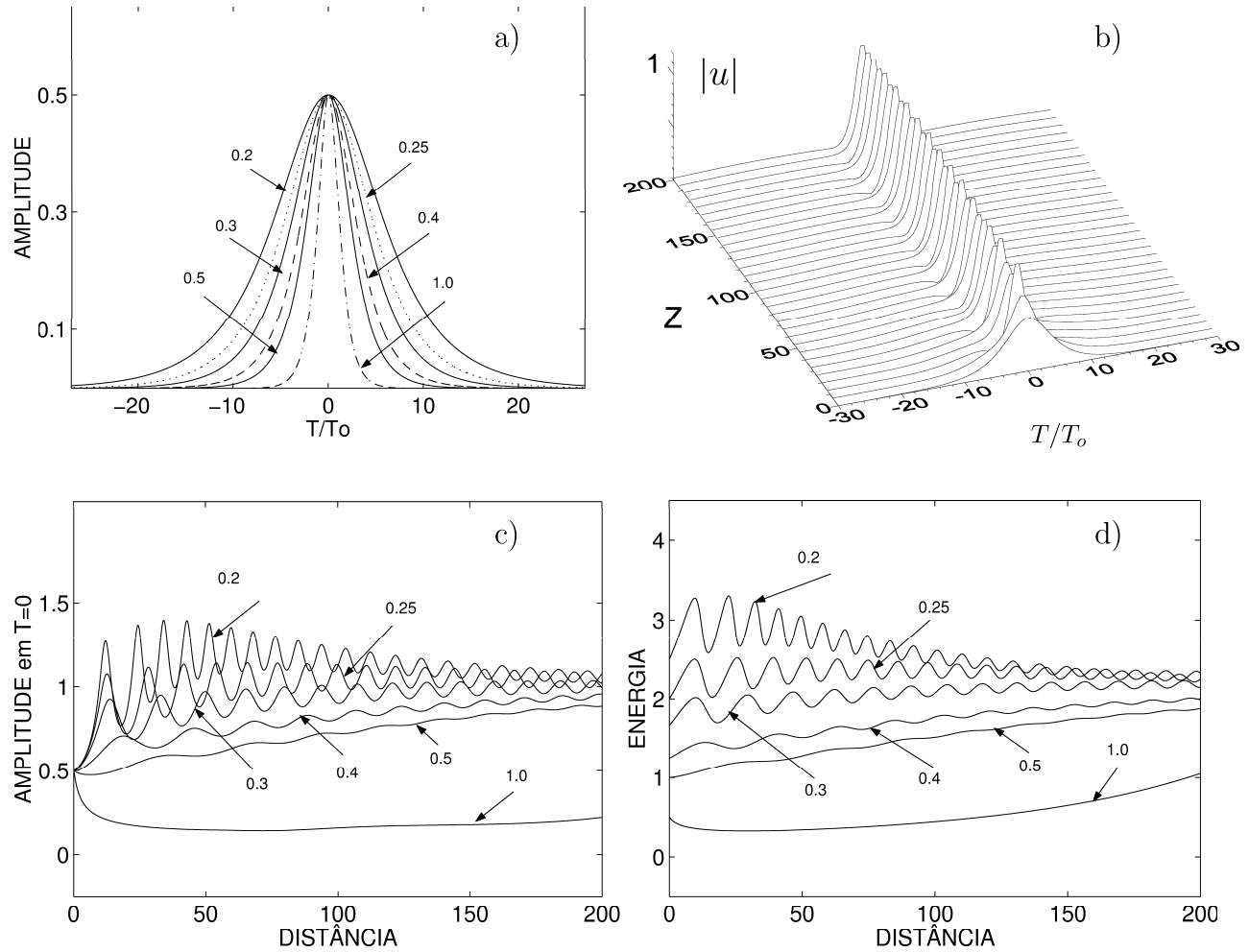


Figura 4.10: a) Perfis iniciais dos impulsos, construídos a partir da expressão $0.5 \operatorname{sech}(Bt)$. b) Evolução da amplitude para $B = 0.3$. Evolução da c) amplitude ($t=0$) e da d) energia para os diversos impulsos representados em a). Considerou-se $\beta = 0.2$, e os valores de B encontram-se indicados sobre as curvas.

aproxima-se mais da solução estacionária, observando-se assim uma evolução mais rápida para o estado estacionário relativamente à situação anterior. Contudo, para impulsos de menor energia esta evolução apresenta-se mais lenta. No entanto, e comparativamente aos resultados representados na figura 4.8 a) e b), o impulso de menor amplitude, ($\eta = 0.5$), apresenta uma evolução mais rápida para o estado estacionário em virtude da sua energia inicial ser superior, no caso da figura 4.9.

Em face destes últimos resultados, afigurou-se oportuno estudar a propagação de impulsos com amplitudes inferiores à da solução estacionária e com larguras distintas, ou de forma equivalente, com energias iniciais distintas da energia da solução esta-

cionária, para um dado conjunto de valores dos parâmetros.

Na figura 4.10 estão representados os resultados da propagação de diversos impulsos com uma amplitude inicial de 0.5 e diversas larguras. Em 4.10 a) estão representados os perfis iniciais destes impulsos. Em 4.10 b) pode observar-se a evolução da amplitude para um impulso inicial $0.5\text{sech}(0.3t)$.

De acordo com os parâmetros considerados, seria de esperar que estes impulsos, ao propagarem-se, evoluíssem para um estado estacionário de amplitude unitária. Tal pode ser observado a partir das figuras 4.10 c) para a amplitude e 4.10 d) para a energia. A partir destas figuras, e em concordância com os resultados obtidos anteriormente, pode verificar-se que a evolução para o estado estacionário é tanto mais rápida quanto maior for a proximidade da energia do impulso inicial da energia da solução estacionária. Das figuras 4.10 c) e d) pode ainda verificar-se que, quanto maior for a energia excedentária do impulso, mais energia é radiada, verificando-se que as oscilações produzidas possuem uma maior amplitude e um período mais curto.

Este resultado permite concluir que se pode obter um impulso com um determinado valor de potência de pico, a partir de um impulso inicial cuja potência de pico é $1/4$ da potência de pico final.

iii) Propagação de impulsos rectangulares

Face aos resultados obtidos anteriormente afigurou-se oportuno estudar a evolução de impulsos com perfis distintos do da secante hiperbólica. Considerou-se para o efeito um impulso rectangular, idêntico aos considerados na figura 2.17, com largura 10 e diversas amplitudes. Na figura 4.11 encontram-se representados os resultados obtidos.

Pode verificar-se pela figura 4.11 a) que o impulso evolui rapidamente para a solução estacionária. No entanto, se a energia inicial for suficientemente elevada, tal como sucede nos casos representados nas figuras 4.11 b), c) e d) a evolução pode ser distinta. Deste modo e, no caso da figura 4.11 b) tendem a formar-se dois impulsos que acabam por fundir e evoluir para a solução estacionária, dada pela equação 4.5.

Na figura 4.11 c) a amplitude inicial do impulso é ligeiramente superior à do impulso considerado na figura 4.11 b). Observa-se a formação de três impulsos que, também neste caso, tendem a fundir-se e a evoluir para a solução estacionária.

Situação distinta ocorre se a energia do impulso for ainda mais elevada, tal como se representa na figura 4.11 d). Neste caso a amplitude, e consequentemente a energia do impulso são suficientemente elevadas para se formarem dois impulsos no estado estacionário, espaçados entre si de aproximadamente 8.7. Tal como se estudará no

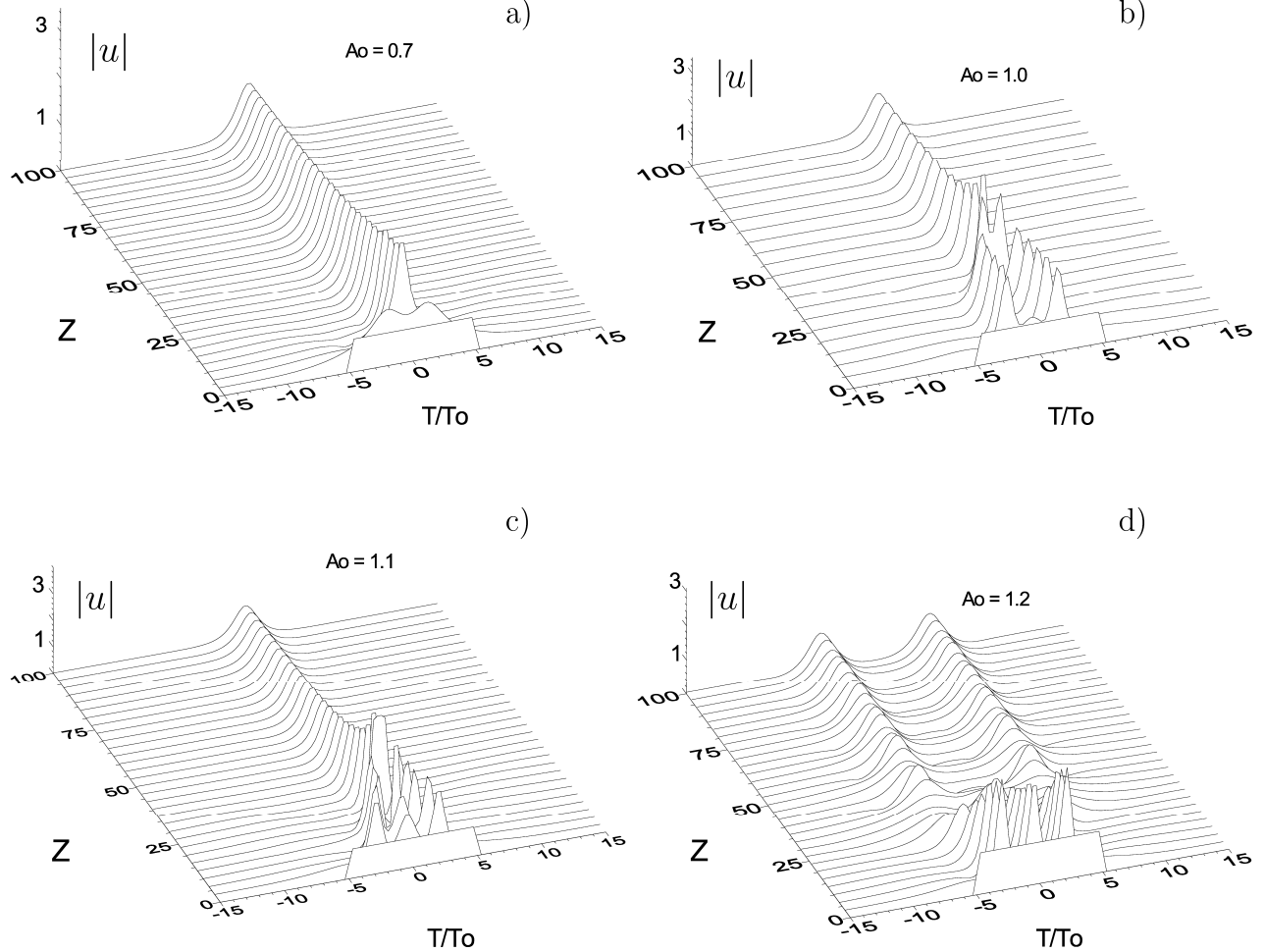


Figura 4.11: Evolução da amplitude de quatro impulsos rectangulares, com amplitudes iniciais a) 0.7 , b) 1.0, c) 1.1 e d) 1.2 para $\beta = 0.2$.

próximo capítulo, para um espaçamento desta ordem não se observa interacção entre solitões.

iv) Propagação de impulsos de amplitude arbitrária

Este tipo de solução, tal como se referiu anteriormente, permite a propagação de impulsos com diversas amplitudes, para o mesmo conjunto de parâmetros. Na realidade este é o único tipo de solução estável para a equação cúbica de Ginzburg-Landau.

Para se ilustrar esta propriedade construiu-se uma condição inicial do tipo $\eta \text{sech}(\eta t)$, para quatro impulsos com amplitudes distintas. O espaçamento, entre impulsos consecutivos, foi escolhido de modo a garantir que não haveria interacção entre estes. Considerou-se $\beta = 0.2$, $\delta = 0$ e $\varepsilon = \varepsilon_s$ ($\varepsilon = 0.094538$). Os resultados estão ilustra-

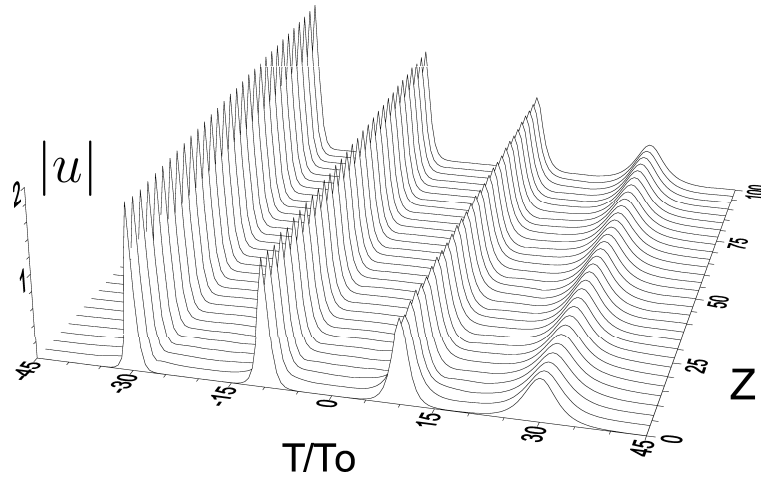


Figura 4.12: Propagação estável de solitões de amplitude arbitrária para $\beta = 0.2$, $\delta = 0$ e $\varepsilon = \varepsilon_s$. As amplitudes são 2, 1.5, 1. e 0.5, respectivamente. A condição inicial foi do tipo $\eta \text{sech}(\eta t)$, para cada impulso.

dos na figura 4.12. A partir desta figura pode observar-se a propagação estável dos quatro impulsos de larguras e amplitudes distintas, sendo η igual a 2, 1.5, 1 e 0.5, respectivamente, para o mesmo conjunto de parâmetros.

Como se verifica, partir da equação (4.18), pode mostrar-se que o produto amplitude-largura, F , para a solução de amplitude arbitrária só depende do parâmetro de filtragem β . É pertinente colocar-se a seguinte questão: o que sucederá num sistema com apenas ganho não-linear, quando o produto amplitude-largura não satisfaz a relação (4.18)?

Para se responder a esta questão, consideraram-se impulsos do tipo $\text{sech}(Bt)$, de amplitude unitária e com larguras distintas, tais que $B = 0.4, 0.6, 0.8$. Os valores considerados para os parâmetros foram os seguintes $\beta = 0.15$, $\delta = 0$ e $\varepsilon = \varepsilon_s$ ($\varepsilon = 0.0726024$).

Os resultados estão representados na figura 4.13. Pela figura 4.13 (a), b) e c)) pode verificar-se que ocorre uma compressão dos impulsos, sem haver dissipação de energia. Para o impulso para o qual $B = 0.4$ o valor do ganho não linear considerado, foi de $\varepsilon = 0.0725625$, em virtude da energia do mesmo crescer para o valor dado pela expressão 4.10, para $\beta = 0.15$. Neste caso a propagação é bastante sensível aos valores dos parâmetros considerados. Observa-se um comportamento oscilatório para qualquer dos impulsos, sendo este mais pronunciado para os impulsos mais largos e na fase inicial da propagação. Por outro lado a largura dos impulsos é reduzida, sendo o factor de compressão da ordem de 6.5 para o impulso mais largo, para cerca de 3 a 5 distâncias

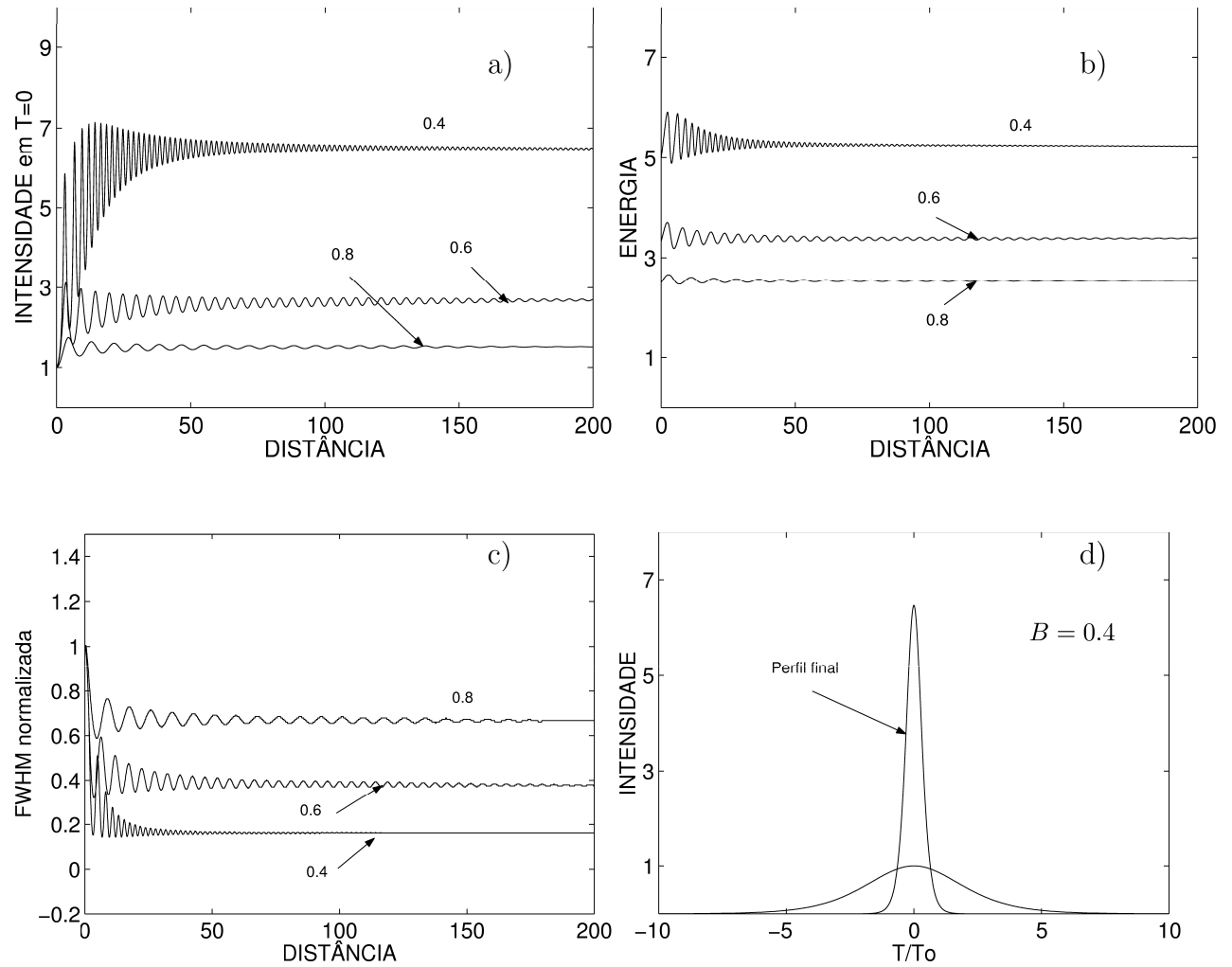


Figura 4.13: Evolução da intensidade, em a), da energia, em b), e da FWHM, em c). Perfis inicial e final, em d). Considerou-se $\beta = 0.15$ e $\varepsilon = 0.0725625 \approx \varepsilon_s$. Os valores de B encontram-se indicados sobre as curvas.

normalizadas. De notar que o produto amplitude-largura, F , adquire o mesmo valor para os três casos considerados. Contudo, este comportamento é distinto do observado para impulsos de amplitude fixa, cuja forma final é imposta pelos parâmetros do sistema independentemente da forma e energia iniciais de cada impulso. De facto, para impulsos idênticos de amplitude fixa, após a sua compressão inicial observa-se o crescimento monótono da largura com a distância, até se atingir o perfil da solução estacionária. No caso dos impulsos de amplitude arbitrária, após a compressão inicial, a largura permanece praticamente constante, caso em que $B = 0.4$, ou oscila ligeiramente em torno de um determinado valor médio, nos casos em que $B = 0.6, 0.8$. Esta oscilação deve-se à existência de trinado.

O efeito observado na figura 4.13 poderá, eventualmente, ser usado como técnica de compressão de impulsos, a acrescentar a outras técnicas já conhecidas. Uma destas técnicas está relacionada com uma propriedade fundamental dos solitões de ordem superior. Estes solitões evoluem periodicamente, sofrendo uma compressão inicial no início de cada período. Por uma escolha apropriada do comprimento da fibra, os impulsos podem ser bastante comprimidos, dependendo o factor de compressão da ordem, N , do solitão. Contudo, a formação de solitões de ordem superior requer potências relativamente elevadas. A título de exemplo pode referir-se que a potência requerida para a compressão de um solitão de ordem N , com a duração de 1 ps para o comprimento de onda de $\lambda = 1.55 \mu m$, numa fibra típica é da ordem de $40 N^2 W$. Estes níveis de potência não são facilmente obtidos a partir de lasers semicondutores, mesmo por recurso a amplificadores de fibra dopada com érbio. Esta dificuldade pode ser contornada por recurso a fibras com dispersão desviada que apresentam pequenos valores da DVG; em virtude da potência de pico ser proporcional a β_2 , os níveis de potência requeridos são inferiores neste caso. Contudo, este método pode apresentar alguns problemas, em virtude de $|\beta_2|$ ser pequeno, e consequentemente, a dispersão de 3ª ordem causar severas restrições na compressão destes solitões de ordem elevada. Por outro lado, e atendendo a que o período do solitão é inversamente proporcional a $|\beta_2|$, torna-se necessário usar uma fibra de maior comprimento por forma a que o solitão evolua para um estado de compressão máximo; neste caso far-se-ão sentir, de modo considerável, a influência das perdas, que se traduzem um alargamento dos impulsos.

Uma outra técnica de compressão, aplicável ao solitão fundamental, faz uso de fibras de dispersão decrescente (DDF). Esta técnica baseia-se no facto da descrição teórica da propagação de solitões em fibras com dispersão decrescente se reduzir à descrição da propagação de solitões em fibras com dispersão constante e amplificação, em que o ganho proporciona o crescimento da amplitude do impulso. Como consequência os efeitos da SPM tornam-se mais intensos o que se traduz na compressão do solitão. No entanto, o fabrico deste tipo de fibras não é simples, sendo necessário o emprego de fibras com diversos perfis de dispersão para a compressão de solitões distintos.

O efeito de compressão observado aplica-se ao solitão fundamental, o qual é de suma importância nos sistemas de comunicações ópticos. Apesar do factor de compressão observado não ser muito elevado, ($\simeq 6.5$), comparativamente aos resultados encontrados, por exemplo, em McKinnon *et al* (1999); Chan e Cao (2000), (\approx entre 10 e 14), esta nova técnica de compressão apresenta-se vantajosa com relação a alguns aspectos. Por exemplo, em vez das fibras DDF, dispendiosas, emprega fibras *standard*. No caso dos

solitões de amplitude fixa, a largura final do impulso pode ser definida à custa de uma escolha apropriada dos parâmetros do sistema, nomeadamente, do excesso de ganho linear, da potência dos filtros e do ganho não-linear. No caso dos solitões de amplitude arbitrária a relação entre a amplitude e a largura finais é determinada unicamente pela potência do filtro. Tal pode ser interpretado à luz da relação (4.13). Após a compressão inicial os impulsos propagam-se sobre grandes distâncias inalterados.

4.3 Propagação com filtragem e amplificação linear e não-linear com saturação do ganho

4.3.1 A equação de propagação

Considere-se a equação (3.17), considerada no capítulo 3. Se a potência de pico, associada aos impulsos ópticos, se tornar demasiado elevada é necessário considerarem-se termos de ordem superior.

Assim γ , o parâmetro de não-linearidade, pode tomar a seguinte forma, (Agrawal, 2001 a):

$$\gamma = \frac{\gamma_o}{1 + b_s |A|^2} \approx \gamma_o (1 - b_s |A|^2) \quad (4.31)$$

sendo b_s o parâmetro de saturação, que depende do nível da potência à qual a não-linearidade satura.

Tal como se mencionou na secção 4.2.1, a amplificação não-linear pode ser conseguida, por exemplo, pela inserção de dispositivos com absorção saturável.

Se se considerar um dispositivo com absorção saturável rápido (FSA), os seus efeitos podem ser descritos pela seguinte equação (Moores, 1993; Yariv, 1997; Kärtner *et al*, 1998):

$$q = \frac{q_o}{1 + |A|^2/P_s} \approx q_o (1 - |A|^2/P_s + |A|^4/P_s^2) \quad (4.32)$$

sendo q_o o valor não saturado, mas saturável, das perdas, e P_s a potência à qual o dispositivo satura.

Inserindo-se as equações (4.31) e (4.32) na equação (3.17), obtém-se a seguinte equação de propagação:

$$i \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial Z} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial T^2} + \gamma_o |\mathbf{A}|^2 \mathbf{A} = -i \left(\frac{\alpha}{2} - g + q_o \right) \mathbf{A} - i g'' \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial T^2} + i \frac{q_o}{P_s} |\mathbf{A}|^2 \mathbf{A} - i \frac{q_o}{P_s^2} |\mathbf{A}|^4 \mathbf{A} + \gamma_o b_s |\mathbf{A}|^4 \mathbf{A} \quad (4.33)$$

Realizando-se a transformação de variáveis apresentada na secção 3.3.1, a equação (4.33) pode escrever-se do seguinte modo:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u = i \delta u + i \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + i \varepsilon |u|^2 u + i \mu |u|^4 u - \nu |u|^4 u \quad (4.34)$$

sendo,

$$\begin{aligned} \delta &= - \left(\frac{\alpha}{2} - g + q_o \right) L_D & \varepsilon &= \frac{q_o}{P_s} \frac{1}{\gamma_o} \\ \mu &= - \frac{q_o}{P_s^2} \frac{1}{\gamma_o^2 L_D} & \nu &= \frac{b_s}{\gamma_o L_D} \end{aligned} \quad (4.35)$$

μ representa uma correcção de ordem elevada à amplificação, corresponde a uma saturação do ganho e/ou absorção não-linear, e ν é uma correcção de ordem elevada ao índice de refração. O termo μ é necessário para evitar o colapso da solução.

A equação (4.34) é conhecida por equação de Ginzburg-Landau quíntica. Esta equação possui uma vasta gama de soluções (van Saarloos e Hohenberg, 1992; Aranson e Kramer, 2002). Em seguida apresentar-se-ão algumas dessas soluções.

4.3.2 Soluções analíticas

Como se referiu na secção 4.2.1, a CGLE admite uma solução exacta do tipo onda solitária, definida pelas equações (4.3) e (4.4), respectivamente.

Substituindo-se a solução definida por (4.3) e por (4.4) na equação (4.34) e definindo $f = a^2$, tem-se (Akhmediev e Ankiewicz, 1997),

$$f(t) = \frac{2 f_1 f_2}{(f_1 + f_2) - (f_1 - f_2) \cosh(2 \zeta \sqrt{f_1 |f_2|} t)} \quad (4.36)$$

sendo ζ ,

$$\zeta = \sqrt{\left| \frac{2\nu}{\chi} \right|} = \sqrt{\left| \frac{\mu}{3\beta - 2C - \beta C^2} \right|} \quad (4.37)$$

e f_1 e f_2 dadas por:

$$f_{1,2} = \frac{\chi}{6C\nu(1+4\beta^2)} \left[-(2\beta - \varepsilon) \pm \sqrt{(2\beta - \varepsilon)^2 + \frac{18\delta C^2\nu(1+4\beta^2)^2}{\chi(C - \beta + \beta C^2)}} \right] \quad (4.38)$$

Uma das raízes f_1 ou f_2 deve ser positiva, podendo a 2ª tomar qualquer sinal. χ está relacionado com os restantes parâmetros por,

$$\chi = 8\beta C - C^2 + 3 \quad (4.39)$$

As soluções, dadas pelas equações (4.3-4.4) e (4.36-4.39), designam-se por soluções de *amplitude fixa*. Estas soluções são instáveis.

Quando $C - \beta + \beta C^2 = 0$ a equação (4.38) apresenta uma singularidade. Esta singularidade ocorre sobre a mesma curva S , dada pela equação (4.10), no plano (β, ε) tal como acontece para a equação cúbica (figura 4.1), e ocorre quando as duas raízes, f_1 e f_2 , têm sinais opostos. Se β e ε satisfazem a equação (4.10), e $\delta = 0$ obtém-se uma outra solução dada por:

$$f(t) = \frac{3C(1+4\beta^2)P}{[(2\beta - \varepsilon) + L \cosh(2\sqrt{P}t)]} \quad (4.40)$$

onde L é dado por:

$$L = \sqrt{(2\beta - \varepsilon)^2 + 18C^2\nu(1+4\beta^2)^2P/\chi} \quad (4.41)$$

e P é um parâmetro positivo arbitrário.

Neste caso C e D são dados, respectivamente, pelas equações:

$$C = \frac{(\sqrt{(1+4\beta^2)} - 1)}{2\beta} \quad (4.42)$$

$$D = -\frac{C(1+4\beta^2)P}{2\beta} \quad (4.43)$$

A solução dada pelas equações (4.40-4.43) designa-se por solução de *amplitude arbitrária*.

Esta classe de soluções é estável sobre a curva S . Por outro lado, o estado $(\eta = 0, k = 0)$ é estável quando $\delta = 0$. Estes solitões são as únicas soluções analíticas estáveis em toda a região dos parâmetros da sua existência.

Outra classe de soluções da equação (4.34) é a dos solitões de *topo achatado*. De facto a solução (4.36) alarga e achata à medida que as raízes se aproximam uma da outra. Quando $f_1 = f_2$ o solitão separa-se em duas frentes com velocidade transversal nula. Cada uma é dada pela expressão:

$$f(t) = f_1/[1 + \exp(\pm \zeta f_1 t)] \quad (4.44)$$

onde

$$f_1 = \frac{\chi(\varepsilon - 2\beta)}{6C\nu(1 + 4\beta^2)} \quad (4.45)$$

O sinal na equação (4.44) determina a orientação das frentes. Esta solução é estável.

A equação de Ginzburg-Landau quártica admite ainda soluções *sem trinado*, quando $\varepsilon = 2\beta$ e $\mu = 2\beta\nu$.

Neste caso tem-se:

$$f(t) = -\frac{2\delta}{\beta} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{8\delta\nu}{3\beta}} \cosh\left(2\sqrt{-\frac{\delta}{\beta}}t\right) \right]^{-1} \quad (4.46)$$

Esta solução existe se a razão $\frac{\delta}{\beta}$ for negativa e ν positivo. Como $C = 0$, e pela equação (4.4), a solução (4.46) não tem trinado. As simulações numéricas demonstraram que esta solução é instável em toda a região dos parâmetros da sua existência (Akhmediev *et al*, 1996).

4.3.3 Resultados com base na teoria das perturbações

À semelhança do que se referiu para a equação cúbica, também no caso da equação quártica de Ginzburg - Landau, quando os valores dos parâmetros no membro direito da equação (4.34) são pequenos, a evolução dinâmica da amplitude, η , bem como a da frequência, k , do impulso pode ser estudada por recurso a uma teoria de perturbações (Matsumoto *et al*, 1995 b; Ferreira *et al*, 2000 a). Em particular, verifica-se que η e k satisfazem o seguinte sistema de equações:

$$\frac{d\eta}{dz} = 2\eta\left(\delta - \frac{\beta\eta^2}{3} - \beta k^2 + \frac{2}{3}\varepsilon\eta^2 + \frac{8}{15}\mu\eta^4\right) \quad (4.47)$$

$$\frac{dk}{dz} = -\frac{4}{3}\beta\eta^2k \quad (4.48)$$

Este sistema apresenta uma linha de pontos singulares para $\eta = 0$, e dependendo da relação entre os parâmetros pode apresentar um ou dois pontos singulares no semi-eixo $k = 0, \eta > 0$, (Akhmediev e Ankiewicz, 1997).

A estabilidade do ponto crítico ($\eta = 0, k = 0$) foi discutida anteriormente, na secção (4.2.3), tendo-se verificado que, para o mesmo ser estável, deve ter-se $\delta < 0$.

Para o caso do ponto de equilíbrio ($\eta = \eta_a, k = 0$), e a partir do sistema de equações (4.47-4.48), no equilíbrio tem-se a seguinte equação:

$$\delta + \frac{1}{3}(2\varepsilon - \beta)\eta_a^2 + \frac{8}{15}\mu\eta_a^4 = 0 \quad (4.49)$$

Esta equação biquadrática apresenta as seguintes soluções:

$$\eta_a^2 = \frac{-5(2\varepsilon - \beta) \pm 5\sqrt{(2\varepsilon - \beta)^2 - \frac{96}{5}\mu\delta}}{16\mu} \quad (4.50)$$

Seguidamente discutir-se-à a estabilidade do ponto crítico ($\eta = \eta_a, k = 0$).

Procedendo-se de modo semelhante ao descrito na secção (4.2.3), tem-se,

$$\det \begin{bmatrix} 2[\delta + (2\varepsilon - \beta)\eta_a^2 + \frac{8}{3}\mu\eta_a^4] - \lambda & 0 \\ 0 & -\frac{4}{3}\beta\eta_a^2 - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

obtendo-se a seguinte equação característica: $(2[\delta + (2\varepsilon - \beta)\eta_a^2 + \frac{8}{3}\mu\eta_a^4] - \lambda)(-\frac{4}{3}\beta\eta_a^2 - \lambda) = 0$.

A partir das equações (4.49) e característica obtiveram-se as seguintes expressões para os valores próprios, λ_1 e λ_2 , respectivamente:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 2 \left[\delta + (2\varepsilon - \beta)\eta_a^2 + \frac{8}{3}\mu\eta_a^4 \right] \\ &= 4 \left(-\delta + \frac{8}{15}\mu\eta_a^4 \right) \end{aligned} \quad (4.51)$$

$$\lambda_2 = -\frac{4}{3}\beta\eta_a^2 \quad (4.52)$$

Se o ponto crítico for um nó estável λ_1 e λ_2 devem ser reais e negativos. No caso de ser um ponto espiral estável, os valores próprios são complexos conjugados, com a parte real negativa.

Pelas equações (4.51 - 4.52), pode verificar-se que $\lambda_1 < 0$ quando $15\delta > 8\mu\eta_a^4$, e $\lambda_2 < 0$ em virtude de $\beta > 0$.

Com relação a λ_1 , é necessário determinar o valor de η_a^2 , o que poderá ser feito a partir das raízes da equação biquadrática (4.49).

Quando as raízes são negativas η_a é imaginário, pelo que não há pontos singulares. Por outro lado, se ambas as raízes forem positivas (η_a real), há dois pontos críticos. Ambas as raízes são positivas quando $\beta < 2\varepsilon$, $\mu < 0$ e $\delta < 0$ ou, $\beta > 2\varepsilon$, $\mu > 0$ e $\delta > 0$. Se apenas uma das raízes for positiva tem-se apenas um ponto crítico, que será instável.

Em suma, a solução, impulso e 'background', é estável quando:

$$15\delta > 8\mu\eta_a^4 \quad \beta < 2\varepsilon \quad \mu < 0 \quad \delta < 0 \quad (4.53)$$

Estas condições mostram a necessidade de se incluir o efeito da saturação do ganho não-linear por forma a conseguir-se a estabilização dos impulsos e do 'background'.

As soluções analíticas, do tipo impulso, são apenas conhecidas nalguns casos e em geral são instáveis. Por outro lado são conhecidas algumas soluções numéricas estáveis, como se pode encontrar por exemplo em Soto-Crespo *et al* (1996); Afanasjev *et al* (1996 a). Contudo, as soluções analíticas tornam-se úteis do ponto de vista experimental, na medida em que o ajuste de determinados parâmetros pode ser feito, mais facilmente, à custa das mesmas. Nesta perspectiva foram propostas soluções analíticas aproximadas, a partir das soluções analíticas da equação cúbica de Ginzburg-Landau (Soto-Crespo e Pesquera, 1997; Ferreira *et al*, 1998).

Para pequenos valores de β o valor do parâmetro de ganho não-linear, ε , representada na figura 4.1, sobre a curva S , dado pela equação (4.10), pode ser aproximado por $\varepsilon = \varepsilon_S \approx \frac{\beta}{2}$. Considerando-se este resultado, e apenas o sinal negativo, a equação (4.50) toma a seguinte forma,

$$\eta_a^2 = \frac{-5(\varepsilon - \varepsilon_S) - 5\sqrt{(\varepsilon - \varepsilon_S)^2 - 24\mu\delta/5}}{8\mu} \quad (4.54)$$

A partir do valor obtido para η_a e do valor de F , tomando $G F = \eta_a$, pode obter-se a solução analítica desejada pela equação (4.13).

Deve garantir-se que o discriminante seja maior ou igual a zero, para que a solução exista. Então para se garantir uma propagação estável, para um dado conjunto de valores dos parâmetros, deve ter-se $\delta_{min} \leq \delta \leq 0$, e δ_{min} deve verificar a seguinte condição, (Ferreira *et al*, 2000 a):

$$\delta_{min} = \frac{5(\varepsilon - \varepsilon_s)^2}{24\mu} \quad (4.55)$$

Quando $\delta = 0$ o valor de pico da amplitude toma um valor máximo, dado por:

$$\eta_{max} = \sqrt{-\frac{5(\varepsilon - \varepsilon_s)}{4\mu}} \quad (4.56)$$

Por outro lado, pode verificar-se, da equação (4.54), que o valor mínimo permitido para ε deve verificar a condição,

$$\varepsilon_{min} = \varepsilon_s + \sqrt{24\mu\delta/5} \quad (4.57)$$

o que corresponde a uma amplitude mínima dada por,

$$\eta_{a_{min}}^2 = \sqrt{\frac{15\delta}{8\mu}} \quad (4.58)$$

Pode verificar-se que esta amplitude é mínima e depende apenas da razão δ/μ .

Na figura 4.14 está representada a amplitude da solução analítica aproximada, $\eta sech(\eta t)$, (curvas a cheio) e a solução numérica (curvas a tracejado), para os seguintes valores dos parâmetros $\beta = 0.3$ $\delta = -0.01$ e $\mu = -0.03$, respectivamente, encontrando-se os valores de ε indicados sobre as respectivas curvas.

A solução numérica (exacta) foi obtida por resolução da CGLE quíntica, para o respectivo conjunto de valores dos parâmetros. Usou-se o método adiabático, i.e., a condição inicial empregue foi obtida previamente para um valor de ε ligeiramente

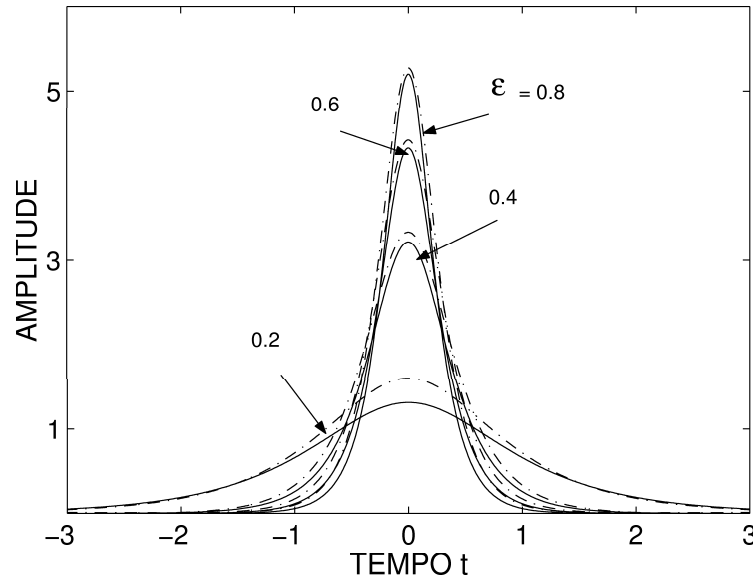


Figura 4.14: Amplitude da solução aproximada (curvas a cheio) e da solução numérica (curvas a tracejado), para $\beta = 0.3$, $\delta = -0.01$ e $\mu = -0.03$, respectivamente. Os valores de ε encontram-se indicados sobre as respectivas curvas.

inferior ao valor considerado. De salientar que a não se verificar este procedimento a solução numérica apresenta uns lóbulos laterais, embora a forma do impulso central seja idêntica. Da figura 4.14 pode verificar-se a boa concordância entre a solução aproximada e a solução exacta. Esta é maior para maiores valores de ε . Contudo, as soluções encontrados em Soto-Crespo e Pesquera (1997) apresentam uma maior concordância entre os dois tipos de soluções. Tal dever-se-á, eventualmente, ao facto de se ter considerado a solução analítica como $\eta \text{sech}(\eta t)$.

Na figura 4.15 estão representados dois espaços de fases, para dois conjuntos de parâmetros distintos, que se relacionam pela equação (4.49), para uma amplitude unitária ($\eta_a = 1$); estes resultados foram obtidos por integração numérica do sistema de equações (4.47 - 4.48).

Considerou-se $\beta = 0.15$, $\delta = -0.01$, e, em a) $\varepsilon = 0.2$, $\mu = -0.1375$ e, b) $\varepsilon = 0.4$ e $\mu = -0.3875$. Em ambos os casos, da análise da figura, pode observar-se a existência de dois pontos críticos, para $\eta_a > 0$, um atrator e um ponto de sela. Assim, um solitão com uma amplitude e frequência iniciais tais, que sofra a influência do atrator, tende a emergir com uma amplitude e uma velocidade semelhantes às do mesmo. Pode verificar-se também que, ondas de pequena amplitude são atenuadas em ambos os casos. Conclui-se ainda, de ambas as figuras, que o efeito do aumento do ganho não linear é o de aumentar a bacia de atracção, sem contudo amplificar as ondas de menor

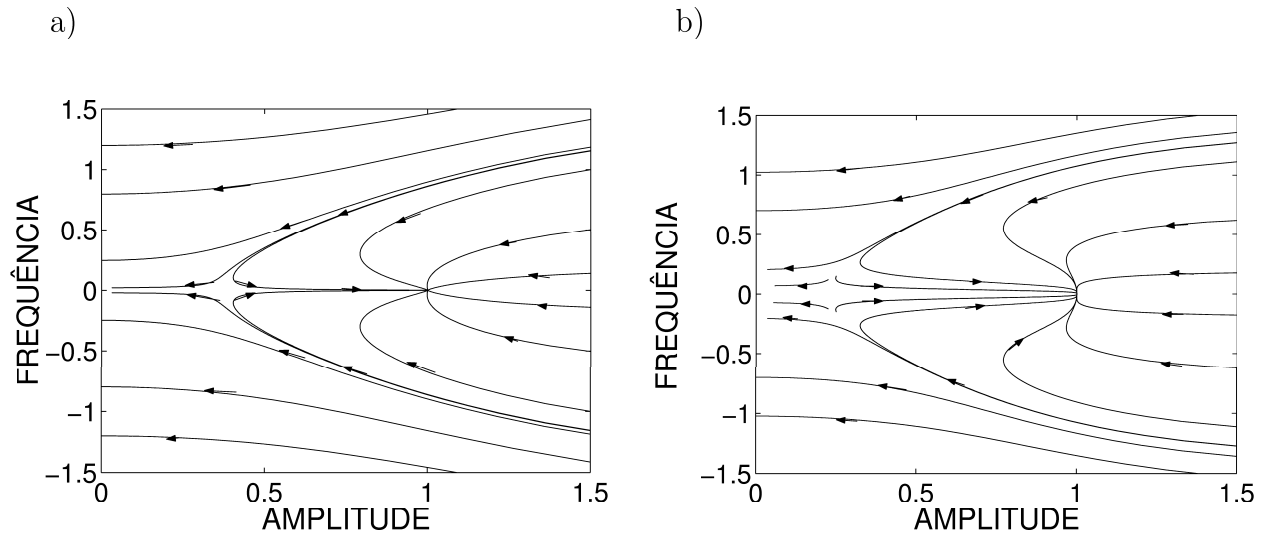


Figura 4.15: Espaço de fases obtido para $\beta = 0.15$, $\delta = -0.01$, e, a) $\varepsilon = 0.2$, $\mu = -0.1375$ e, b) $\varepsilon = 0.4$ e $\mu = -0.3875$. Os valores dos parâmetros foram obtidos de modo a satisfazerem a equação 4.49 para uma amplitude unitária.

amplitude, que eventualmente destruiriam o solitão.

4.3.4 Simulação da propagação de impulsos

Realizaram-se duas simulações para os parâmetros correspondentes aos espaços de fases representados na figura 4.15. Os resultados estão representados na figura 4.16. Pela figura 4.16 a) pode confirmar-se a estabilização efectiva do impulso, conseguida através do ganho não-linear incluindo a sua saturação. Verifica-se também que a estabilização do impulso é mais rápida para o maior valor de ganho não-linear. A amplitude, à qual o sinal estabiliza, é bastante próxima da unitária, não sendo significativa a diferença observada entre ambos, tal como se observa em 4.16 b). Neste caso observa-se uma boa concordância entre as previsões da teoria das perturbações e os resultados obtidos por resolução numérica da equação de Ginzburg-Landau, equação (4.34).

A equação de Ginzburg-Landau apresenta uma grande diversidade de soluções analíticas, como se referiu anteriormente. No entanto, estas soluções analíticas são conhecidas apenas nalgumas regiões dos parâmetros. Há no entanto uma grande diversidade de soluções numéricas que têm vindo a ser descobertas na última década (Akhmediev *et al*, 2001), tendo algumas destas sido observadas experimentalmente. (Cundiff *et al*, 2002).

De entre as soluções numéricas estáveis encontra-se a solução de topo achatado,

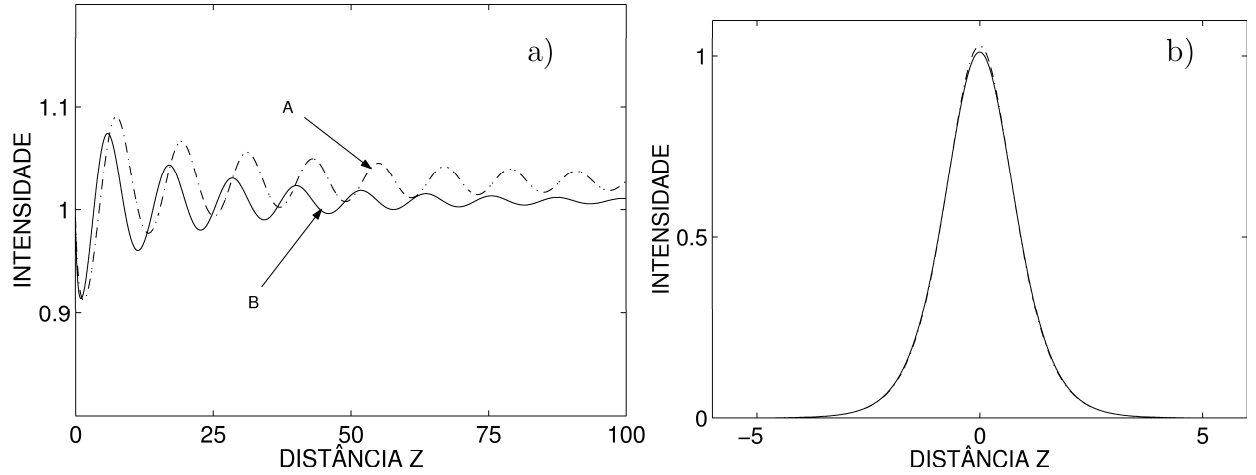


Figura 4.16: a) Evolução da amplitude com a distância de propagação ($t=0$) para $\beta = 0.15$, $\delta = -0.01$ e, A- (curva a tracejado) $\varepsilon = 0.2$, $\mu = -0.1375$ e, B - (curva a cheio), $\varepsilon = 0.4$ e $\mu = -0.3875$. b) Perfis finais, para ambos os casos considerados em a).

que se encontra representada na figura 4.17. Os valores dos parâmetros considerados foram $\beta = 0.5$, $\delta = -0.1$, $\varepsilon = 0.66$ e $\mu = \nu = -0.01$.

Pela figura pode observar-se que a condição inicial, do tipo $sech(t)$, evolui rapidamente para a solução estacionária. De referir que foram observados experimentalmente impulsos deste tipo em convecção de fluidos binários (Kolodner *et al*, 1988).

As soluções estáveis do tipo impulso simples só existem para δ e μ negativos, β e ε positivos, podendo ν tomar qualquer valor real. Seguidamente considera-se $\nu = 0$. Na figura 4.18 estão representados os perfis, os espectros de diversos impulsos, nomeadamente um impulso simples ($\varepsilon = 1.5$), um impulso composto estreito ($\varepsilon = 2.0$) e um impulso composto largo ($\varepsilon = 2.15$). Está também representada a propagação do imposto composto largo. Os restantes valores dos parâmetros foram $\delta = -0.01$, $\beta = 0.5$ e $\mu = -0.03$.

Observa-se que estes impulsos apresentam formas e espectros distintos. Pela figura 4.18 b) pode verificar-se que o espectro do impulso simples apresenta apenas um máximo. Por seu turno, os impulsos compostos apresentam dois máximos. O impulso composto estreito apresenta um vale entre máximos pouco profundo, enquanto que no caso do impulso largo o vale entre os dois máximos é bastante mais profundo. A amplitude dos dois impulsos compostos é distinta em virtude do valor do parâmetro do ganho não-linear também o ser. Os impulsos foram obtidos a partir de uma condição

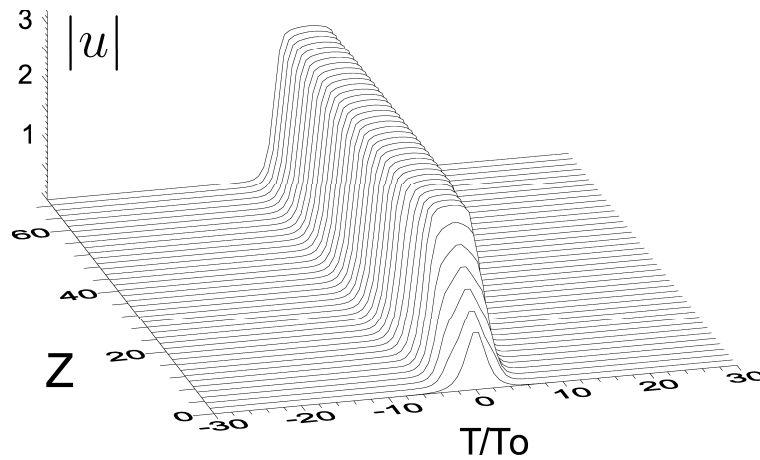


Figura 4.17: Propagação estável de um solitão de topo achatado para $\beta = 0.5$, $\delta = -0.1$, $\varepsilon = 0.66$, $\mu = \nu = -0.01$. A condição inicial foi do tipo $\text{sech}(t)$.

inicial do tipo *secante hiperbólica* unitária, apresentando-se estáveis. Por esse facto não se encontraram impulsos distintos para o mesmo conjunto dos parâmetros; para que tal aconteça é conveniente serem obtidos por um processo adiabático.

Outra característica da equação quártica reside no facto de que para certos valores dos parâmetros δ , β , ε , μ e ν , podem co-existir diversos tipos de soluções. Por exemplo, vários estudos têm mostrado a co-existência de impulsos compostos, 'moving' e simples, contudo esta co-existência apenas se verifica numa faixa estreita da região de existência destes impulsos, (Soto-Crespo *et al*, 1995; Afanasjev *et al*, 1996 a; Soto-Crespo *et al*, 1996; Akhmediev *et al*, 2001).

A caracterização da região de existência destas soluções pode encontrar-se em (Akhmediev *et al*, 2001).

Dos estudos referidos o impulso composto (CP), surge como a combinação de um impulso simples (P), ao centro, e de duas frentes (F), colocadas lateralmente, ou de outro modo, junto à traseira e frente do impulso simples. O impulso 'moving' pode ser considerado como um caso particular do composto, ao qual falta uma frente. Para o mesmo conjunto de parâmetros a energia do impulso composto é aproximadamente igual à soma das energias do impulso simples e das duas frentes, $E_{CP} = E_P + 2E_F$. Para o impulso 'moving' a energia é dada por $E_M = E_P + E_F$, (Soto-Crespo *et al*, 1996; Akhmediev e Ankiewicz, 1997).

Na figura 4.19 está ilustrada a expansão de uma estrutura a partir do impulso simples, considerado na figura 4.18. Neste caso considerou-se um valor ligeiramente

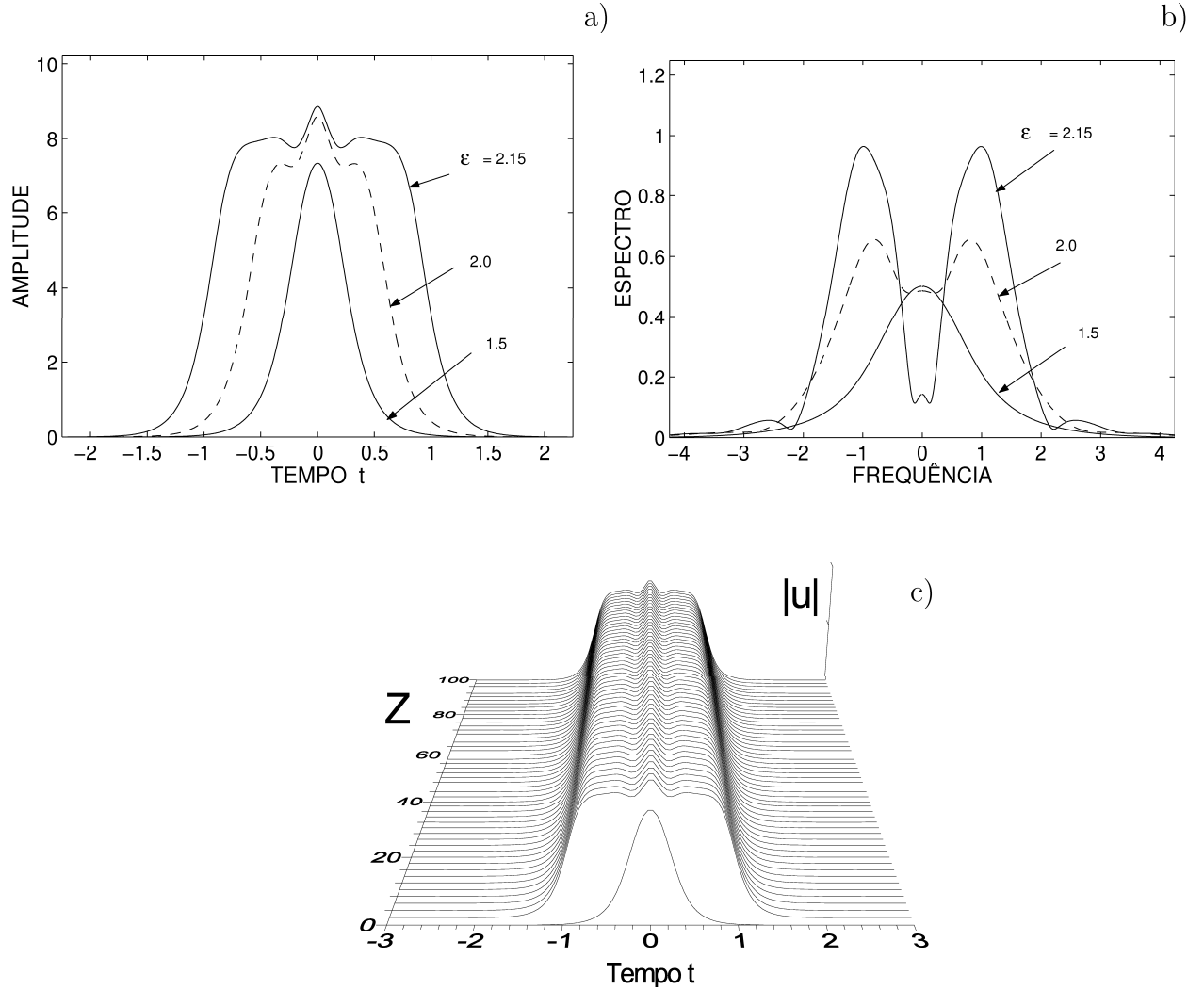


Figura 4.18: a) Perfis dos impulsos simples ($\varepsilon = 1.5$), compostos estreito ($\varepsilon = 2.0$) e largo ($\varepsilon = 2.15$), respectivamente. b) Espectro dos impulsos apresentados em a). Os valores dos parâmetros foram, respectivamente, $\delta = -0.01$, $\beta = 0.5$ e $\mu = -0.03$, para além dos valores referidos. c) Propagação do impulso composto largo ao longo de 100 distâncias normalizadas.

superior para o ganho não-linear $\varepsilon = 2.183$. Os restantes valores dos parâmetros mantiveram-se iguais aos considerados na figura 4.18.

A condição inicial foi o impulso simples, apresentado na figura 4.18. Pela figura 4.19 a) pode verificar-se que, para este valor superior do parâmetro do ganho não-linear, não se forma um impulso estável. Inicialmente a estrutura evolui para um impulso

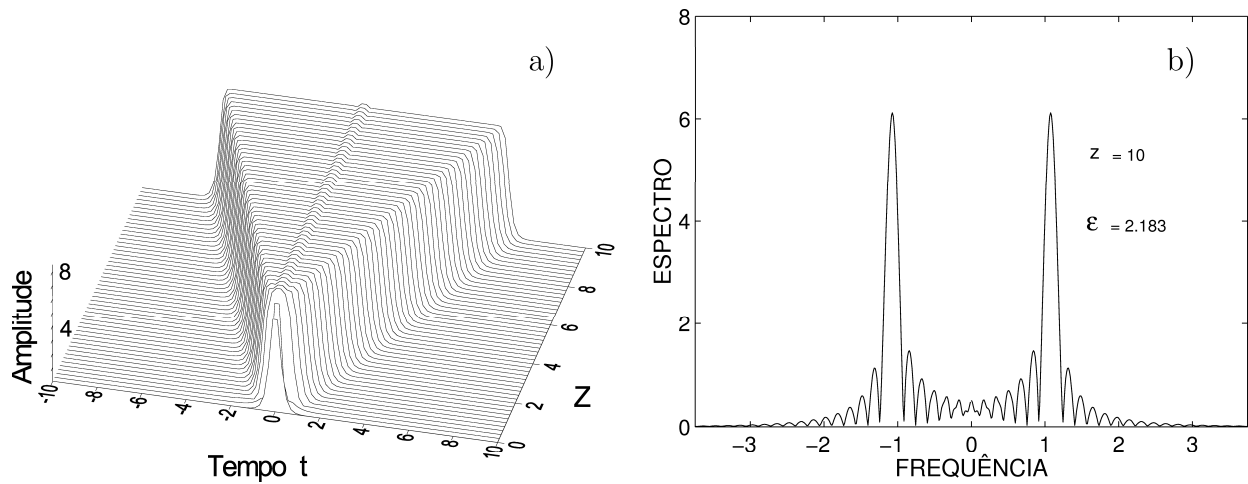


Figura 4.19: a) Evolução da amplitude e b) espectro ($Z=10$), de uma estrutura em expansão. Os parâmetros considerados foram, $\varepsilon = 2.183$, $\delta = -0.01$, $\beta = 0.5$ e $\mu = -0.03$, respectivamente.

composto. Contudo as frentes apresentam uma velocidade não nula, observando-se a expansão da estrutura. Pela figura 4.19 b) pode verificar-se que o espectro apresenta uma estrutura multipico com dois máximos bem separados entre si. Estes máximos são bastante intensos, quando comparados com o dos impulsos compostos, o que se deve ao facto da energia da estrutura ser bastante elevada. Para equações mais completas, como a equação complexa de Swift-Hohenberg, em que se consideram termos de 4ª ordem para a filtragem espectral, as soluções solitão 'moving' e composto também foram encontradas, embora com uma estrutura mais complexa, (Soto-Crespo e Akhmediev, 2002).

4.4 Conclusão

Neste capítulo estudou-se a propagação de solitões na presença de filtragem e ganhos linear e não linear, e em particular a sua estabilidade, situação descrita pela equação complexa de Ginzburg-Landau.

Foram consideradas diversos tipos de soluções analíticas para a equação cúbica de Ginzburg-Landau, nomeadamente as soluções de amplitude fixa e as de amplitude arbitrária. A equação de propagação foi resolvida numericamente para condições iniciais distintas, tendo sido considerado vários tipos de impulsos, com diferentes amplitudes e durações. No capítulo 3 verificou-se que a propagação de um impulso com um trinado

inicial linear não é eficiente na supressão da instabilidade de fundo em sistemas de transmissão por solitões com largura de banda limitada e apenas ganho linear. Esta instabilidade pode ser reduzida se forem considerados impulsos iniciais próximos da solução estacionária. Contudo, na prática a sua implementação torna-se difícil. Neste capítulo verificou-se que uma combinação apropriada dos ganhos linear e não-linear, pode propiciar uma propagação praticamente estável dos impulsos sobre distâncias consideráveis ($z \simeq \delta^{-1}$).

Observou-se igualmente uma propagação estável de impulsos de amplitude arbitrária, i.e., quando o excesso de ganho linear se anula e apenas se considera ganho não-linear. Observou-se um novo efeito de compressão para ambos os tipos de impulsos: os de amplitude fixa e os de amplitude arbitrária. Para os impulsos de amplitude fixa observou-se compressão máxima após a sua propagação ao longo de 3 distâncias normalizadas. A largura final dos impulsos pode ser determinada por uma escolha apropriada dos parâmetros do sistema, nomeadamente do excesso de ganho linear, da potência do filtro e do ganho não-linear. A singularidade apresentada pela solução de amplitude fixa, quando o excesso do ganho linear tende para zero, poderá ter aplicação prática em lasers de solitões, permitindo a redução significativa da largura dos impulsos por uma pequena variação dos parâmetros do sistema.

No caso dos impulsos de amplitude arbitrária, a relação final entre a amplitude e a largura do solitão é determinada unicamente pela potência do filtro verificando-se que a largura permanece constante ou oscila ligeiramente após o estado inicial da compressão. Esta propriedade é relativamente importante pois permite não só compressão dos impulsos, mas também a sua propagação estável, após a compressão, com o perfil inalterado. Apesar do factor de compressão ser moderado (máximo ≈ 6.5), este efeito poderá ser útil, não só para sistemas de comunicação de alto débito, como também em lasers de solitões.

Na presença de saturação do ganho, a propagação dos impulsos foi estudada por recurso à equação quântica de Ginzburg-Landau. Foram considerados diversos tipos de soluções analíticas, nomeadamente as soluções de amplitude fixa e arbitrária.

No caso da equação quântica de Ginzburg-Landau as soluções de amplitude arbitrária são estáveis. Contudo, estudaram-se igualmente as condições para uma propagação estável para os impulsos de amplitude fixa, no âmbito da teoria das perturbações. Estas soluções pertencem à mesma família de soluções que os solitões de amplitude arbitrária da CGLE cúbica. Obteve-se uma expressão para o limite inferior da região de existência, destas soluções, no plano (β, ε) . Verificou-se também a

existência de um valor mínimo da amplitude para o qual ainda se obtém uma solução estável, valor este que apresenta uma dependência da razão entre o parâmetro do excesso de ganho e o termo de saturação do ganho. E por fim, caracterizaram-se os impulsos simples e compostos, apresentando estes últimos dois tipos de soluções: os estreitos e os largos.

Apresentaram-se também algumas das soluções numéricas, nomeadamente, os impulsos de topo achatado, os simples, e os compostos.

Pode então concluir-se que o ganho não-linear é uma técnica eficaz no controlo da estabilização da propagação de impulsos. Assim, apresenta-se como método alternativo aos sistemas que recorrem apenas a ganho linear e filtros de frequência deslizante.

Capítulo 5

Interacção entre Solitões

5.1 Introdução

Num sistema de comunicações, por forma a maximizar o débito binário, é necessário introduzirem-se impulsos consecutivos o mais perto possível uns dos outros. Contudo, a sobreposição de solitões vizinhos pode originar interacções mútuas significativas, e consequentemente, alterar de modo drástico a eficiência do sistema de comunicações. Pela sua importância a interacção entre solitões é um dos mecanismos físicos, que tem vindo a ser alvo de mais estudo por parte de diversos grupos de investigadores.

Em 1981, Karpaman e Solov'ev desenvolveram uma teoria de perturbações, que permite a análise da interacção, para um espaçamento não demasiadamente pequeno entre os impulsos, também conhecido por método adiabático. A força de interacção entre solitões vizinhos foi estimada por Gordon (1983), tendo mostrado que a mesma depende exponencialmente da separação entre os impulsos e sinusoidalmente da sua fase relativa. Alguns resultados numéricos obtidos por Chu e Desem (1983), mostram que a interacção entre solitões poderá reduzir a taxa de débito binário de, pelo menos, um factor de 10.

Uma descrição mais aprofundada dos principais resultados sobre interacção, na presença de filtragem ganhos linear e não-linear, anteriores a 1995 pode encontrar-se, por exemplo em Desem e Chu (1992) ou em Hasegawa e Kodama (1995).

Os estudos sobre interacção entre solitões, quer em linhas de transmissão quer em lasers de fibra, têm sido investigados com base na equação de Ginzburg-Landau, na aproximação escalar, ou com base num sistema de equações às derivadas parciais acoplado, na aproximação vectorial, se os efeitos da polarização forem incluídos (Matsumoto *et al*, 1995 b; Afanasjev, 1995 b).

Mais recentemente, a formação de estados ligados ou soluções multi-soliton da equação de Ginzburg-Landau tem sido investigada a diversos níveis. De entre os principais resultados destacam-se os que apontam para a existência de estados ligados com uma fase relativa de 0 ou π e $\pi/2$, (Malomed, 1991; Akhmediev *et al*, 1997). Os estados ligados foram também previstos para sistemas de comunicações com dispersão gerida, em redes de Bragg, (Ania-Castan *et al*, 2001).

Neste capítulo pretende-se estudar a interacção entre solitões e a possibilidade de se controlar essa interacção recorrendo às técnicas descritas nos dois capítulos anteriores. O trabalho é desenvolvido com base na teoria das perturbações, e por resolução numérica da equação de Ginzburg-Landau.

5.2 Interacção sem perturbações externas

5.2.1 Teoria das perturbações

Considere-se um sistema constituído por dois solitões. Na aproximação quasi-partícula, desenvolvida por Karpman e Solov'ev (1981), correspondente ao caso em que a separação entre os impulsos é suficientemente grande, a solução dois solitões pode ser aproximada por uma sobreposição linear de dois solitões fundamentais,

$$u(z, t) = u_1(z, t) + u_2(z, t) \quad (5.1)$$

sendo,

$$u_n(z, t) = \mathcal{A}_n \operatorname{sech} [\mathcal{A}_n(t - t_n)] \exp [-i\mathcal{B}_n(t - t_n) + i\delta_n] \quad (5.2)$$

onde $n = 1, 2$, e sendo \mathcal{A}_n , \mathcal{B}_n , dt_n/dz e $d\delta_n/dz$ funções de variação lenta da distância. Sendo $\mathcal{A} = (\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2)/2$, $\mathcal{B} = (\mathcal{B}_1 + \mathcal{B}_2)/2$, $\Delta t = t_1 - t_2$, $\Delta\phi = \mathcal{B}\Delta t + \Delta\delta$, $\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2$.

Na presença de perturbações a NLSE pode escrever-se do seguinte modo,

$$i\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u = i\epsilon' P'[u, u^*] \quad (5.3)$$

representando $\epsilon' P'[u, u^*]$ o termo de perturbação, dado por,

$$\epsilon' P'[u, u^*] = \epsilon P[u, u^*] + \epsilon'' \hat{P}[u, u^*] \quad (5.4)$$

No membro direito da equação anterior, $\epsilon P[u, u^*]$ representa uma perturbação devido à interacção e $\epsilon'' \hat{P}[u, u^*]$ representa uma perturbação externa.

Se se introduzir a expressão (5.2) na equação (5.3), obtêm-se duas equações do tipo, que descrevem a evolução de u_n :

$$i \frac{\partial u_n}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} + |u_n|^2 u_n = -(u_m^* u_n^2 + 2u_m |u_n|^2) + \epsilon'' \hat{P}[u, u^*] \quad (5.5)$$

sendo $m, n = 1, 2$ e $m \neq n$. Na ausência de perturbações externas, ($\epsilon'' = 0$), esta equação, (5.5), descreve a acção do m -ésimo solitão sobre o n -ésimo devido à sua sobreposição mútua, que se supõe pequena.

Por recurso à teoria de perturbações na aproximação quasi-partícula (método adiabático), e pela equação (2.37), pode obter-se o sistema geral das equações que governam a evolução dos parâmetros do solitão:

$$\frac{d\eta}{dz} = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Re}\{\epsilon' P'[u, u^*] e^{(-i\varphi)}\} \text{sech}\tau \, d\tau \quad (5.6)$$

$$\frac{d\kappa}{dz} = - \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Im}\{\epsilon' P'[u, u^*] e^{(-i\varphi)}\} \text{sech}\tau \tanh\tau \, d\tau \quad (5.7)$$

$$\frac{dT}{dz} = -\kappa + \frac{1}{\eta^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Re}\{\epsilon' P'[u, u^*] e^{(-i\varphi)}\} \text{sech}\tau \, d\tau \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi'}{dz} &= \frac{1}{2}(\eta^2 - \kappa^2) + T \frac{d\kappa}{dz} \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Im}\{\epsilon' P'[u, u^*] e^{(-i\varphi)}\} \text{sech}\tau (1 - \tau \tanh\tau) \, d\tau \end{aligned} \quad (5.9)$$

sendo $T = -\kappa z + t_o$, $\phi' = \frac{1}{2}(\eta^2 - \kappa^2)z + \phi_o$, $\tau = \eta(t - T)$, e $\varphi = -\kappa t + \phi'$.

Considerando-se uma perturbação do tipo:

$$\epsilon' P'[u, u^*] = i(u_m^* u_n^2 + 2u_m |u_n|^2) + \epsilon'' \hat{P}[u, u^*] \quad (5.10)$$

e inserindo-se no sistema (5.6-5.9), obtem-se o seguinte sistema, (Okamawari *et al*, 1995):

$$\frac{d\mathcal{A}_n}{dz} = (-1)^{l+1} 4 \mathcal{A}^3 e^{-\mathcal{A}\Delta t} \sin(\Delta\phi) + \epsilon'' M_n \quad (5.11)$$

$$\frac{d\mathcal{B}_n}{dz} = (-1)^{l+1} 4 \mathcal{A}^3 e^{-\mathcal{A}\Delta t} \cos(\Delta\phi) + \epsilon'' N_n \quad (5.12)$$

$$\frac{dt_n}{dz} = -\mathcal{B}_n - 2 \mathcal{A} e^{-\mathcal{A}\Delta t} \sin(\Delta\phi) + \epsilon'' Q_n \quad (5.13)$$

$$\frac{d\delta_n}{dz} = \frac{1}{2}(\mathcal{A}_n^2 + \mathcal{B}_n^2) + 2 \mathcal{A} \mathcal{B} e^{-\mathcal{A}\Delta t} \sin(\Delta\phi) + 6 \mathcal{A}^2 e^{-\mathcal{A}\Delta t} \cos(\Delta\phi) + \epsilon'' S_n \quad (5.14)$$

sendo M_n , N_n , Q_n e S_n dados, respectivamente, pelas seguintes expressões,

$$M_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Re}[\hat{P}_n e^{-i\psi_n}] \text{sech}\tau_n d\tau_n \quad (5.15)$$

$$N_n = - \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Im}[\hat{P}_n e^{-i\psi_n}] \text{sech}\tau_n \tanh\tau_n d\tau_n \quad (5.16)$$

$$Q_n = \frac{1}{\mathcal{A}_n^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Re}[\hat{P}_n e^{-i\psi_n}] \tau_n \text{sech}\tau_n d\tau_n \quad (5.17)$$

$$S_n = \frac{1}{\mathcal{A}_n} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Im}[\hat{P}_n e^{-i\psi_n}] [\text{sech}\tau_n (1 - \tau_n \tanh\tau_n)] d\tau_n \quad (5.18)$$

com $\tau_n = \mathcal{A}_n(t - t_n)$ e $\psi_n = -\mathcal{B}_n(t - t_n) + \delta_n$. Assumiu-se que $\Delta\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_2$, $\Delta\mathcal{B} = \mathcal{B}_1 - \mathcal{B}_2$ e Δt , e verificam as seguintes condições,

$$|\Delta\mathcal{A}| \ll \mathcal{A} \quad |\Delta\mathcal{B}| \ll 1 \quad \mathcal{A}\Delta t \gg 1 \quad |\Delta\mathcal{A}|\Delta t \ll 1 \quad (5.19)$$

por forma a garantir a variação lenta com a distância, como foi considerado em Karpman e Solov'ev (1981).

O sistema de equações (5.11-5.14) pode ainda tomar a seguinte forma, (Okamawari *et al*, 1995),

$$\frac{d\mathcal{A}}{dz} = \epsilon'' M \quad (5.20)$$

$$\frac{d\mathcal{B}}{dz} = \epsilon'' N \quad (5.21)$$

$$\frac{d\Delta\mathcal{A}}{dz} = 8\mathcal{A}^3 e^{-\mathcal{A}\Delta t} \sin(\Delta\phi) + \epsilon'' \Delta M \quad (5.22)$$

$$\frac{d\Delta\mathcal{B}}{dz} = 8\mathcal{A}^3 e^{-\mathcal{A}\Delta t} \cos(\Delta\phi) + \epsilon'' \Delta N \quad (5.23)$$

$$\frac{d\Delta t}{dz} = -\Delta\mathcal{B} + \epsilon'' \Delta Q \quad (5.24)$$

$$\frac{d\Delta\phi}{dz} = \mathcal{A}\Delta\mathcal{A} + \epsilon N \Delta t + \epsilon \mathcal{B} \Delta Q + \epsilon'' \Delta S \quad (5.25)$$

Sendo M e N os valores médios de M_n e N_n , respectivamente, e ΔM , ΔN , ΔQ e ΔS representam as variações de M_n , N_n , Q_n e S_n , as quais se podem escrever como, por exemplo,

$$\Delta M = (\partial M / \partial \mathcal{A}) \Delta \mathcal{A} + (\partial M / \partial \mathcal{B}) \Delta \mathcal{B} \quad (5.26)$$

A força de interacção entre solitões vizinhos, na ausência de perturbações externas, pode ser obtida a partir do sistema de equações (5.20 - 5.25). Por derivação das equações (5.24) e (5.25) em ordem a z , e por inserção de (5.22) e (5.23) nas equações resultantes, obtém-se

$$\frac{d^2 \Delta t}{dz^2} = -8\mathcal{A}^3 e^{-\mathcal{A}\Delta t} \cos(\Delta\phi) \quad (5.27)$$

$$\frac{d^2 \Delta\phi}{dz^2} = 8\mathcal{A}^4 e^{-\mathcal{A}\Delta t} \sin(\Delta\phi) \quad (5.28)$$

O sistema de equações (5.27-5.28), mostra que o movimento de um par de solitões é devido inteiramente às forças de interacção que dependem exponencialmente da sua

separação e sinusoidalmente da fase relativa. A força $\frac{d^2\Delta t}{dz^2}$, varia de atractiva para repulsiva quando $\Delta\phi > \pi/2$. A expressão analítica para as forças de interacção foi originalmente deduzida por Gordon (1983).

De seguida considerar-se-ão três situações particulares, na ausência de perturbações externas.

5.2.2 Solitões com amplitudes iguais e em fase

Quando os impulsos têm a mesma amplitude e estão em fase, as condições iniciais, para a resolução numérica do sistema de equações (5.20 - 5.25), podem escrever-se do seguinte modo:

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= 1 & \mathcal{B} &= 0 \\ \Delta\mathcal{A}_o &= 0 & \Delta\mathcal{B}_o &= 0 \\ \Delta t_o &= t_o & \Delta\phi_o &= 0\end{aligned}\tag{5.29}$$

A separação entre os impulsos de acordo com o apresentado em Hasegawa e Kodama (1995),

$$\Delta t = t_o + 2 \ln |\cos(2e^{-t_o/2} z)|\tag{5.30}$$

Da relação, (5.30), pode verificar-se que ocorre uma colisão a uma distância z_c , dada por (Blow e Doran, 1983; Gordon, 1983),

$$z_c \simeq \frac{\pi}{4} e^{t_o/2}\tag{5.31}$$

Na figura 5.1 a) está representada a evolução da separação entre dois impulsos, Δt , obtida a partir do sistema de equações 5.20- 5.25, em função da distância normalizada, z , para impulsos inicialmente em fase e com amplitudes iguais para várias separações iniciais. Verifica-se que, à medida que a separação inicial dos impulsos aumenta, também aumenta a distância para a qual se observa a colisão entre os mesmos. Na figura 5.1 b) pode observar-se a evolução de dois impulsos, com um espaçamento

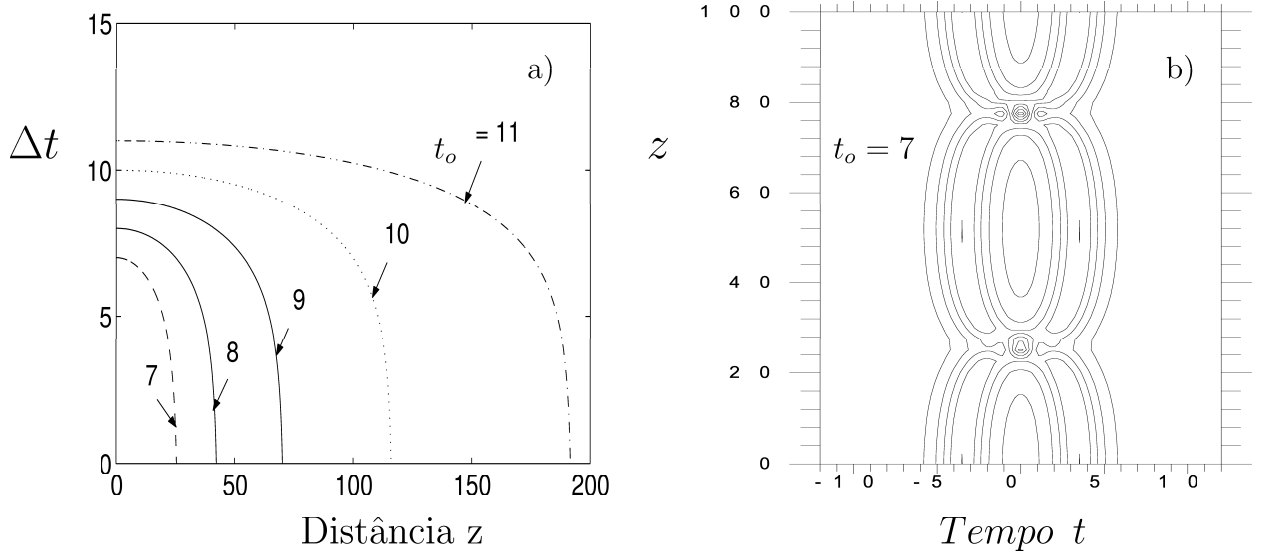


Figura 5.1: a) Separação entre dois impulsos, Δt , em função da distância normalizada, z , para impulsos inicialmente em fase e com amplitudes iguais para várias separações iniciais. b) Isolinhas da amplitude ilustrando a evolução de dois impulsos separados inicialmente de $t_o = 7$ obtidas numericamente.

inicial $t_o = 7$, obtida por resolução numérica da NLSE, com uma condição inicial do tipo da representada pelas equações (5.1-5.2). Pode verificar-se que os solitões colidem periodicamente, ocorrendo a 1ª colisão para a distância $z \simeq z_c$, sendo $z_c \simeq 26.3$ para $t_o = 7$, pela equação (5.31), igual ao obtido numericamente. De notar que a teoria das perturbações apenas permite estimar a distância para a qual se dá a primeira colisão.

5.2.3 Solitões com iguais amplitudes e desfasados

Neste caso, para a resolução numérica do sistema de equações (5.20- 5.25), as condições iniciais podem escrever-se como:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A} &= 1 & \mathcal{B} &= 0 \\
 \Delta \mathcal{A}_o &= 0 & \Delta \mathcal{B}_o &= 0 \\
 \Delta t_o &= t_o & \Delta \phi_o &= \phi_o
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

Nesta situação, a evolução do espaçamento entre impulsos com a distância, é dada por (Hasegawa e Kodama, 1995):

$$\Delta t = t_o + 2 \ln \left(\frac{\cosh[-X_1 \sin(\phi_o/2) z] + \cos[X_1 \cos(\phi_o/2) z]}{2} \right) \quad (5.33)$$

sendo $X_1 = 4 e^{-t_o/2}$.

Na figura 5.2 está representada a evolução da separação entre os impulsos em função da distância, para diversos valores da diferença de fase inicial, e para duas separações iniciais distintas, $t_o = 10$ e $t_o = 7$.

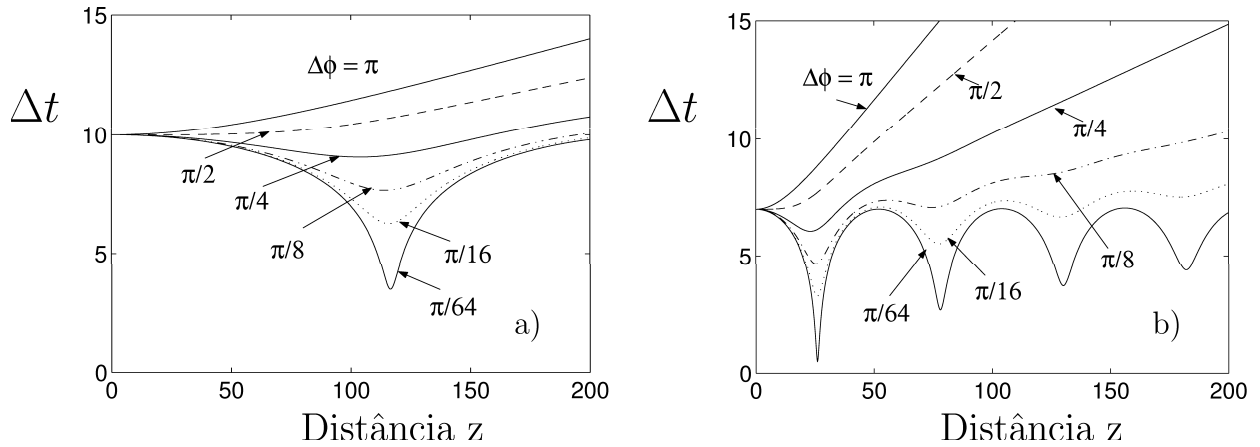


Figura 5.2: a) Separação entre dois impulsos, Δt , em função da distância normalizada, z , para impulsos com iguais amplitudes e fases iniciais distintas, para a) $t_o = 10$ e b) $t_o = 7$. Estes resultados foram obtidos a partir do sistema de equações (5.20- 5.25).

Da análise das figuras 5.2 a) e b), pode verificar-se que a introdução de uma diferença de fase inicial pode evitar-se a colisão entre os impulsos. Contudo, para os valores mais elevados da diferença de fase, os impulsos repelem-se a partir da distância crítica para a qual ocorre a 1ª colisão ($z_c \simeq 26.3$ para $t_o = 7$).

Partindo-se da equação (5.33), pode mostrar-se que a introdução de uma fase inicial relativa, entre impulsos, poderá evitar a colisão entre ambos. Para se evitar a colisão entre os impulsos, a diferença de fase inicial deverá verificar a seguinte condição, (Hasegawa e Kodama, 1995):

$$\tan \frac{\phi_o}{2} > \frac{1}{\pi} \cosh^{-1}(1 + 2e^{-t_o}) \quad (5.34)$$

Desta relação obtem-se, para um espaçamento inicial $t_o = 7$, $\phi \simeq 0.13\pi$. Este resultado está de acordo com os resultados previstos pela teoria das perturbações.

Na figura 5.3 estão representados os resultados das simulações para a interação entre dois impulsos, do tipo $\text{sech}(t)$, com um espaçamento inicial $t_o = 7$, para uma diferença de fase inicial de a) $\phi_o = \pi/16$ e de b) $\phi_o = \pi/2$.

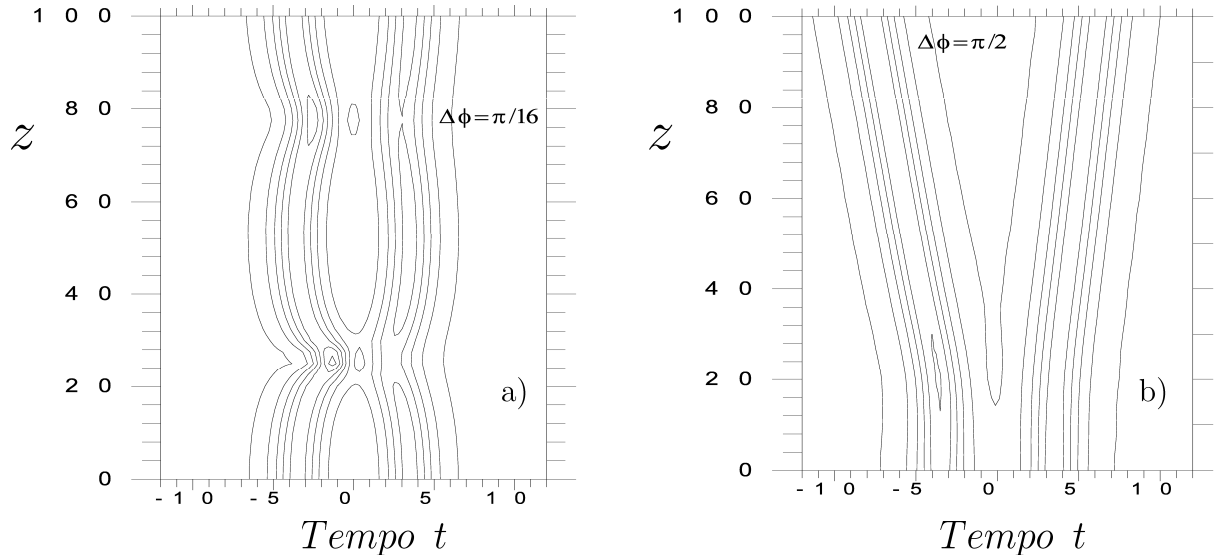


Figura 5.3: Isolinhas da amplitude ilustrando a evolução de dois impulsos espaçados inicialmente de $t_o = 7$, e com uma diferença de fase inicial de a) $\Delta\phi = \pi/16$ e de b) $\Delta\phi = \pi/2$, resultados obtidos por resolução numérica da NLSE.

No caso da figura 5.3 a) para $\phi_o = \pi/16$, observa-se uma atracção relativamente intensa, embora sem colisão, para uma distância $z \simeq 25$, ocorrendo nova atracção para $z \simeq 75$, sendo esta última de menor intensidade. Estes valores correspondem aproximadamente aos obtidos pela teoria das perturbações, como se pode observar pela figura 5.2 b). No segundo caso, a partir da figura 5.3 b), para $\phi_o = \pi/2$, observa-se que a propagação dos impulsos ocorre praticamente sem interacção até $z \simeq 25$, distância a partir da qual os impulsos se repelem. Para $z = 100$ tem-se $\Delta t \simeq 15$. Também neste caso se verifica concordância entre estes valores e os obtidos pela teoria das perturbações.

5.2.4 Solitões com amplitudes distintas e em fase

Neste caso as condições iniciais consideradas para a resolução do sistema (5.20- 5.25), foram:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A} &= \frac{1 + \mathcal{A}_o}{2} & \mathcal{B} &= 0 \\
\Delta \mathcal{A}_o &= \mathcal{A}_o - 1 & \Delta \mathcal{B}_o &= 0 \\
\Delta t_o &= t_o & \Delta \phi_o &= 0
\end{aligned} \tag{5.35}$$

Pode mostrar-se que evolução da separação entre os impulsos evolui do seguinte modo (Hasegawa e Kodama, 1995):

$$\Delta t = t_o + \frac{2}{\mathcal{A}_o + 1} \ln \left(1 - \frac{\text{sen}^2[(\mathcal{A}_o + 1)X_2 z]}{\cosh^2 X_3} \right) \tag{5.36}$$

sendo

$$\begin{aligned}
X_2 &= \frac{1}{2}(\mathcal{A}_o + 1) \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{\mathcal{A}_o - 1}{\mathcal{A}_o + 1} \right)^2 + \exp \left(-\frac{\mathcal{A}_o + 1}{2} t_o \right)} \\
\text{senh} X_3 &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\mathcal{A}_o - 1}{\mathcal{A}_o + 1} \right) \exp \left(\frac{\mathcal{A}_o + 1}{4} t_o \right)
\end{aligned} \tag{5.37}$$

Na figura 5.4 está representada a evolução da separação, Δt , em a), e da diferença de fase $\Delta \phi$, em b), em função da distância percorrida, para diversos valores de $\Delta \mathcal{A}$. A separação inicial considerada foi de $t_o = 7$. Pode verificar-se que quanto maior for a diferença entre as amplitudes dos dois impulsos, menor será a variação da separação entre eles, i.e., a separação inicial mantém-se praticamente inalterada. Simultaneamente, a fase relativa cresce com a distância, sendo a taxa de variação maior para uma maior diferença entre as amplitudes.

Na figura 5.5 está representada a propagação de dois impulsos com amplitudes iniciais distintas e com uma separação inicial de $t_o = 7$. Das figuras 5.5 a) e b) pode verificar-se que, para uma maior diferença entre as amplitudes, a separação inicial permanece praticamente inalterada, o que confirma os resultados apresentados na figura 5.4.

Um dado solitão propaga-se ao longo da fibra com uma variação de fase proporcional ao quadrado da sua amplitude e à distância percorrida, (Gordon, 1983). Deste modo, a fase do solitão, de maior amplitude, terá uma taxa de variação superior à do solitão

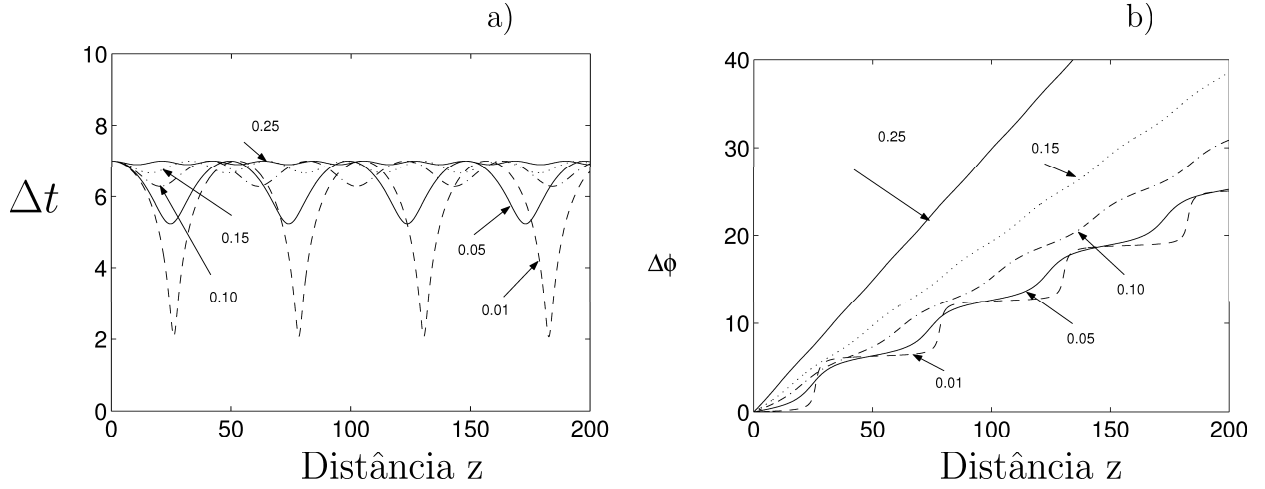


Figura 5.4: a) Separação entre impulsos, Δt , em função da distância, para impulsos com amplitudes iniciais distintas e $t_o = 7$; b) evolução da diferença de fase com a distância, para os casos considerados em a). Os valores de ΔA_o considerados, encontram-se indicados nas figuras.

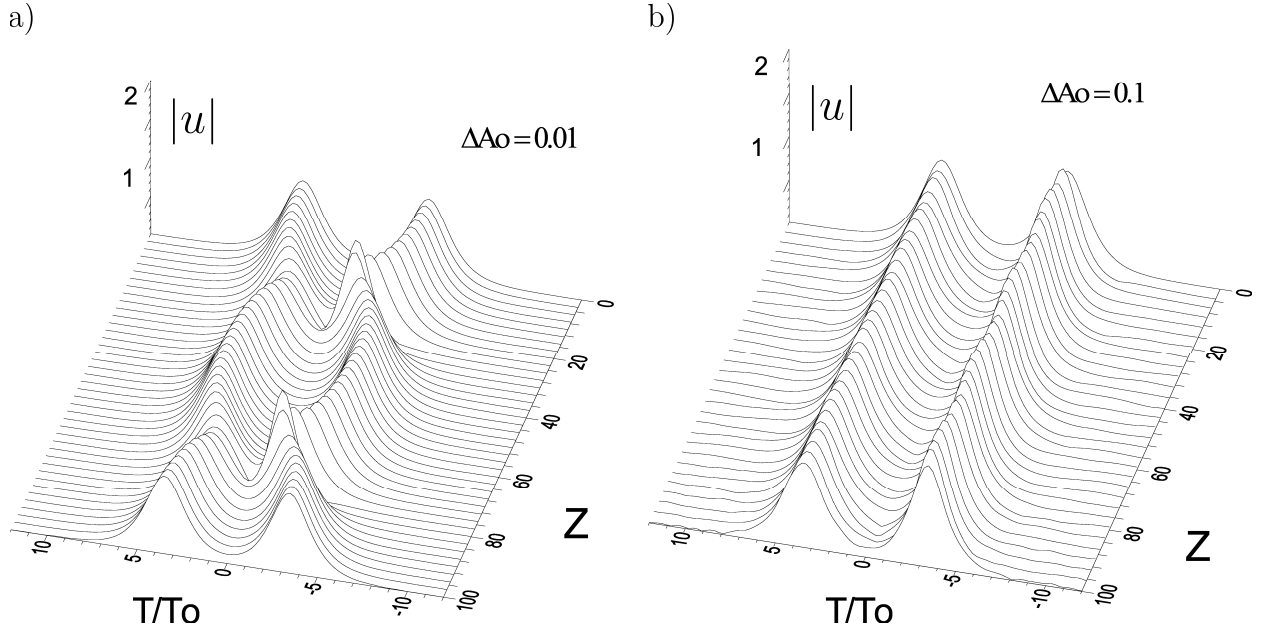


Figura 5.5: a) Propagação de dois impulsos em fase, com amplitudes iniciais distintas e $t_o = 7$. Em a) $\Delta A_o = 0.01$, e em b) $\Delta A_o = 0.1$.

de menor amplitude. Quando os solitões são introduzidos na linha de transmissão com diferentes amplitudes, a fase relativa aumenta com a distância. Como consequência, a força entre ambos varia periodicamente, passando de atractiva a repulsiva e vice versa.

Assim, os dois impulsos tendem a manter a sua posição relativa, exibindo apenas uma pequena oscilação em torno do seu valor médio.

5.3 Técnicas de controlo da interacção

Nesta secção estudar-se-á o modo como as técnicas de controlo quer do *jitter temporal* quer da estabilização da propagação, estudadas nos capítulos 3 e 4, podem proporcionar também a supressão da interacção entre solitões.

5.3.1 Interacção na presença de filtros fixos e amplificação linear

O uso de filtros tem sido estudado por diversos autores e tem-se revelado eficaz na redução das forças de interacção entre solitões, (Kodama e Wabnitz, 1991; Nakazawa e Kubota, 1992; Kodama e Wabnitz, 1993; Afanasjev, 1993).

Na aproximação quasi-partícula, a evolução dinâmica dos parâmetros do impulso, na presença de filtros fixos e ganho linear, pode ser estudada a partir das equações (5.20- 5.25). Neste caso M e N são funções não-nulas, e $S = Q = 0$. M e N podem ser obtidas a partir das equações (5.15-5.18). Considerando-se o termo de perturbação, $\epsilon'' \hat{P} = \delta u + \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, obtém-se o seguinte sistema de equações, (Okamawari *et al*, 1995):

$$\frac{d\mathcal{A}}{dz} = 2\delta\mathcal{A} - 2\beta\mathcal{A}\left(\frac{1}{3}\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2\right) \quad (5.38)$$

$$\frac{d\mathcal{B}}{dz} = -\frac{4}{3}\beta\mathcal{A}^2\mathcal{B} \quad (5.39)$$

$$\frac{d\Delta\mathcal{A}}{dz} = 8\mathcal{A}^3 e^{-\mathcal{A}\Delta t} \sin(\Delta\phi) + [2\delta - 2\beta(\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2)]\Delta\mathcal{A} - 4\beta\mathcal{A}\mathcal{B}\Delta\mathcal{B} \quad (5.40)$$

$$\frac{d\Delta\mathcal{B}}{dz} = 8\mathcal{A}^3 e^{-\mathcal{A}\Delta t} \cos(\Delta\phi) - \frac{8}{3}\beta\mathcal{A}\mathcal{B}\Delta\mathcal{A} - \frac{4}{3}\beta\mathcal{A}^2\Delta\mathcal{B} \quad (5.41)$$

$$\frac{d\Delta t}{dz} = -\Delta\mathcal{B} \quad (5.42)$$

$$\frac{d\Delta\phi}{dz} = \mathcal{A}\Delta\mathcal{A} - \frac{4}{3}\beta\mathcal{A}^2\mathcal{B}\Delta t \quad (5.43)$$

Tal como se considerou no capítulo 3, existe um atractor para $(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = (1, 0)$, quando o parâmetro de filtragem, β , está relacionado com o parâmetro de excesso de ganho linear, δ , pela condição $\beta = 3\delta$. Neste caso considerou-se uma amplitude unitária.

Considerando-se uma amplitude unitária, e $\beta = 3\delta$, o sistema pode ser reduzido à seguinte equação, (Afanasjev, 1993; Ferreira e Latas, 2001 b):

$$\frac{d^2(\Delta t)}{dz^2} = -4\delta \frac{d(\Delta t)}{dz} - 8e^{-\Delta t} \cos(\Delta \phi) \quad (5.44)$$

$$\frac{d^2(\Delta \phi)}{dz^2} = -4\delta \frac{d(\Delta \phi)}{dz} + 8e^{-\Delta t} \sin(\Delta \phi) \quad (5.45)$$

O sistema de equações (5.44- 5.45) mostra que a inserção de filtros introduz um amortecimento, quer na variação da separação entre os impulsos, quer na variação da diferença de fase entre eles.

Deste modo, a inserção do filtro traduz-se na redução da interacção entre os solitões.

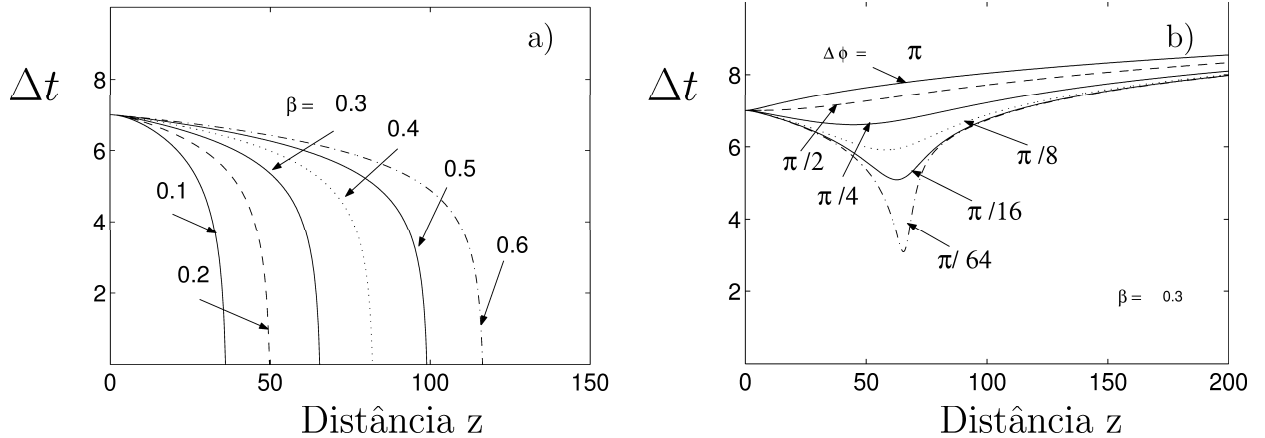


Figura 5.6: Separação entre impulsos, Δt , em função da distância z , para solitões com iguais amplitudes e valores distintos de β , em a), e valores distintos da fase inicial, $\Delta \phi$, para $\beta = 0.3$, em b). Considerou-se $\beta = 3\delta$ e $t_o = 7$.

Nas figuras 5.6 a) e b) estão representados os resultados obtidos por resolução numérica do sistema (5.38 - 5.43).

Na figura 5.6 a) mostra-se a evolução da separação entre impulsos, Δt , em função da distância z , para solitões com a iguais amplitudes, fase inicial nula, para valores

distintos de β , tendo-se considerado $\beta = 3\delta$ e $t_o = 7$. Pode verificar-se que, quanto mais elevado for o parâmetro de filtragem, maior é a distância para a qual se observa a primeira colisão.

Na figura 5.6 b) podem verificar-se os efeitos da inserção de uma diferença de fase inicial, para $\beta = 0.3$. Em geral, observa-se atracção entre os solitões até à primeira distância de colisão, havendo repulsão a partir desta. A atracção é mais intensa para uma menor diferença de fase inicial. Para diferenças de fase inicial mais elevadas apenas se observa repulsão. Em qualquer dos casos a separação entre impulsos tende a aumentar ($\Delta t \geq 8$ para $z \simeq 200$.) Contudo, este aumento é moderado mesmo para diferenças de fase mais elevadas. Para os menores valores da diferença de fase observa-se repulsão, ainda que moderada, contrastando com o caso em que os filtros estão ausentes, e em que os impulsos se atraem periodicamente, como se pode verificar a partir da figura 5.2 b) Os efeitos do filtro são visíveis neste caso, observando-se um claro amortecimento nas forças de interacção entre os impulsos.

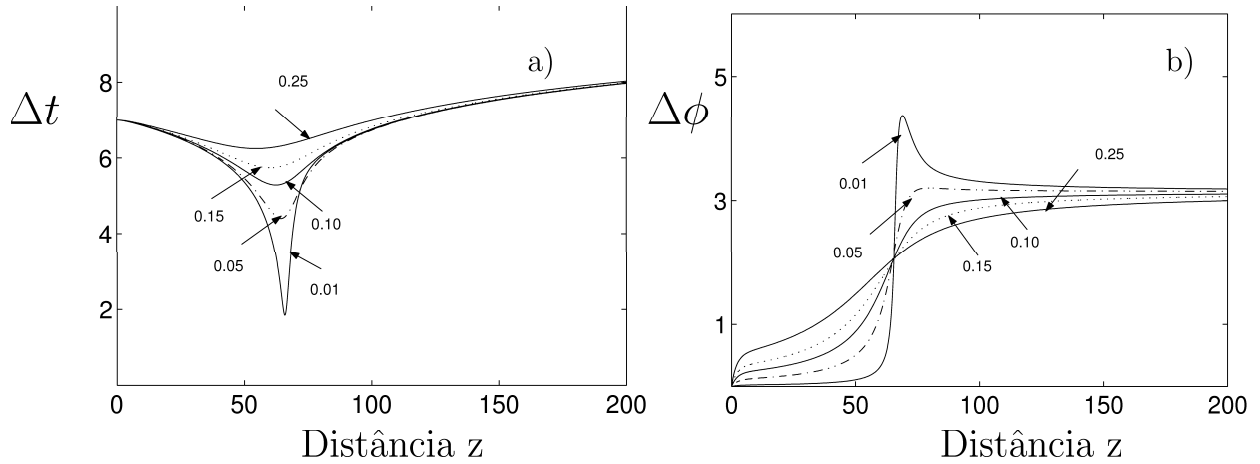


Figura 5.7: a) Separação entre impulsos, Δt , em função da distância z , para solitões com amplitudes iniciais distintas. b) Evolução da fase em função da distância z . Considerou-se $\beta = 3\delta$, $\delta = 0.1$ e $t_o = 7$. Os valores de $\Delta \mathcal{A}_o$ considerados, encontram-se indicados nas figuras.

Na figura 5.7 mostra-se os resultados, obtidos pela teoria das perturbações, para o caso da amplitude inicial dos impulsos ser distinta. Pode verificar-se, pela figura 5.7 a), que uma diferença de amplitudes reduz a atracção entre os solitões. Neste caso não se observa atracção periódica, como se verifica a partir da figura 5.4, havendo apenas atracção até à primeira distância de colisão, após a qual se observa repulsão.

A interacção será tanto mais controlada quanto maior for a diferença de amplitudes, à semelhança do que se observou na ausência de filtros.

Pela figura 5.7 b) pode verificar-se que a diferença de amplitudes inicial é responsável pelo aparecimento de uma diferença de fase entre os impulsos. Esta diferença de fase cresce até cerca de $2\pi/3$, enquanto se observa atracção entre os impulsos, e depois até π enquanto se observa repulsão, valor no qual estabiliza da diferença de fase, crescendo o espaçamento a uma taxa bastante moderada. Este comportamento contrasta com a variação monótona da diferença de fase ilustrada na figura 5.4 b).

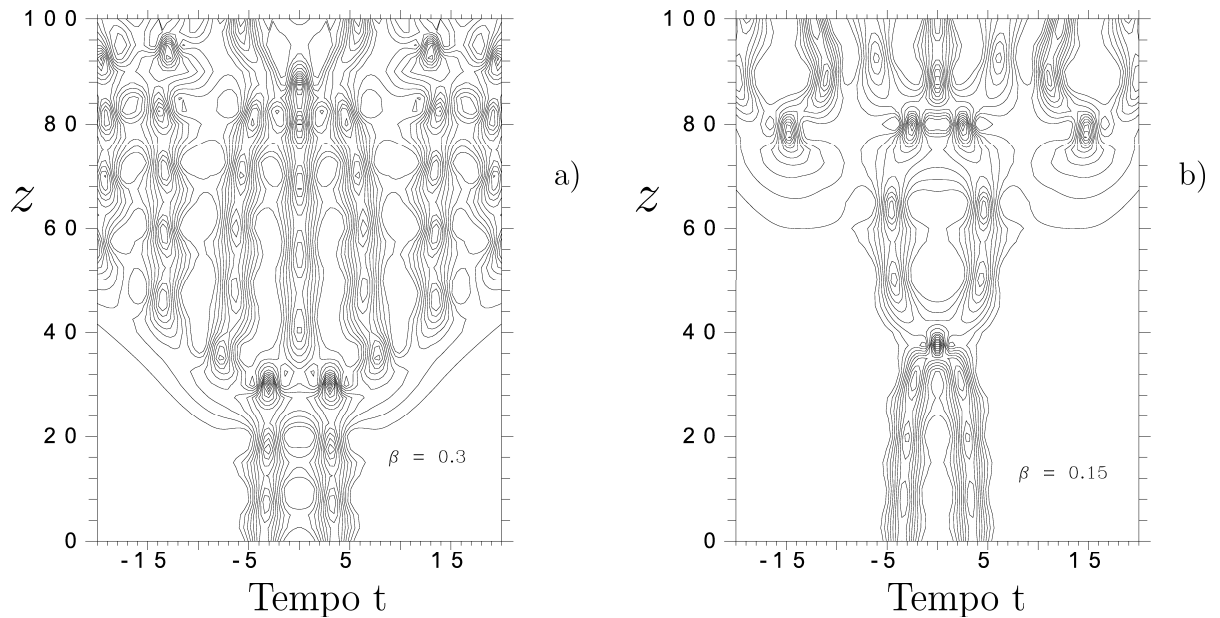


Figura 5.8: Propagação de dois impulsos, na presença de ganho linear e filtragem. Para $\beta = 0.3$ e $\delta = 0.1$, em a), e para $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.05$, em b). Em ambos os casos consideraram-se impulsos do tipo $sech(t)$, espaçados entre si de $t_o = 7$, e em fase.

Para confirmar estes resultados, resolveu-se numericamente a equação (3.20), com uma condição inicial de dois impulsos do tipo $sech(t)$ para $t_o = 7$. Os resultados estão ilustrados na figura 5.8 para a) $\beta = 0.3$ e $\delta = 0.1$ e b) $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.05$. Pela figura 5.8 a) pode verificar-se que ocorre a geração de novos impulsos para $z \simeq 30$, muito antes do valor previsto para a distância de colisão, pela teoria das perturbações, $z \simeq 70$. Pela figura 5.8 b) pode verificar-se para um menor valor do parâmetro de filtragem, $\beta = 0.15$, não só aumenta a distância à qual ocorre colisão, como a discrepância entre o valor obtido por simulação e pela teoria das perturbações é pouco significativo ($z \simeq 35 - 40$). De facto, por ambas as figuras verifica-se a geração de diversos impulsos a partir da

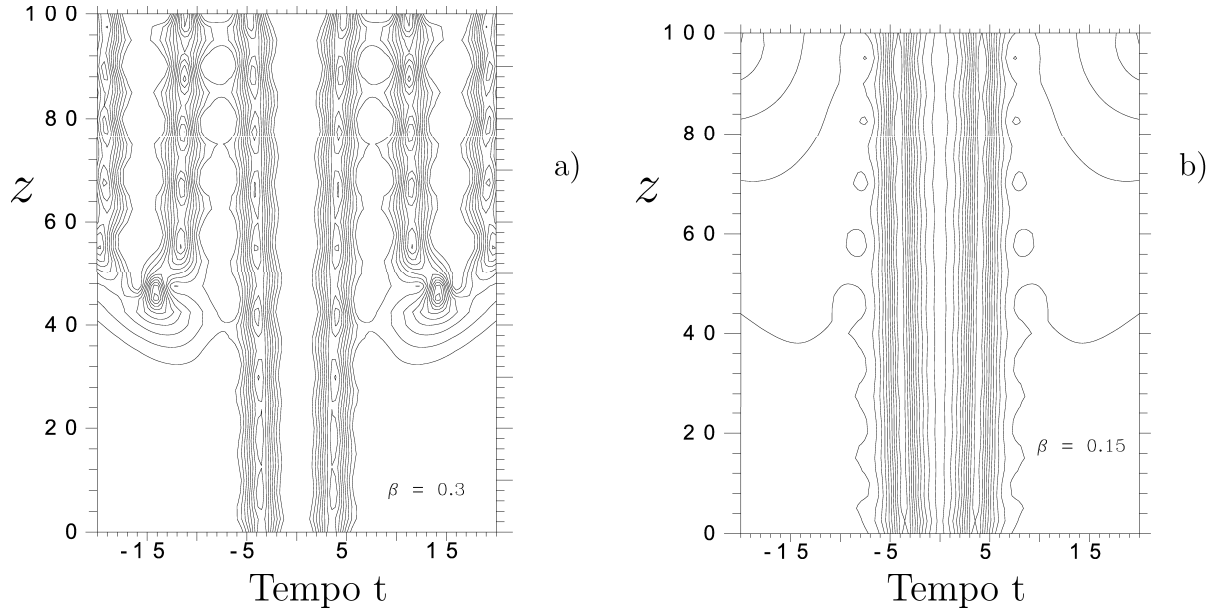


Figura 5.9: Propagação de dois impulsos, na presença de ganho linear e filtragem, em a) $\beta = 0.3$ e $\delta = 0.1$ e em b) $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.05$. Em ambos os casos consideraram-se impulsos do tipo $\text{sech}(t)$, espaçados entre si de $t_o = 7$, e desfasados de π .

radiação, sendo esta característica mais acentuada para o maior valor do parâmetro de filtragem. Este facto é consequência do valor do excesso de ganho ser mais elevado para o maior valor de filtragem, amplificando as ondas lineares e aumentando a instabilidade de fundo.

Na figura 5.9 estão ilustrados os resultados da propagação de impulsos desfasados inicialmente de π com uma separação inicial de $t_o = 7$. Nas simulações consideraram-se os seguintes valores, $\beta = 0.3$ e $\delta = 0.1$, em a), e $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.05$, em b). Em ambos os casos observa-se repulsão, a taxas moderadas, em consequência do efeito de amortecimento induzido pelos filtros. Há um contraste com o caso em que estes estão ausentes, situação em que se observa uma repulsão bastante intensa. A partir da figura 5.9 pode verificar-se que a propagação é mais instável para o maior valor de filtragem devido a uma maior instabilidade de fundo. Em consequência geram-se impulsos, cuja interacção com os impulsos iniciais que resulta em maior repulsão, comparativamente à situação da figura 5.9 b).

As simulações efectuadas para impulsos com amplitudes distintas, não melhoraram qualitativamente os resultados. Assim, neste caso há de facto uma discrepância acentuada, entre os resultados previstos pela teoria das perturbações e os obtidos por

simulação, consequência da instabilidade gerada pelas ondas lineares amplificadas.

5.3.2 Interacção na presença de filtros de frequência deslizando e amplificação linear

A utilização de filtros de frequência deslizando no controlo da interacção entre solitões foi já alvo de estudo por parte de alguns autores, (Kodama e Wabnitz, 1994; Dung e Chi, 1995). A utilização destes filtros revelou-se bastante eficaz na redução da instabilidade de fundo e na estabilização da propagação dos impulsos, contrastando com a filtragem por filtros fixos.

A evolução dos parâmetros, que caracterizam o sistema, pode ser estudada com base no sistema de equações (5.38 - 5.43), tomando neste caso a equação (5.40) a seguinte forma (Kodama e Wabnitz, 1994),

$$\frac{d\mathcal{B}}{dz} = \alpha_o - \frac{4}{3}\beta\mathcal{A}^2\mathcal{B} \quad (5.46)$$

sendo α_o o ritmo de deslizamento.

Na figura 5.10 mostra-se a evolução dos parâmetros, que caracterizam o par de solitões, em função da distância z , para $\alpha_o = -0.075$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.071$, para $\beta_3 = 0$. Estes parâmetros foram encontrados pelo modo descrito no capítulo 3, a partir das equações (3.58) e (3.59). Deste modo, para um dado valor do parâmetro de filtragem e do coeficiente de deslizamento encontrou-se o valor do excesso de ganho linear, para o ponto de equilíbrio ($\mathcal{A} = 1$, $\mathcal{B} = \mathcal{B}_f$). Pela figura 5.10 a), pode verificar-se que, para $t_o \geq 6$ a separação permanece quase constante. Contudo, para valores inferiores do espaçamento inicial, ($t_o = 4, t_o = 5$), começa por observa-se atracção, seguida de repulsão. Nestes casos o espaçamento final pode ser bastante elevado, como se observa para $t_o = 4$, em que $\Delta t \simeq 15$ para $z \simeq 60$ distâncias. As figuras 5.10 b) e c) mostram que as amplitude e frequência diferenciais tendem para zero à medida que os impulsos se propagam; exceptua-se o caso em que $t_o = 6$, em que ambos os parâmetros oscilam em torno do valor médio nulo, com amplitude ligeiramente crescente. Pela figura 5.10 d) verifica-se o crescimento quasi-linear da diferença de fase com a distância de propagação. Dada a periodicidade das funções trigonométricas, este crescimento

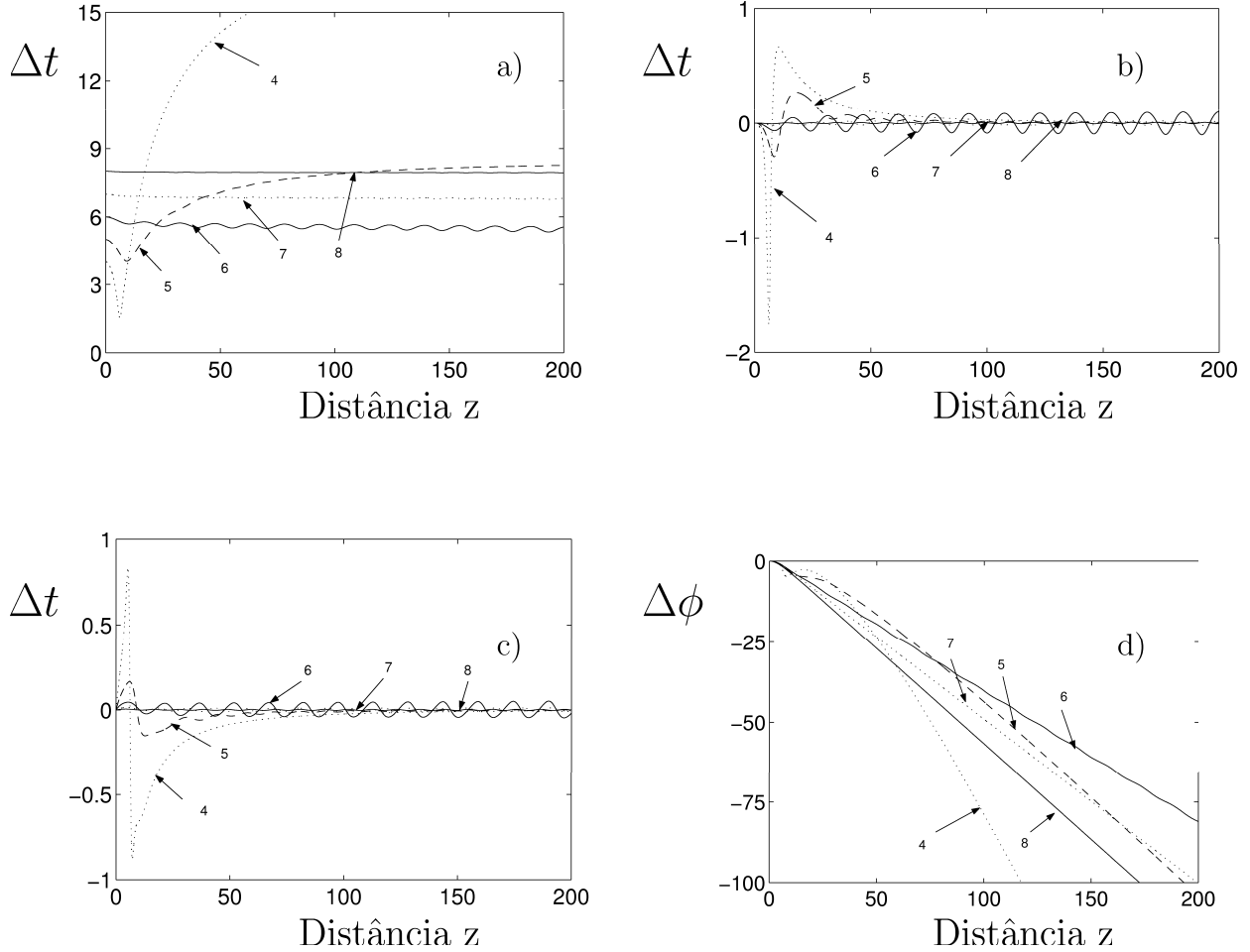


Figura 5.10: Separação entre impulsos, Δt , em função da distância z , para $\alpha_o = -0.075$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.071$. Os valores de Δt_o considerados, encontram-se indicados nas figuras.

da quasi-linear da diferença de fase é responsável por um deslocamento médio nulo do solitão em relação à sua posição inicial, (Kodama e Wabnitz, 1994). De notar que a menor taxa de variação da diferença de fase com a distância, em módulo, observa-se precisamente para $t_o = 6$, daí as oscilações de maior amplitude, de $\Delta\mathcal{A}$ e $\Delta\mathcal{B}$.

Nas figuras 5.11 a), b) mostra-se a evolução do espaçamento e da diferença de fase para um conjunto distinto de valores: $\alpha_o = -0.05$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.059$, respectivamente. Tal como se verificou para o caso $\alpha_o = -0.075$ da taxa de deslizamento, pode verificar-se que, para $t_o \geq 6$, a separação permanece quase constante. Para os valores inferiores do espaçamento inicial, tem-se uma maior atracção inicial, seguida de repulsão, verificando-se a estabilização do espaçamento em valores tanto maiores

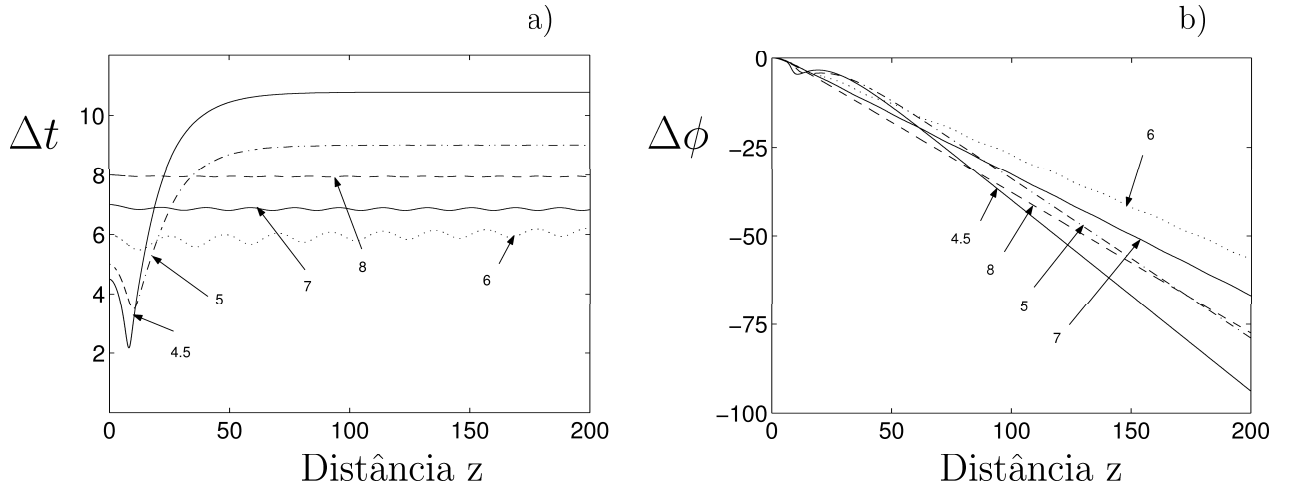


Figura 5.11: a) Separação entre impulsos, Δt , e b) diferença de fase, $\Delta\phi$ em função da distância z , para $\alpha_o = -0.05$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.059$. Os valores de Δt_o considerados, encontram-se indicados nas figuras.

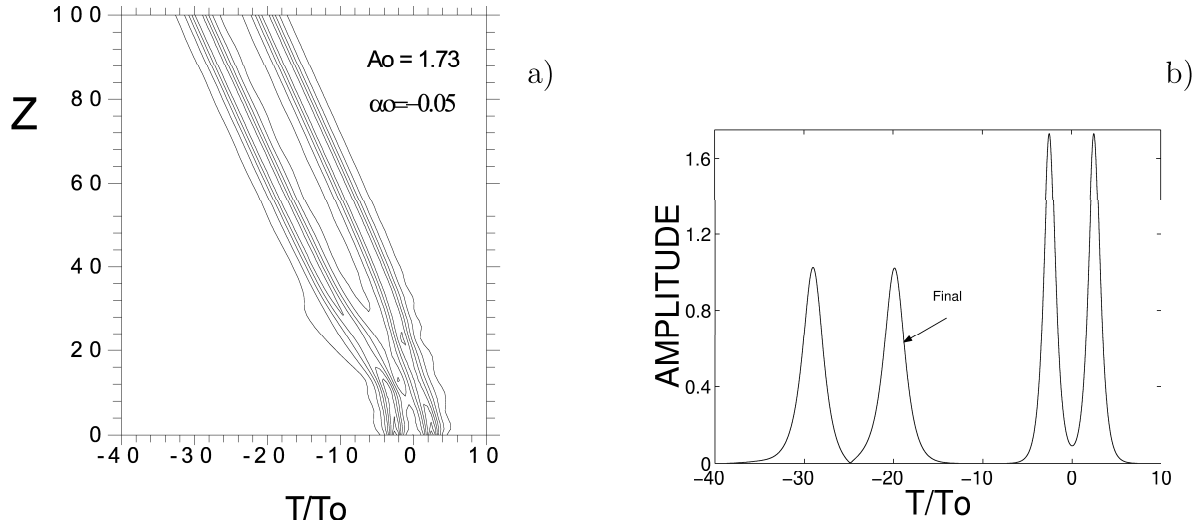


Figura 5.12: Simulações obtidas para os valores indicados nas figuras. O espaçamento inicial foi de $t_o = 5$.

quanto menor for o espaçamento inicial.

Das figuras 5.11 a) e 5.12 a), pode verificar-se que, na presença de deslizamento, o espaçamento entre os impulsos tende a estabilizar num valor $\Delta t \simeq t_o$, se $t_o \geq 6$. Em contraste com a filtragem fixa, em que o efeito dos filtros apenas permite moderar a taxa de variação do espaçamento, esta técnica permite a estabilização da separação entre os impulsos. Para os valores considerados foram obtidos melhores resultados para

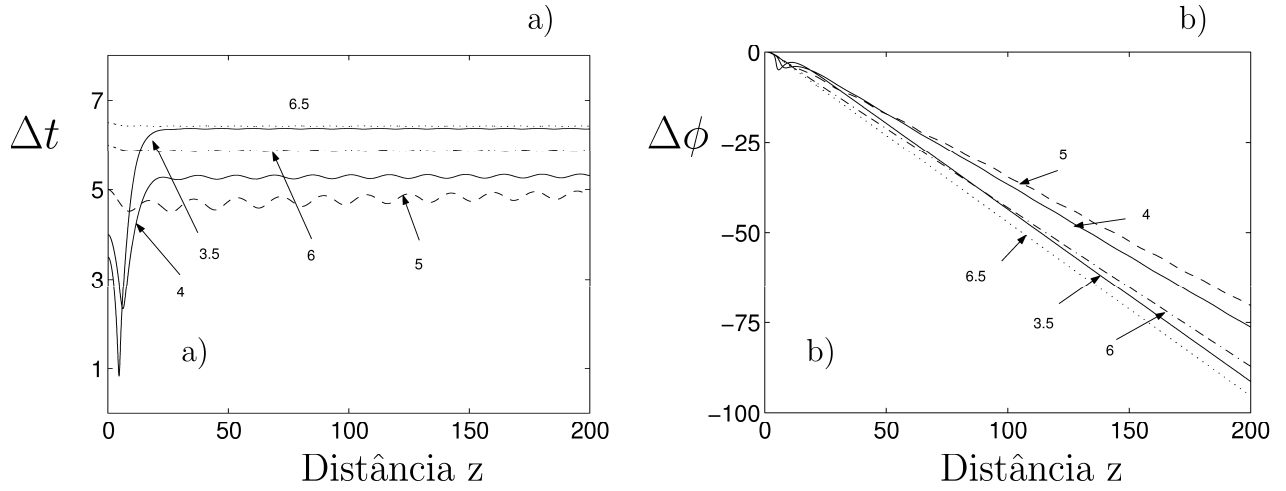


Figura 5.13: a) Separação entre impulsos, Δt e b) fase relativa, $\Delta\phi$ em função da distância z . Considerou-se $\alpha_o = -0.075$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.111$. Os valores de Δt_o considerados, encontram-se indicados nas figuras.

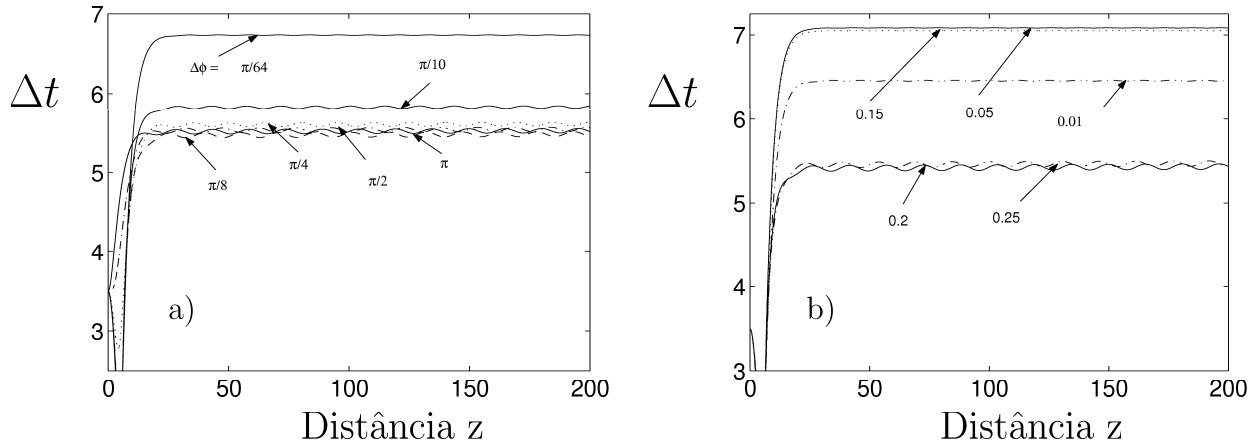


Figura 5.14: Separação entre impulsos, Δt em função da distância z , para impulsos, em a) inicialmente desfasados e em b) com amplitudes iniciais distintas. Os parâmetros considerados foram $\alpha_o = -0.075$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.111$. Nas figuras estão indicados os valores considerados inicialmente, em a) para $\Delta\phi_o$, e em b) para $\Delta\mathcal{A}_o$.

o primeiro destes valores, em virtude da estabilização do espaçamento, ocorrer para valores inferiores, como se pode observar por comparação das figuras 5.10 a) e 5.11 a).

A figura 5.12 ilustra a propagação estável de dois impulsos, inicialmente espaçados de $t_o = 5$, para $\alpha_o = -0.05$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.059$. Os resultados foram obtidos por

resolução numérica da equação (3.55), para uma condição inicial com dois impulsos $1.73 \operatorname{sech}(1.73t)$, espaçados de $t_o = 5$. De facto, verifica-se que para uma amplitude unitária ocorre decaimento. Pela figura 5.12 a) pode observar-se uma atracção inicial, seguida de repulsão estabilizando o espaçamento $\Delta t \simeq 9$, valor concordante com o obtido pela teoria das perturbações. Pela figura 5.12 b) pode verificar-se que a amplitude final dos impulsos é aproximadamente unitária. Tal como se encontrou no capítulo 3, no caso dos filtros de frequência deslizante, a solução estacionária apresenta-se assimétrica. Como consequência, para um impulso inicial com a forma da secante hiperbólica, observa-se um ajuste de perfil acompanhado da emissão de radiação. Pode suceder que a energia inicial dos impulsos não seja suficientemente elevada para permitir este ajuste, pelo que se torna necessário aumentar a sua amplitude, de modo a poder observar-se uma propagação estável. O valor 1.73 foi encontrado numericamente de modo a permitir a propagação estável dos solitões.

Em virtude do que se observou anteriormente, i.e., a propagação estável do par de solitões só se observa para um valor da amplitude superior a 1, achou-se conveniente considerar-se valores distintos do excesso de ganho linear.

Assim, para uma dada taxa de deslizamento, e se tomar um valor de δ superior ao obtido pela teoria das perturbações para uma amplitude unitária, pode observar-se uma diferença significativa na propagação do par de impulsos.

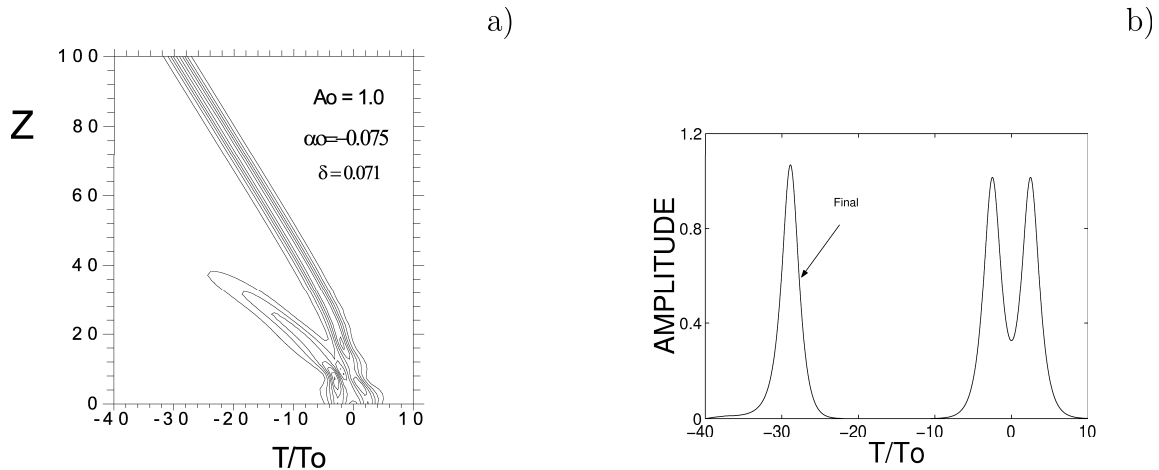


Figura 5.15: Simulações obtidas para os valores indicados nas figuras. O espaçamento inicial foi de $t_o = 5$.

Na figura 5.13 está representada a evolução do espaçamento Δt e da fase relativa, $\Delta\phi$, em função da distância, para impulsos com a mesma amplitude e em fase, para

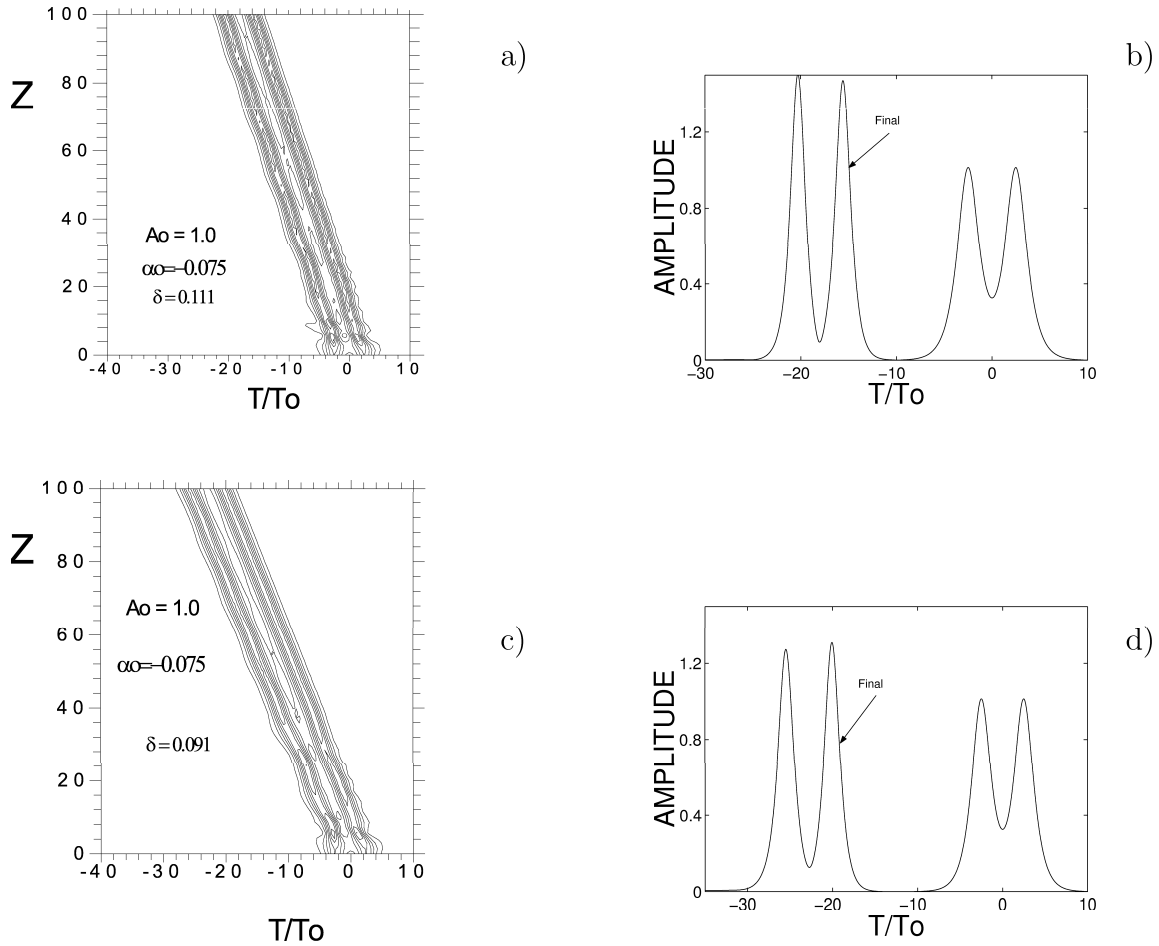


Figura 5.16: Simulações obtidas para os valores indicados nas figuras. O espaçamento inicial foi de $t_o = 5$.

os parâmetros $\alpha_o = -0.075$, $\beta = 0.15$ e $\delta = 0.111$. Da figura 5.13 a) pode verificar-se que a estabilização da separação ocorre para valores inferiores da separação inicial t_o , comparativamente ao observado na figura 5.10 a). Pela figura 5.13 b) pode verificar-se que embora a diferença de fase aumente, em módulo, quase linearmente com a distância, a dependência com o espaçamento inicial não é linear.

Na figura 5.14 está representada a evolução do espaçamento com a distância, para a) impulsos desfasados inicialmente e b) impulsos com amplitudes iniciais distintas, para o mesmo conjunto de valores dos parâmetros considerados na figura 5.14, para um espaçamento inicial de $t_o = 3.5$. Pode verificar-se que, para uma dada gama de valores da diferença de fase, o espaçamento ainda tende a ser menor que nos casos anteriores, por exemplo para uma diferença de fase inicial $\Delta\phi$, na gama $\pi/8 - \pi$, o

espaçamento tende a estabilizar em ≈ 5.5 . O mesmo se pode verificar para um dado valor da diferença de amplitudes, por exemplo, para $\Delta\mathcal{A} \geq 0.2$ tem-se um espaçamento final, $\Delta t \approx 5.5$, inferior ao observado para o mesmo espaçamento inicial, para impulsos inicialmente em fase e com a mesma amplitude, $\Delta t \approx 6.5$.

Para se verificar os resultados obtidos pela teoria das perturbações, resolveu-se numericamente a equação (3.55).

Na figura 5.15 a) e b) estão representados os resultados obtidos para os seguintes valores dos parâmetros $\alpha_o = -0.075$, $\beta = 0.15$, $\delta = 0.071$ e uma amplitude inicial $A_o = 1.0$. Pode verificar-se que, em virtude da forma e energia iniciais dos impulsos não coincidir com a da solução estacionária, tal como se observou no capítulo 3, a emissão de radiação e a restante energia não é suficiente para manter o par de solitões.

Na figura 5.16 estão representados os resultados das simulações para dois valores do excesso de ganho, $\delta = 0.111$ e $\delta = 0.091$. Pode verificar-se que, em ambos os casos, se tem uma propagação estável, com um espaçamento final $t \simeq 5.5$, valor próximo do previsto pela teoria das perturbações $\Delta t \simeq 5$. No entanto, os impulsos apresentam uma amplitude final ligeiramente distinta, resultante da interacção entre si. Por outro lado o valor de pico da amplitude é também distinto do valor unitário, em consequência do excesso de ganho linear tomar um valor superior ao previsto para uma amplitude unitária. De referir que os valores encontrados para o espaçamento final entre o par de solitões, se apresenta inferior ao valor apresentado para estados ligados na presença de filtragem por filtros de frequência deslizante, em Panoiu *et al* (2004).

5.3.3 Interacção na presença de filtros fixos e amplificação linear e não-linear

Uma outra técnica, utilizada no controlo da instabilidade de fundo e na estabilização do sinal, consiste na amplificação não-linear, tal como foi discutido no capítulo 4. Nesta secção estudar-se-á a sua utilização como técnica de supressão da interacção entre solitões.

Na presença de ganho não-linear, o sistema de equações (5.38 - 5.43) toma a seguinte forma, (Okamawari *et al*, 1995),

$$\frac{d\mathcal{A}}{dz} = 2\delta\mathcal{A} - 2\beta\mathcal{A}\left(\frac{1}{3}\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2\right) + \frac{4}{3}\varepsilon\mathcal{A}^3 \quad (5.47)$$

$$\frac{d\mathcal{B}}{dz} = -\frac{4}{3}\beta\mathcal{A}^2\mathcal{B} \quad (5.48)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathcal{A}}{dz} = & 8\mathcal{A}^3 e^{-\mathcal{A}\Delta t} \sin(\Delta\phi) + [2\delta - 2\beta(\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2) + 4\varepsilon\mathcal{A}^2 \\ & - 4\beta\mathcal{A}\mathcal{B}\Delta\mathcal{B} \end{aligned} \quad (5.49)$$

$$\frac{d\Delta\mathcal{B}}{dz} = 8\mathcal{A}^3 e^{-\mathcal{A}\Delta t} \cos(\Delta\phi) - \frac{8}{3}\beta\mathcal{A}\mathcal{B}\Delta\mathcal{A} - \frac{4}{3}\beta\mathcal{A}^2\Delta\mathcal{B} \quad (5.50)$$

$$\frac{d\Delta t}{dz} = -\Delta\mathcal{B} \quad (5.51)$$

$$\frac{d\Delta\phi}{dz} = \mathcal{A}\Delta\mathcal{A} - \frac{4}{3}\beta\mathcal{A}^2\mathcal{B}\Delta t \quad (5.52)$$

sendo ε o parâmetro do ganho não-linear, já definido no capítulo 4.

No capítulo 4 verificou-se a existência de um ponto de equilíbrio estável, ($\mathcal{A} = 1$, $\mathcal{B} = 0$), quando se verifica a seguinte relação entre os parâmetros:

$$\delta + \frac{1}{3}(2\varepsilon - \beta) = 0 \quad (5.53)$$

Pela teoria das perturbações, o ganho não-linear não previne a interacção, obtendo-se os mesmos resultados que se obtiveram para filtragem fixa, quando $\Delta\phi = 0$ e $\Delta\mathcal{A} = 0$. De facto, o efeito do ganho não-linear é a supressão das ondas de pequena amplitude, resultando daí uma menor sobreposição dos impulsos e uma interacção mais fraca.

Na figura 5.17 estão representados os resultados, por resolução numérica do sistema (5.47-5.52), para dois impulsos com um espaçamento inicial $t_o = 7$, $\beta = 0.15$, $\varepsilon = 0.07$ e $\delta = 0.00173$, valores para os quais se observou uma propagação estável dos impulsos isolados, no capítulo 4.

Pela figura 5.17 a) pode observar-se que, à medida que a separação inicial dos impulsos aumenta, aumenta também a distância para a qual ocorre a primeira colisão.

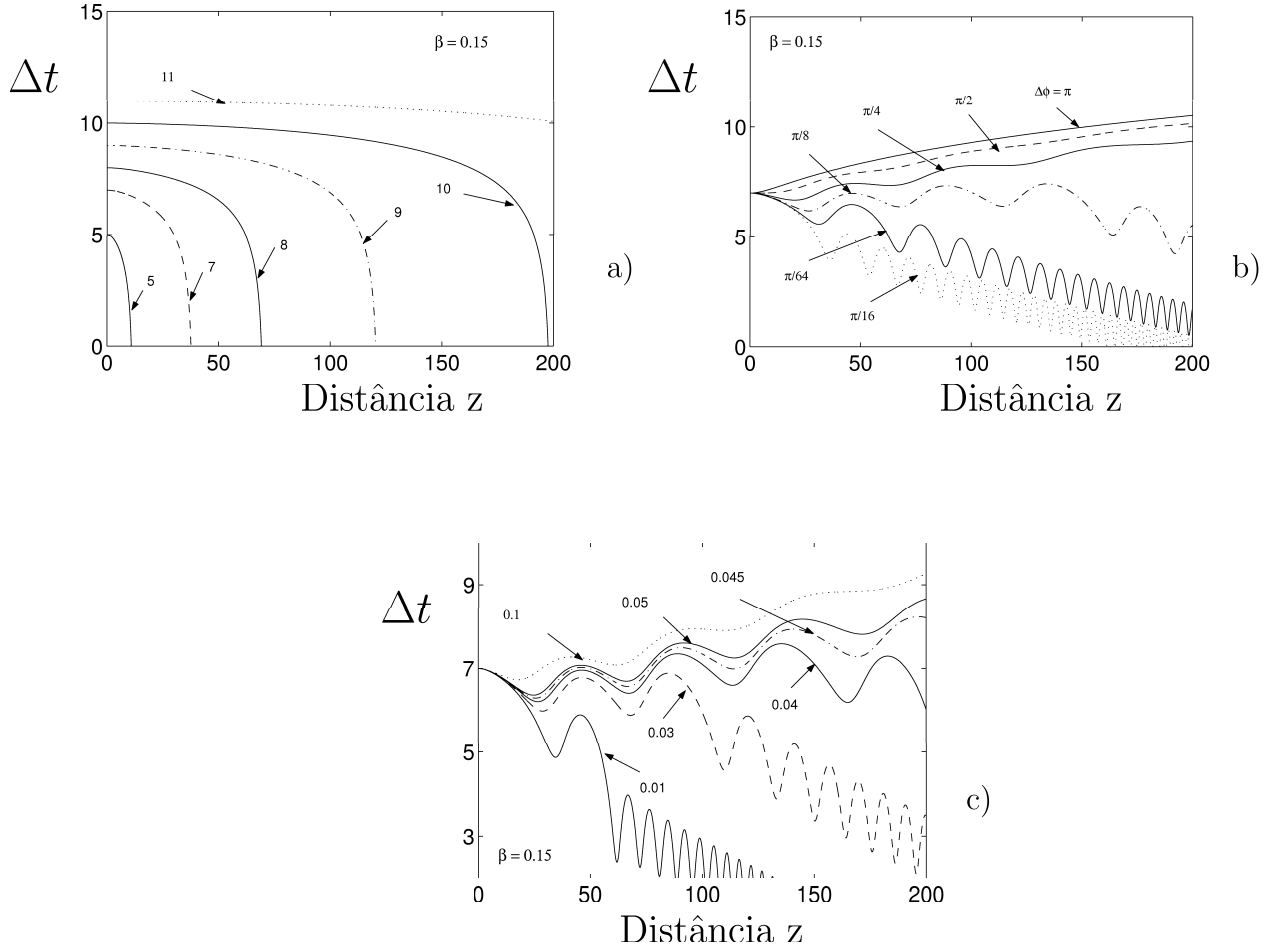


Figura 5.17: Evolução de Δt em função da distância z , para impulsos a) com iguais amplitudes e em fase, b) com iguais amplitudes iniciais e desfazados, e em c) com amplitudes iniciais distintas e em fase. Os valores dos parâmetros são $\beta = 0.15$, $\varepsilon = 0.07$ e $\delta = 0.00173$, respectivamente. Nas figuras estão indicados os valores considerados inicialmente, em a) para Δt , em b) para $\Delta\phi_o$, e em c) para $\Delta\mathcal{A}_o$.

Pela figura 5.17 b) pode observar-se a influência da fase inicial relativa. Assim, para diferenças de fase $\Delta\phi < \pi/4$, pode verificar-se que as mesmas são suficientes para retardarem a 1ª colisão, sobre quase 200 distâncias normalizadas; para $\Delta\phi \geq \pi/4$ observa-se repulsão. Este comportamento contrasta com o observado para a filtragem, quer por filtros fixos quer por filtros de frequência deslizante. Com relação à filtragem por filtros fixos a diferença mais significativa, (ver figura 5.6 b)), é a de que uma escolha apropriada da diferença de fase pode permitir um espaçamento quase constante. De facto, a filtragem por filtros fixos apenas introduz um amortecimento no aumento da

separação entre os impulsos. Comparativamente aos filtros de frequência deslizante, (ver figura 5.14 a)), esta técnica não se afigura vantajosa, em virtude dos filtros de frequência deslizante, permitirem um espaçamento praticamente constante.

Pela figura 5.17 c) pode também verificar-se os efeitos de uma amplitude inicial distinta na supressão da interacção entre impulsos iniciais. Se a diferença entre amplitudes for pouco significativa, $\Delta\mathcal{A} < 0.04$, apenas se observa um retardamento da colisão. No entanto, se a mesma for significativa, $\Delta\mathcal{A} \geq 0.04$, poderá eventualmente, estabelecer-se um regime periódico, entre atracção e repulsão, evitando-se deste modo a colisão. Comparativamente à filtragem simples, estes resultados revelam-se vantajosos, em virtude de poderem encontrar valores, quer da diferença de fase quer da amplitude diferencial, para os quais há uma variação periódica da interacção (atracção-repulsão).

Na figura 5.18 podem observar-se os resultados obtidos por resolução numérica da equação (4.1), para uma condição inicial constituída por dois impulsos do tipo $sech(t)$, espaçados de $t_o = 7$, considerando os mesmos valores dos parâmetros $\beta = 0.15$, $\varepsilon = 0.07$ e $\delta = 0.00173$.

Pela figura 5.18 a) pode verificar-se que, para impulsos inicialmente em fase e com a mesma amplitude, os impulsos colidem e fundem, originando-se apenas um impulso. A distância para a qual ocorre a colisão está em concordância com os valores previstos pela teoria das perturbações, tal como se pode verificar pela figura 5.17 a). Pela figura 5.18 b), pode observar-se que uma diferença de amplitudes pode evitar a colisão. Nas figuras 5.18 c) e d) está representada a propagação de dois impulsos para fases iniciais distintas. Destas figuras pode concluir-se que, se para o valor $\phi = \pi/64$ a colisão é retardada, para uma diferença de fase $\phi = \pi/8$ ela não chega a ocorrer.

Estudou-se também a propagação de impulsos de amplitude arbitrária, o único tipo de solução estável. Os resultados estão representados na figura 5.19 e também na referência Ferreira e Latas (2001 b).

Pela 5.19 a) pode verificar-se, o facto de se terem impulsos de amplitude arbitrária, não altera significativamente a distância para a qual ocorre colisão, comparativamente a impulsos de amplitude fixa, para valores dos parâmetros próximos, como se pode ver pela figura 5.18 a).

Pela figura 5.19 b) pode verificar-se, que uma diferença de amplitudes entre os dois impulsos reduz de modo bastante eficaz a interacção entre os impulsos. De facto, para um dado conjunto de parâmetros, estes impulsos podem propagar-se com uma amplitude arbitrária.

E finalmente, pela figura 5.19 c) pode verificar-se que, quando os impulsos se en-

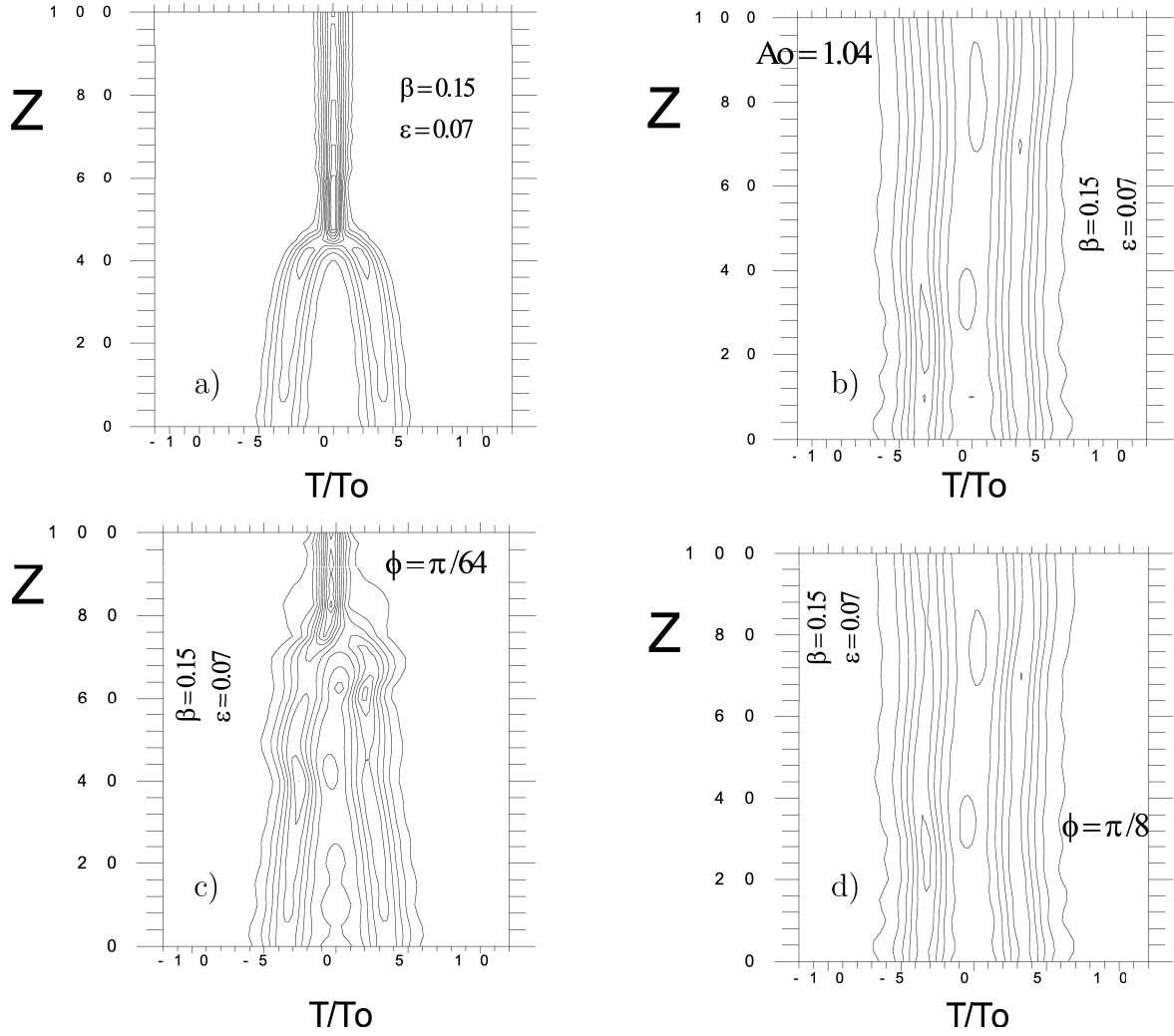


Figura 5.18: Simulações obtidas para dois impulsos, do tipo $\text{sech}(t)$, espaçados inicialmente de $t_o = 7$, a) com iguais amplitudes e em fase, b) com amplitudes iniciais distintas e em fase, e c) e d) com iguais amplitudes iniciais e desfazados. Os valores dos parâmetros são, $\beta = 0.15$, $\varepsilon = 0.07$ e $\delta = 0.00173$.

contrarem desfazados de $\pi/2$, para a distância considerada, a interacção é inicialmente atractiva e depois revela-se repulsiva, embora não se faça sentir de modo muito significativo.

De modo geral, uma diferença de fase entre dois impulsos apresenta-se mais eficaz na prevenção da interacção comparativamente à uma amplitude diferencial. No entanto, para impulsos de amplitude arbitrária, e dadas as características deste tipo de solução, uma amplitude diferencial previne melhor a interacção.

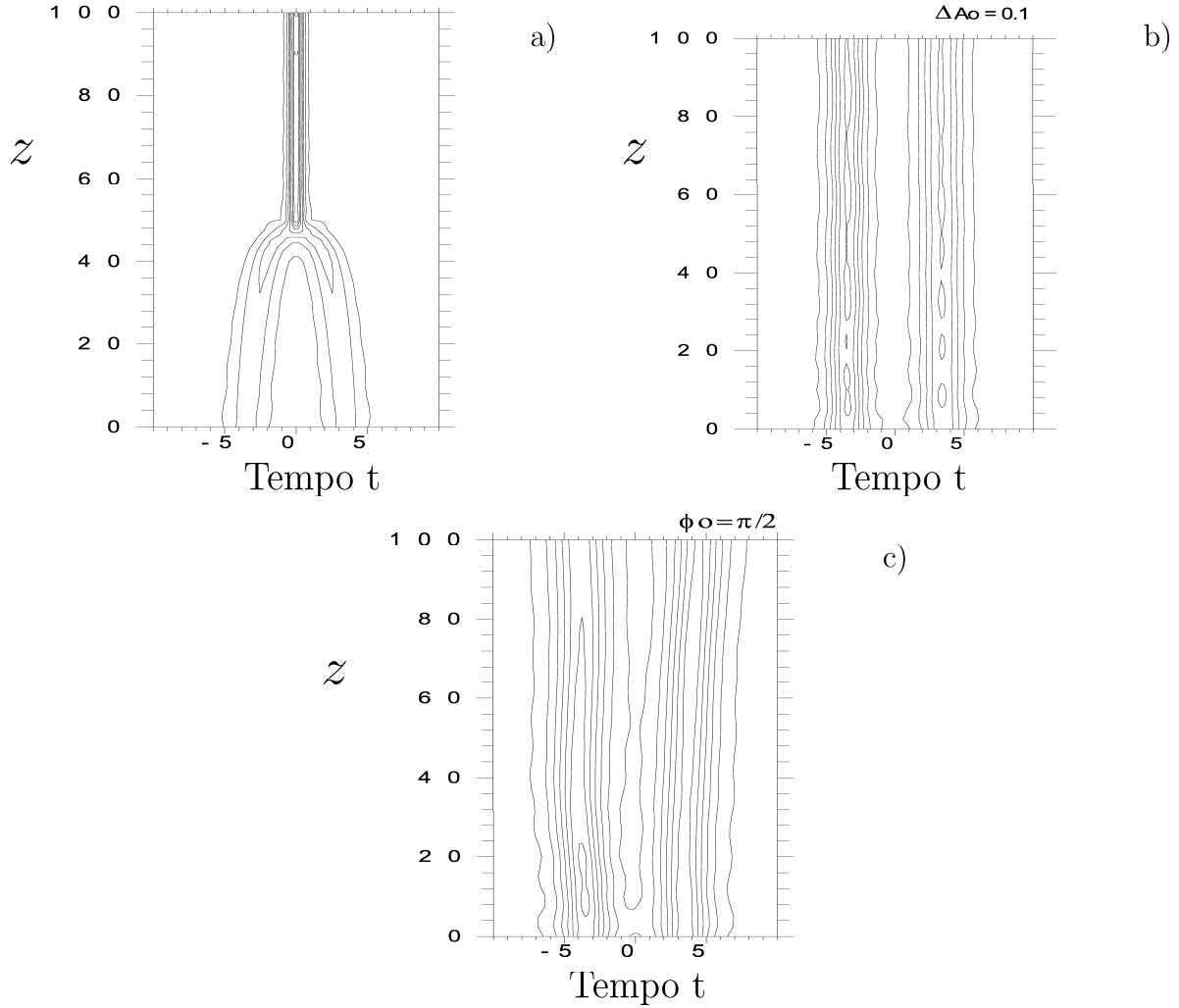


Figura 5.19: Isolinhas correspondentes à propagação de dois solitões de amplitude arbitrária. Estando representadas em a) impulsos em fase e de iguais amplitudes, em b) impulsos com amplitudes distintas e em fase e em c) impulsos com iguais amplitudes e desfasados de $\pi/2$, respectivamente. Considerou-se um espaçamento inicial $t_o = 7$. Os valores dos parâmetros foram os seguintes: $\beta = 0.15$, $\delta = 0$, e $\varepsilon = 0.0720245$.

5.4 As soluções multi-solitão: estados ligados

As soluções multi-solitão, ou estados ligados, apresentam-se de especial interesse para os sistemas de comunicações ópticas, nomeadamente linhas de transmissão e lasers, principalmente as que são constituídas por trens de solitões equiespaçados. Nesta secção estudar-se-ão algumas propriedades de dois tipos distintos de estados ligados, estando os solitões consecutivos, num dos casos em oposição de fase e no outro em quadratura. O primeiro observou-se para impulsos simples e foi descoberto por Malomed (1991).

O segundo foi descoberto por Akhmediev *et al* (1997) e foi observado para impulsos simples e compostos (Akhmediev *et al*, 2001), respectivamente.

5.4.1 Solitões em fase e em oposição de fase

Este estudo tem por base a resolução numérica da equação de Ginzburg-Landau, modelo quártico (4.34). Dos diversos estudos realizados, sabe-se que a dinâmica da interação entre solitões é determinada principalmente pelo valor do parâmetro de filtragem, β . Por esta razão, é conveniente exprimir os restantes parâmetros em função deste. Pelo que, e a partir das equações (4.34) e (4.49) para uma amplitude unitária, pode obter-se (Afanasjev e Akhmediev, 1995 c, 1996 b):

$$\begin{aligned}\delta &= -K_2\beta/3 \\ \varepsilon &= \beta(1/2 + K_2) \\ \mu &= -(5/8)K_2\beta\end{aligned}\tag{5.54}$$

Pode verificar-se que estas relações entre os parâmetros ainda satisfazem a equação (4.49), para uma amplitude unitária, sendo K_2 o parâmetro que determina a separação do ponto singular $(0, \beta, \beta/2, 0)$ no espaço dos parâmetros $(\delta, \beta, \varepsilon, \mu)$. Inicialmente tomou-se $K_2 = 0.5$, de modo a garantir o afastamento do ponto singular.

Considerou-se uma condição inicial do tipo,

$$u_o(t) = \mathcal{G}(t - t_o/2) + e^{i\phi_o}\mathcal{G}(t + t_o/2)\tag{5.55}$$

sendo \mathcal{G} a solução numérica da equação de Ginzburg-Landau, obtida previamente para o conjunto de parâmetros considerado em cada caso específico, t_o o espaçamento inicial entre os impulsos, e ϕ_o a fase relativa inicial.

Tal como se observou anteriormente, para valores do parâmetro de filtragem não muito elevados, para os quais a teoria das perturbações é aplicável, ocorre atracção entre os solitões até à sua colisão. No que se segue tomou-se um valor do parâmetro de filtragem elevado, $\beta = 1$.

Na figura 5.20 indicam-se os resultados das simulações para impulsos, em a) inicialmente em fase e em b) desfasados de π , para os parâmetros $\beta = 1.0$, $K_2 = 0.5$, $\delta = -0.166(6)$, $\varepsilon = 1$ e $\mu = -0.3125$.

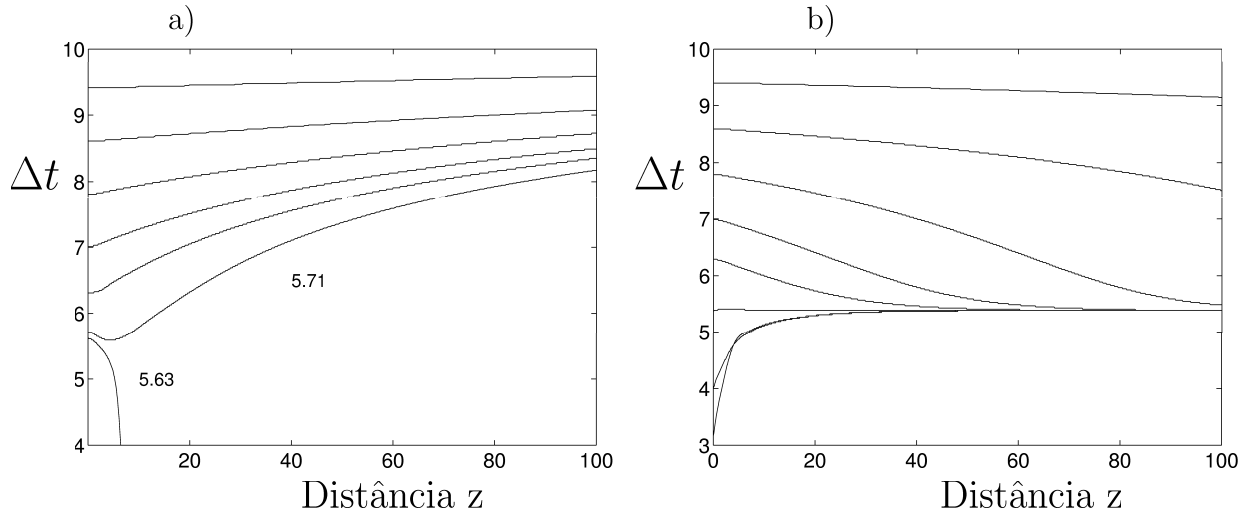


Figura 5.20: Separação entre dois impulsos, Δt , em função da distância percorrida, para impulsos inicialmente em fase a) e oposição de fase b), respectivamente. Considerou-se $\beta = 1.0$, $K = 0.5$, $\delta = -0.166(6)$, $\varepsilon = 1$ e $\mu = -0.3125$.

Pela figura 5.20 a) pode verificar-se que para um espaçamento $\Delta t_1 \simeq 5.7$, a interacção muda de atracção para repulsão. Assim, para $t_o < \Delta t_1$ os impulsos atraem-se, observando-se a fusão do par; para $t_o > \Delta t_1$ observa-se repulsão, observando-se o afastamento mútuo dos impulsos até que a interacção seja desprezável.

Pode verificar-se a partir das figuras, que, para $\Delta t \sim 10$, a interacção entre os impulsos não se faz praticamente sentir, à semelhança do que foi encontrado por Uzunov *et al* (1995).

A figura 5.20 b), mostra que, para impulsos desfasados inicialmente de π , a interacção é do tipo atractivo até $\Delta t \simeq 10$, observando-se a formação de um estado ligado¹ com um espaçamento, $\Delta t = \Delta t_{BS} \simeq 5.4$, em concordância com o resultado obtido em Afanasjev e Akhmediev (1996 b). Da mesma figura, é evidente a migração dos solitões para este estado, i.e., ou se afastam ou se atraem mutuamente, consoante a separação inicial é inferior ou superior a Δt_{BS} , respectivamente.

Na figura 5.21 estão representados os resultados das simulações para dois valores distintos de K_2 , respectivamente $K_2 = 0.4$ e $K_2 = 0.3$, mantendo-se $\beta = 1$. Deste modo, pretende-se caracterizar, qualitativamente, a interacção e a formação dos estados ligados à medida que a proximidade ao ponto singular aumenta.

¹Nesta secção a designação *estado ligado*, é considerada apenas em sentido estrito. Assim, referindo-se apenas aos estados ligados cujo espaçamento se mantém constante, com uma diferença de fase de π .

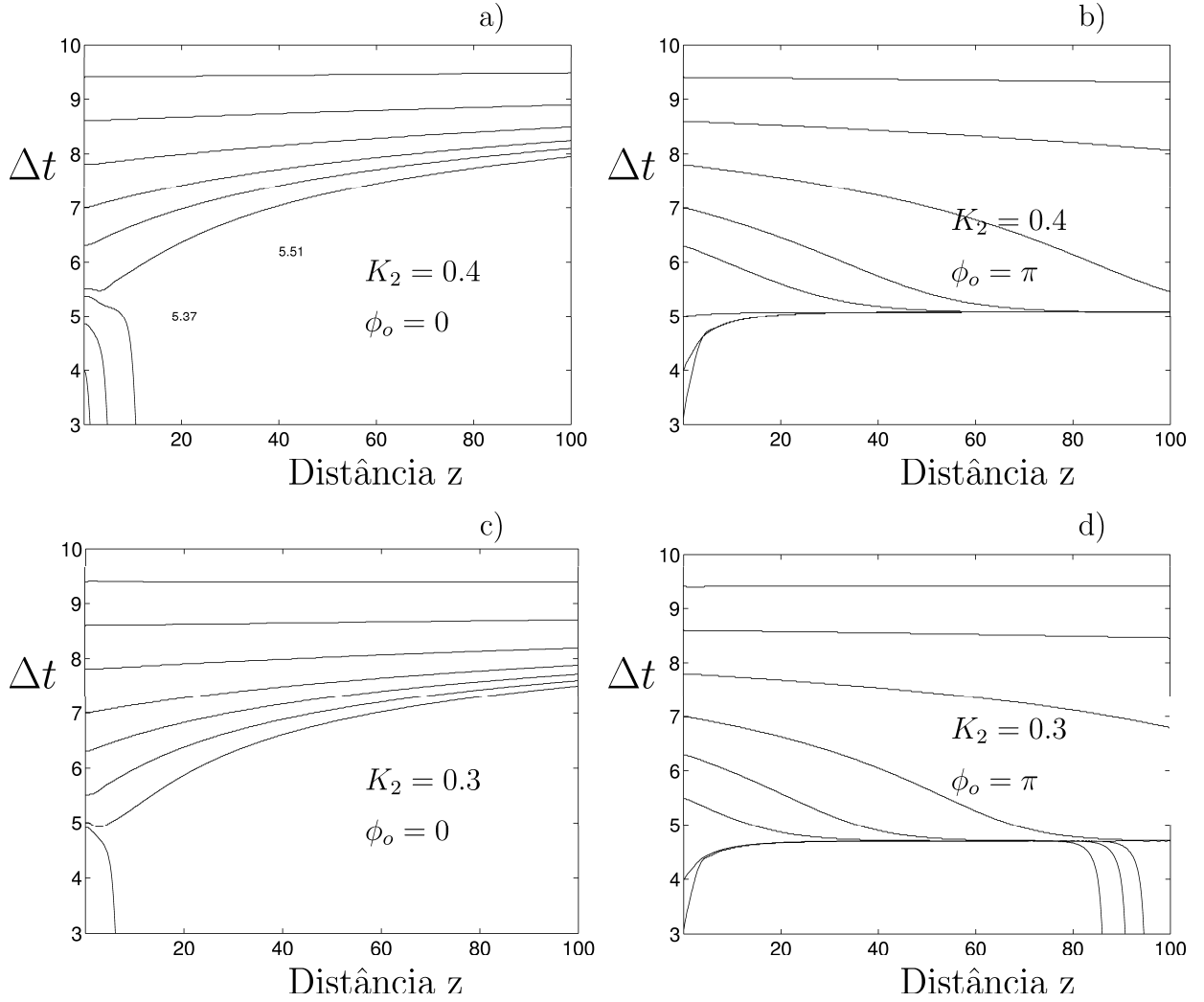


Figura 5.21: Separação entre dois impulsos, Δt , em função da distância percorrida, para impulsos inicialmente em fase em a) e c), e inicialmente em oposição de fase em b) e d), para $K_2 = 0.4$ e para $K_2 = 0.3$, respectivamente. Considerou-se $\beta = 1.0$. Os restantes parâmetros foram obtidos pela relação (5.54).

Pelas figuras 5.21 a) e c) pode verificar-se que, para impulsos inicialmente em fase, existe um espaçamento crítico, Δt_1 , para o qual a natureza da interacção muda de atractiva para repulsiva, sendo $\Delta t_1 \simeq 5.5$ para $K_2 = 0.4$ e $\Delta t_1 \simeq 5$ para $K_2 = 0.3$, respectivamente. Pode verificar-se que, à medida que K_2 diminui, ou de modo equivalente, à medida que a proximidade do ponto singular diminui, o valor de Δt_1 também diminui.

Para impulsos com um desfasamento inicial de π , pelas figuras 5.21 b) e d), tem-se formação de estados ligados, observando-se uma diminuição do espaçamento para o qual este se forma, sendo $\Delta t_{BS} \simeq 5.1$ para $K_2 = 0.4$ e $\Delta t_{BS} \simeq 4.7$ para $K_2 = 0.3$,

respectivamente. Em d) são visíveis alguns problemas de origem numérica, verificando-se que para um espaçamento inicial mais próximo de $\Delta t_{BS} \sim 4.7$, ocorre fusão.

Dos resultados anteriores, verifica-se que a proximidade ao ponto singular resulta na formação de estados ligados com um menor espaçamento entre impulsos.

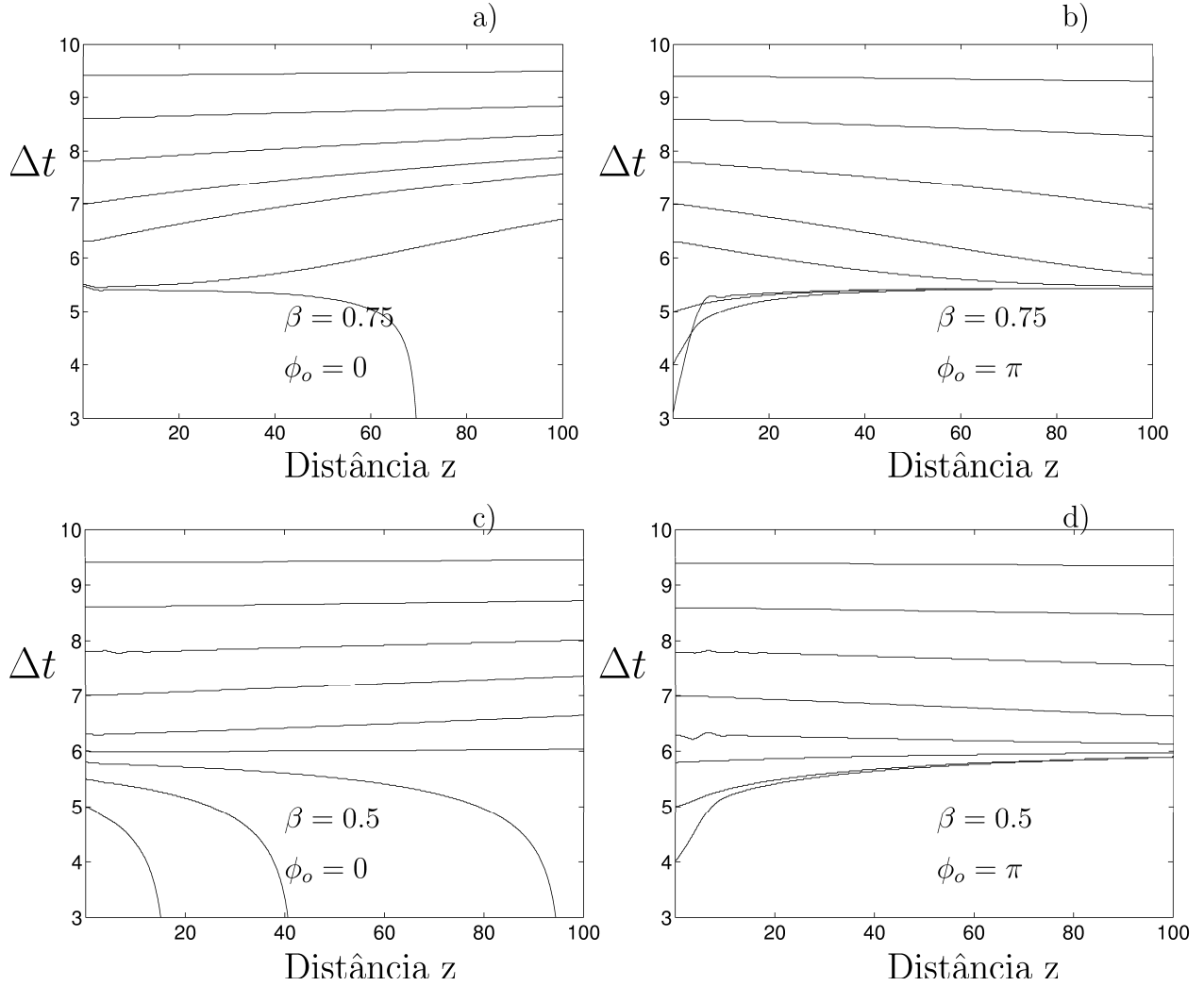


Figura 5.22: Separação entre dois impulsos, Δt , em função da distância percorrida, para $K = 0.5$, a) inicialmente em fase e b) com um desfasamento inicial de π , para $\beta = 0.75$, $\delta = -0.125$, $\varepsilon = 0.75$ e $\mu = 0.234375$ e, c) inicialmente em fase e d) com um desfasamento inicial de π , para $\beta = 0.5$, $\delta = -0.0833(3)$, $\varepsilon = 0.5$ e $\mu = 0.15625$.

Na figura 5.22 estão representados os resultados das simulações para diferentes valores do parâmetro de filtragem, $\beta = 0.75$ e $\beta = 0.5$, respectivamente, para $K_2 = 0.5$.

Nas figuras a) e c) consideraram-se impulsos inicialmente em fase, e tal como se encontrou previamente, a natureza da interacção muda de atractiva para repulsiva

para um dado espaçamento inicial crítico, sendo $\Delta t_1 \simeq 5.5$ para $\beta = 0.75$ e $\Delta t_1 \simeq 6.0$ para $\beta = 0.5$, respectivamente. Destes resultados verifica-se que para o maior valor do parâmetro filtragem a mudança da natureza da interacção faz-se para um menor valor crítico do espaçamento. Contudo, pelos resultados representados em 5.20 a) não se pode concluir quanto à monotonicidade deste comportamento, em virtude do espaçamento crítico observado para $\beta = 1$ ser ≈ 5.65 .

Pelas figuras b) e d), para impulsos inicialmente em oposição de fase, observa-se a formação de estados ligados, sendo o valor do espaçamento $\Delta t_{BS} \simeq 5.5$ para $\beta = 0.75$ e $\Delta t_{BS} \simeq 6.0$ para $\beta = 0.5$, respectivamente. Neste caso verifica-se que, para o mesmo valor de K_2 , à medida que o parâmetro de filtragem aumenta, o espaçamento característico do estado ligado respectivo diminui. Neste caso observou-se monotonicidade nos resultados obtidos.

Pode então concluir-se que, para um dado valor da filtragem, à medida que o ganho não-linear aumenta, os estados ligados formam-se com um menor espaçamento para um valor superior do ganho-não linear e menor valor da saturação do ganho. Por outro lado, à medida que os valores do parâmetro de filtragem aumentam também se observa uma redução no espaçamento para o qual o estado ligado se forma.

5.4.2 Solitões com fase relativa arbitrária

Nos sistemas dissipativos cada impulso mantém o seu próprio balanço de energia, sendo este o resultado de um duplo balanço, entre não-linearidade e dispersão, e entre perdas e ganho, respectivamente. Cada um destes balanços origina por si só uma família distinta de soluções, mas imposto simultaneamente origina uma família de soluções, de amplitude e largura fixas (Akhmediev *et al.*, 1997, 1998).

Este balanço interno de energia fixa a amplitude do impulso. A não se verificar, poderá ser responsável por uma variação da fase relativa. Deste modo, reduz-se o número de graus de liberdade do sistema. Assim, durante a interacção, eventualmente, podem variar dois parâmetros, a sua separação, Δt , e a sua fase, $\Delta \phi$.

i) Soluções Impulsos Simples

A solução dois-solitões

Na figura 5.23 está representado o plano de interacção, que ilustra a formação dos estados ligados para impulsos simples. No estudo desenvolvido, para este tipo de impulsos, consideraram-se os seguintes valores dos parâmetros $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$,

$\varepsilon = 1.5$, $\mu = -0.03$. Nas simulações construiu-se uma condição inicial semelhante à considerada na secção anterior.

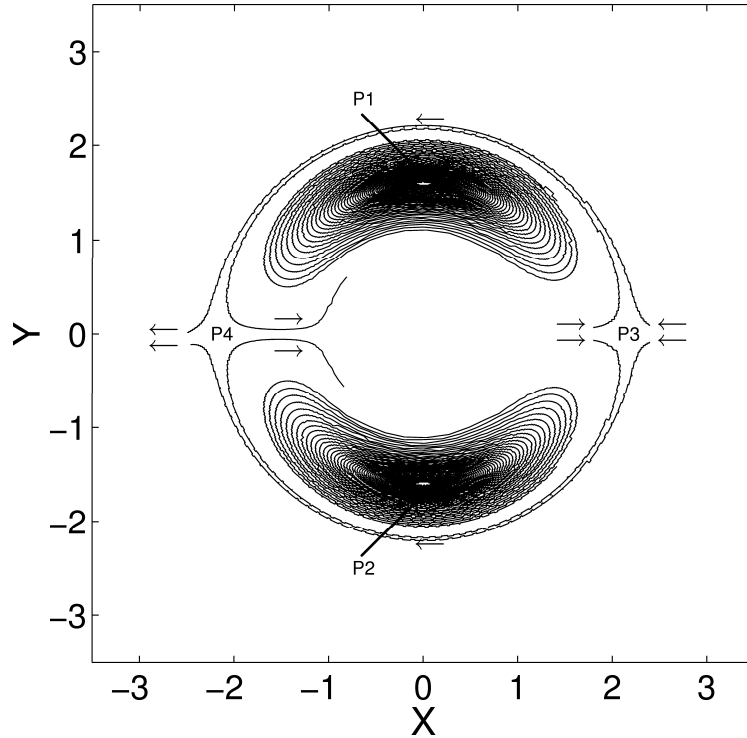


Figura 5.23: Plano de interacção em que $Y = \Delta t \sin \Delta \phi$ v.s. $X = \Delta t \cos \Delta \phi$. As trajectórias mostram a evolução de dois impulsos simples. P_1 , P_2 são estados ligados estáveis, com uma diferença de fase entre os dois solitões de $\pm \pi/2$. P_3 , P_4 , são pontos singulares, para os quais a diferença de fase relativa é de zero ou $\pm \pi$, respectivamente. Na região central a separação tende a decrescer e os impulsos acabam por fundir. Os parâmetros considerados nesta simulação foram, $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 1.5$, $\mu = -0.03$.

A propagação de dois impulsos, inicialmente espaçados de t_o e com uma diferença de fase ϕ_o , pode ser estudada a partir de uma dada trajectória no plano de interacção. Neste plano os estados ligados são pontos singulares. A estabilidade de um dado

estado ligado pode também ser feita a partir deste plano. Assim, esta depende do tipo de ponto singular associado ao estado ligado. Consideraram-se duas novas variáveis, X e Y , sendo $X = \Delta t \cos\phi$ e $Y = \Delta t \sin\phi$, respectivamente.

Na figura 5.23 são identificáveis quatro pontos singulares, P_1 , P_2 , P_3 e P_4 , respectivamente. P_3 e P_4 são pontos de sela. Nestes, a diferença de fase ou é zero ou $\pm\pi$. Assim, P_4 corresponde a um estado ligado instável, em concordância com o discutido em secções anteriores. A caracterização dos pontos singulares está incompleta em virtude de, na região central, ocorrer fusão. Sendo esta uma região de instabilidade, eventualmente será necessário utilizarem-se passos temporal e espacial menores do que os considerados. Podem observar-se dois pontos singulares estáveis, P_1 e P_2 , correspondentes a estados ligados de dois solitões em quadratura, sendo a respectiva diferença de fase igual a $\pm\pi/2$.

A bacia de atracção dos focos estáveis é relativamente extensa. Daqui resulta, para um dado par de solitões, cuja condição inicial, (separação e fase iniciais), se encontra contida no interior da bacia atracção, a evolução e a respectiva formação do estado ligado. Este forma-se com um espaçamento entre os dois impulsos, de $\Delta t_{BS} \simeq 1.62$, valor correspondente, aproximadamente, à largura de um único impulso.

De salientar que a consideração de parâmetros ligeiramente diferentes pode resultar, por exemplo, na não formação dos estados ligados, ou na evolução demasiado lenta para o estado estacionário. Em Ferreira *et al* (2002) pode encontrar-se um exemplo, da primeira situação mencionada, para os parâmetros $\delta = -0.01$, $\beta = 0.4$, $\varepsilon = 1.2$ e $\mu = -0.05$. Neste caso apenas se encontraram soluções periódicas. Das simulações efectuadas não se encontrou evidência da formação de estados ligados para pequenos valores dos parâmetros, nomeadamente dos parâmetros de filtragem e do ganho não-linear.

Na figura 5.24 está representada a propagação estável de um par de solitões, com uma fase relativa inicial, $\phi_o = -\pi/2$, e um espaçamento igual ao do estado ligado caracterizado na figura 5.23 .

Da mesma, pode verificar-se que o par se move a uma velocidade superior à de grupo, em virtude dos componentes se encontrarem em quadratura. Tal característica, pode tornar-se importante quando se considera apenas a propagação de um impulso isolado, tal como se apontará futuramente. A caracterização deste estado ligado far-se-á a partir da figura 5.25.

Pela figura 5.25 a) pode observar-se a não coincidência temporal dos perfis dos impulsos simples, após a propagação estável ao longo de 1000 distâncias normalizadas, em

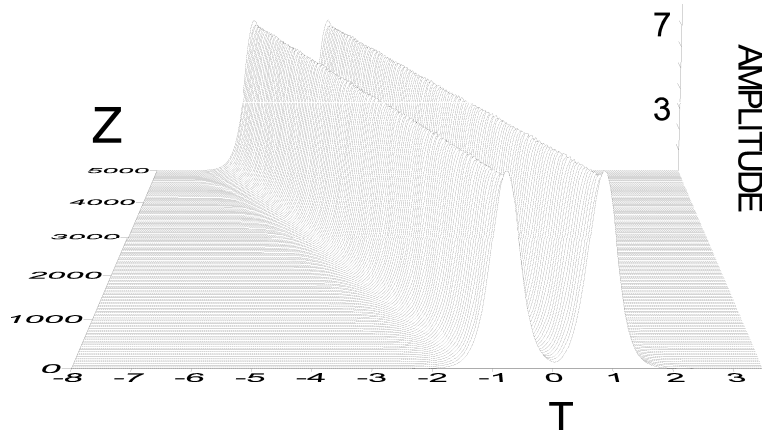


Figura 5.24: Propagação estável da solução dois solitões, para impulsos simples . Considerou-se $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 1.5$, $\mu = -0.03$ e $\nu = 0$.

virtude de não se moverem à velocidade de grupo. Na figura 5.25 b) está representado um perfil da fase final para o par, verificando-se a existência de uma diferença de fase final de $-\pi/2$ entre ambos os impulsos. Na figura 5.25 c) está representado o perfil espectral final, apresentando-se a envolvente do espectro assimétrica, com um único pico, o que justifica o facto da velocidade ser distinta da velocidade de grupo, devido à diferença de fase.

Esta solução dois-solitões pode servir de base para a construção de soluções N-soliton, (Akhmediev *et al*, 1997, 1998). Para uma discussão mais cabal torna-se necessário a introdução das equações de balanço.

As equações de balanço

A equação de Ginzburg-Landau complexa não possui quantidades que se conservam. Pode no entanto definir-se a taxa de variação da energia e do momento linear.

Assim, para $\nu = 0$, multiplicando-se a equação (4.34) por u^* e a sua complexa conjugada por u , e subtraindo-se ambas e integrando em t , obtém-se para a taxa de variação da energia a seguinte expressão,

$$\frac{d}{dz} \int_{-\infty}^{+\infty} |u|^2 dt = \mathcal{F}(u) \quad (5.56)$$

Sendo o funcional \mathcal{F} dado por,

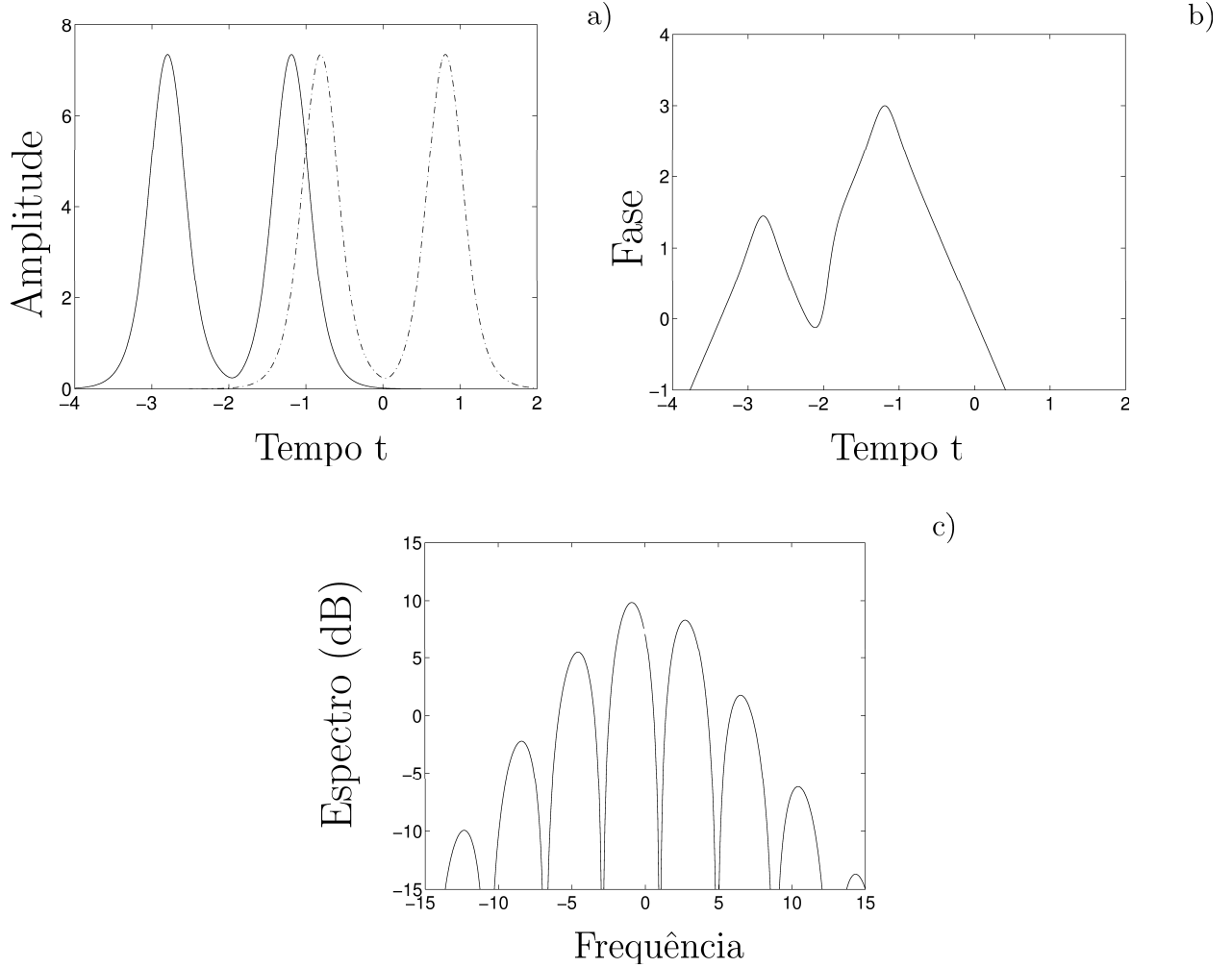


Figura 5.25: Propagação estável da solução dois solitões, correspondente a impulsos simples. a) Perfis inicial (a tracejado) e final (a cheio). b) Perfil da fase. c) Espectro. Os valores dos parâmetros são $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 1.5$, $\mu = -0.03$, respectivamente.

$$\mathcal{F}(u) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} [\delta |u|^2 + \varepsilon |u|^4 + \mu |u|^6 - \beta |u_t|^2] dt \quad (5.57)$$

De modo similar, multiplicando-se a equação (4.34) por u_t^* , e a sua complexa conjugada por u_t , representado u_t a derivada parcial de u em ordem a t , adicionando-se ambas obtem-se uma dada relação. Seguidamente, por derivação das equações (4.34) e da sua complexa conjugada relativamente a t , multiplicando-se a primeira por u^* e a segunda por u e adicionando-se ambas obtem-se uma segunda relação. Por subtração das equações assim obtidas, tem-se para a taxa de variação do momento linear,

$$\frac{i}{2} \frac{d}{dz} \int_{-\infty}^{+\infty} (u_t u^* - u_t^* u) dt = \mathcal{J}(u) \quad (5.58)$$

Sendo o funcional \mathcal{J} dado por,

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(u) = & i \int_{-\infty}^{+\infty} [(\delta + \varepsilon |u|^2 + \mu |u|^4)(u_t u^* - u_t^* u) \\ & + \beta (u_t u_{tt}^* - u_t^* u_{tt})] dt \end{aligned} \quad (5.59)$$

Este funcional é por definição a força que actua sobre o solitão ao longo do eixo dos tt .

No caso das soluções serem estacionárias, a energia e o momento não variam, pelo que:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(u) &= 0 \\ \mathcal{J}(u) &= 0 \end{aligned} \quad (5.60)$$

Deste modo, pela primeira equação, verifica-se que é necessário a existência de um balanço entre perdas e ganho para se ter uma solução estacionária. Pela segunda equação garante-se o balanço entre as forças transversais que actuam sobre o solitão. O funcional \mathcal{J} é nulo para qualquer solução estacionária, quer esta seja simétrica ou anti-simétrica, podendo estas, neste último caso, possuírem uma velocidade não nula e um momento não nulo.

As soluções multi-solitão

A solução estado ligado pode servir de base para a construção das soluções N-solitão, desde que o perfil de fase seja respeitado. Estas soluções apresentam características semelhantes à solução dois-solitões.

Na figura 5.26 apresentam-se os resultados da propagação estável das soluções quatro e cinco solitões, bem como os respectivos perfis de fase.

Na figura 5.26 a) e c) apresentam-se as isolinhas correspondentes a uma propagação estável das soluções quatro e cinco solitões, respectivamente. Pode verificar-se que ambas se movem a uma velocidade inferior à de grupo, com um valor simétrico do da

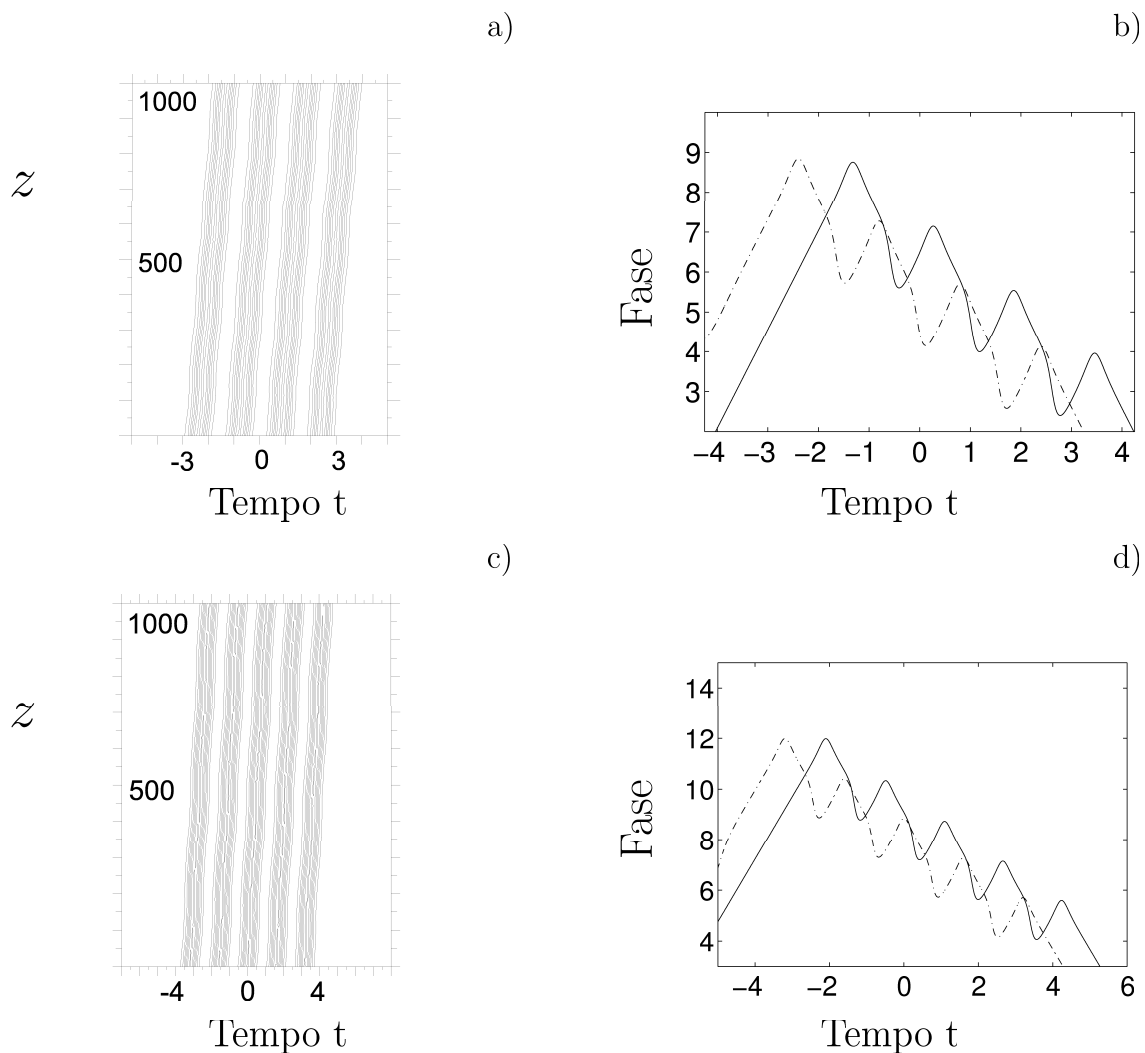


Figura 5.26: a) e c) Isolinhas, e b) e d) perfis inicial, (curvas a tracejado), e final, (curvas a cheio), da fase correspondentes à propagação das soluções estacionárias quatro e cinco solitões, respectivamente.

solução dois solitões devido ao perfil de fase considerado inicialmente. Observa-se também uma ligeira oscilação transversal, que afecta o trem como um todo, apresentando o mesmo um desfasamento, eventualmente devido ao perfil de fase.

Estas soluções afiguram-se bastante importantes para sistemas de comunicação, não só pela sua estabilidade mas também pelo facto de permitirem o aumento da taxa de débito binário. Contudo, a propagação de um único impulso poderá constituir um problema. Para o ilustrar considere-se, numa dada corrente binária, a sequência 01011; pode verificar-se que, em virtude do grupo 11 se mover, por exemplo a uma velocidade inferior à de grupo, após a sua propagação ao longo de uma dada distância z , o impulso, do grupo 010, colidirá com o grupo em virtude de se propagar à velocidade

de grupo. Uma modificação espectral adequada, para um único impulso, poderá induzir a velocidade do trem, como se pode verificar a partir de Gordon (1983), ou de (Teixeira *et al*, 1996). No entanto esta modificação espectral do impulso terá de ser bastante rigorosa, a fim de garantir que a velocidade do impulso seja igual à do estado ligado. Com o objectivo de se evitar este problema combinaram-se estados ligados com perfis distintos de fase a fim de se encontrarem soluções que se movam à velocidade de grupo.

Na figura 5.27 estão representados os resultados para a combinação de dois estados ligados, sendo cada um destes constituído por dois impulsos.

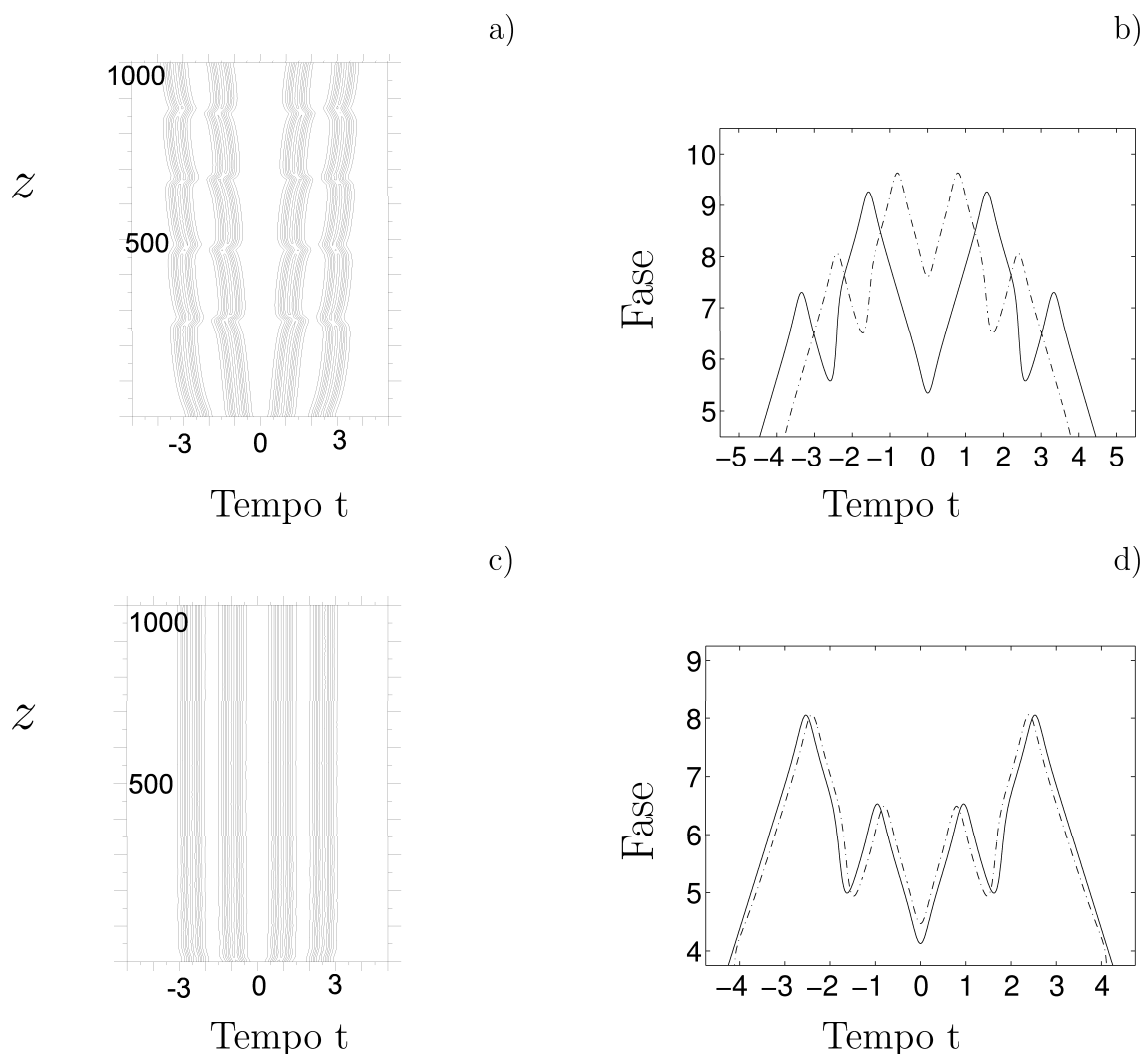


Figura 5.27: a) e c) Isolinhas, e b) e d) perfis inicial, (curvas a tracejado), e final, (curvas a cheio), da fase correspondentes à propagação da combinação de dois estados ligados, de dois solitões cada.

Pela figura 5.27 a) pode observar-se a evolução da combinação de dois estados

ligados, cujo perfil de fase inicial está representado em 5.27 b). Pode verificar-se que os estados ligados tendem a separar-se em dois blocos distintos. De facto e em consequência do perfil da fase inicial, o bloco da esquerda tende a mover-se a uma velocidade superior à de grupo, em oposição ao da direita que se move a uma velocidade inferior ao de grupo. Em consequência o grupo tende a separar-se em dois blocos distintos, apesar de se observar repulsão periódica entre os solitões mais internos e atracção periódica entre os solitões mais externos do grupo.

Na figura 5.27 c) pode observar-se uma outra combinação dos mesmos estados ligados, estando o perfil da fase resultante representado em 5.27 d). Tal como na situação anterior, o perfil da fase é simétrico. Neste caso, o bloco da esquerda tende a mover-se para a direita e da direita para a esquerda, pelo que o grupo resultante tende a mover-se à velocidade de grupo, observando-se uma propagação estável pelo menos até 1000 distâncias normalizadas. Contudo, a separação entre dois impulsos centrais, ($\simeq 1.9$), é superior à separação entre os impulsos para o estado ligado, ($\simeq 1.62$). Este comportamento foi também observado para blocos de três solitões, tendo o bloco resultante seis impulsos, em ambas as situações consideradas.

Consideraram-se ainda combinações de estados ligados em que o grupo resultante era constituído por um número ímpar de impulsos. Os resultados obtidos estão representados na figura 5.28.

Pela figura 5.28 a) pode observar-se a evolução da combinação de dois estados ligados, cujo perfil de fase inicial está representado em 5.28 b). Neste caso o trem resultante possui um número ímpar de impulsos. Pode observar-se que, após alguma propagação estável, $z \simeq 100$ distâncias, os impulsos interactuam uns com os outros, resultando um perfil de fase distinto. Este comportamento deve-se ao facto do solitário central ser partilhado pelos dois blocos simultaneamente, não ocorrendo a separação em dois blocos distintos, como seria de esperar para este perfil de fase inicial. Após esta interacção inicial, a propagação do grupo apresenta-se estável durante cerca de 500 distâncias normalizadas, surgindo uma pequena instabilidade que se vai acentuando com a propagação.

Na figura 5.28 c) pode observar-se uma outra combinação dos mesmos estados ligados, estando o perfil da fase resultante representado em 5.28 d). Neste caso e, em virtude do bloco da esquerda tender a mover-se para a direita, observando-se o recíproco para o bloco da direita. O resultado é um trem cinco solitões equi-espaciaados entre si, que se movem à velocidade de grupo, apresentando-se a sua propagação estável até cerca de 700 distâncias normalizadas.

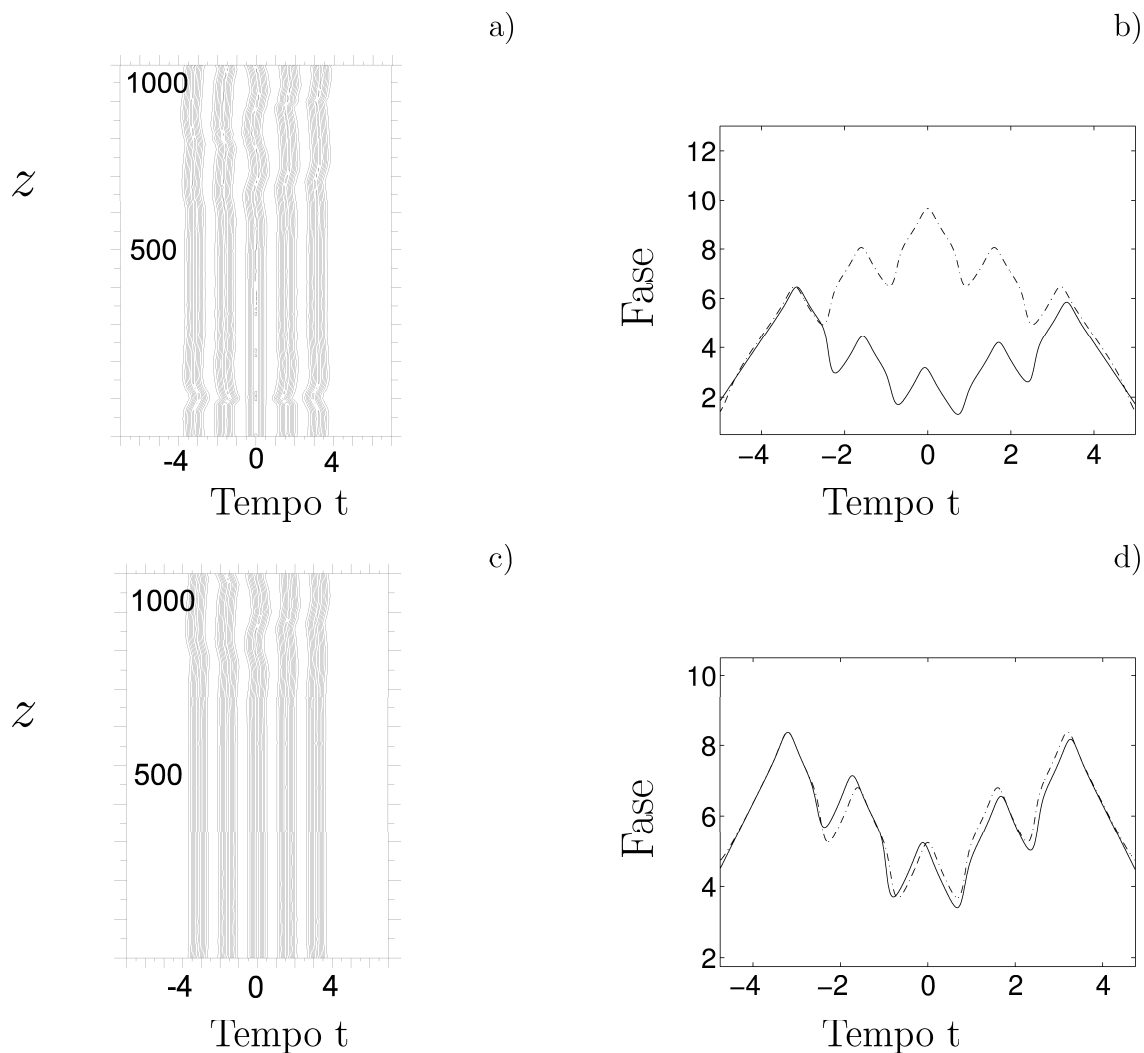


Figura 5.28: a) e c) Isolinhas, e b) e d) perfis inicial, (curvas a tracejado), e final, (curvas a cheio), da fase correspondentes à propagação da combinação de dois estados ligados, possuindo o trem resultante cinco impulsos.

De seguida considerou-se a colisão de dois estados ligados. Os resultados estão representados na figura 5.29.

Pela figura 5.29 a) pode verificar-se que as forças transversais se compensam, movendo-se o conjunto à velocidade de grupo. O espaçamento entre os solitões centrais é superior ao espaçamento característico do estado ligado, à semelhança do já tinha sido encontrado. Se a colisão ocorrer entre estados ligados, com um número distinto de impulsos, o comportamento é distinto, como está ilustrado na figura 5.29 b). Neste caso a força transversal não se compensa e gera-se instabilidade, apenas se observando propagação estável num dado troço do percurso.

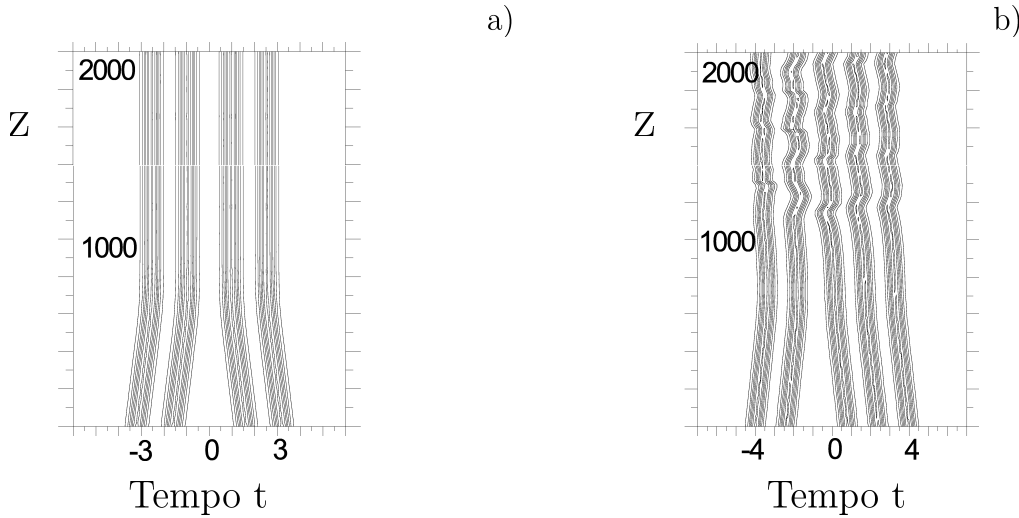


Figura 5.29: Colisão entre dois estados ligados em a) de dois solitões cada e em b) de dois e três impulsos, respectivamente.

Embora não se tenham incluído resultados, as simulações revelaram que os trens correspondentes a estados ligados estáveis, considerados neste estudo, não são sensíveis a perturbações de amplitude, tendendo rapidamente para a solução estacionária.

De seguida analisar-se-á a evolução de um trem de oito impulsos simples, para o qual o perfil de fase apresenta uma pequena perturbação com relação ao perfil da solução estacionária. Os resultados estão representados na figura 5.30.

Da direita para a esquerda, pode verificar-se que as diferenças de fase é de $3\pi/4$, e de $1\pi/4$ entre o segundo e o terceiro impulsos, e entre o quarto e o terceiro impulsos, respectivamente. Pode verificar-se que, à medida que o trem se propaga, a instabilidade vai-se acentuando. Contudo, dado que se consideraram 6000 distâncias normalizadas, pode verificar-se que a propagação ainda é estável num troço bastante considerável ($\simeq 2000$ distâncias).

ii) Soluções Impulsos Compostos

A solução dois-solitões

Os impulsos compostos, apresentados no capítulo 4, apresentam também soluções multi-solitão. Nesta secção estudar-se-á a solução dois solitões e discutir-se-á a sua estabilidade por recurso ao plano de interacção.

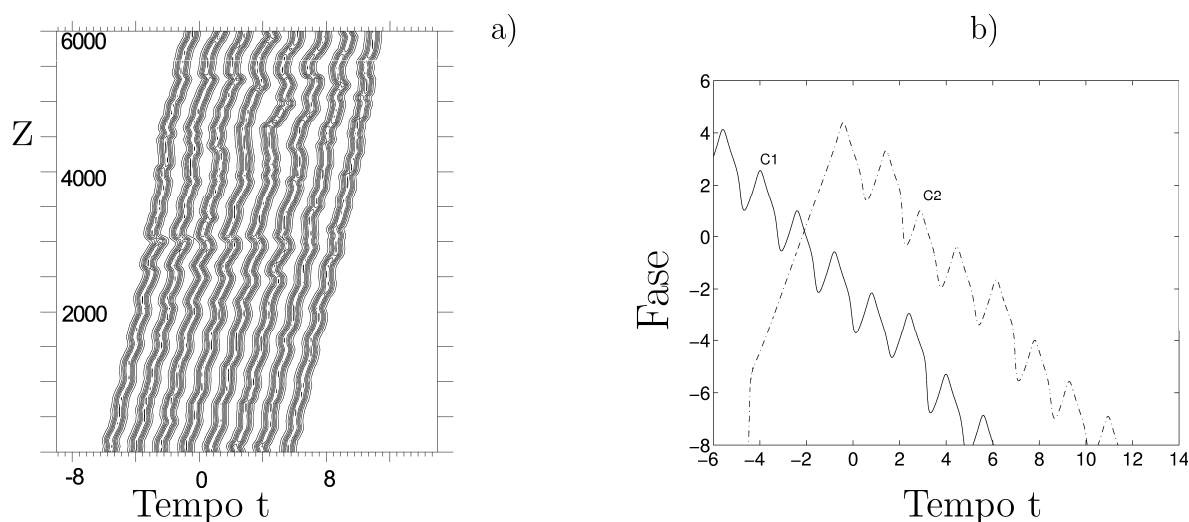


Figura 5.30: a) Isolinhas e b) perfil da fase inicial (curva a cheio) e da fase final (curva a tracejado) para um trem de oito solitões, com uma perturbação da fase inicial, para 6000 distâncias normalizadas.

A formação e a estabilidade do estados ligados formados por impulsos compostos serão discutidas por recurso ao plano de interacção, representado na figura 5.31.

A partir da figura 5.31 podem identificar-se cinco pontos singulares, P_1 , P_2 , P_3 , P_4 e P_5 . P_1 e P_2 são focos estáveis, correspondentes ao estado ligado de $\pm\pi/2$, cujo espaçamento é de $t_{BS} \simeq 2.1$, aproximadamente a largura de um impulso. Neste caso a bacia de atracção não é muito extensa, comparativamente ao observado para os impulsos simples, consequência dos parâmetros considerados. P_3 , P_4 e P_5 são pontos de sela. Nestes, a diferença de fase, entre impulsos, é π ou zero. A região central, onde ocorre fusão, é consideravelmente mais vasta, comparativamente ao caso considerado anteriormente.

Na figura 5.32 está representada a solução dois solitões para impulsos compostos, com uma diferença de fase inicial de $\pi/2$, e para um espaçamento igual ao do estado ligado, caracterizado.

Os valores dos parâmetros considerados foram: $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 2.0$, $\mu = -0.03$ e $\nu = 0$, respectivamente. Pelos valores dos parâmetros, pode verificar-se que estes diferem dos considerados para impulsos simples, apenas no valor do ganho não linear de 2ª ordem. A diferença mais significativa, relativamente ao estado ligado de impulsos simples, prende-se com a velocidade. Neste caso pode observar-se que o

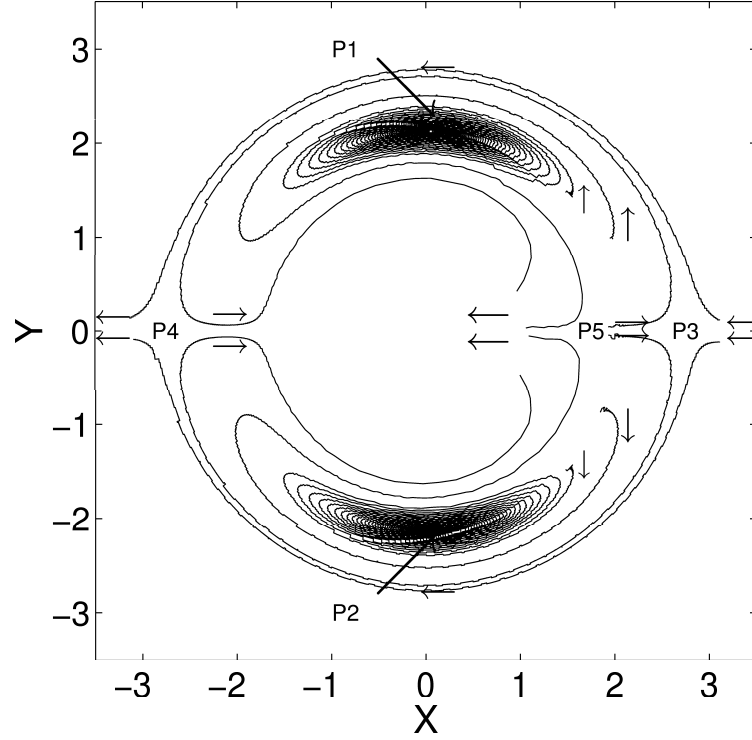


Figura 5.31: Plano de interacção em que $Y = \Delta t \sin \Delta \phi$ v.s. $X = \Delta t \cos \Delta \phi$. As trajectórias mostram a evolução de dois impulsos compostos. P_1, P_2 são estados ligados estáveis, com uma diferença de fase entre os dois solitões de $\pm \pi/2$. P_4, P_3, P_5 são pontos singulares, para os quais a diferença de fase relativa entre os dois solitões de zero ou $\pm \pi$, respectivamente. Na região central a separação tende a decrescer e os impulsos acabam por fundir. Os parâmetros considerados nesta simulação foram, $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 2.0$, $\mu = -0.03$ e $\nu = 0$.

mesmo se move à velocidade de grupo. De facto, e embora não seja perceptível a partir da figura, esta solução move-se a uma pequena velocidade em relação à de grupo. (Para $t=0$ o desvio observado é de cerca de 0.11, após uma propagação ao longo de 5000 distâncias.)

A caracterização deste estado ligado far-se-á a partir da figura 5.33.

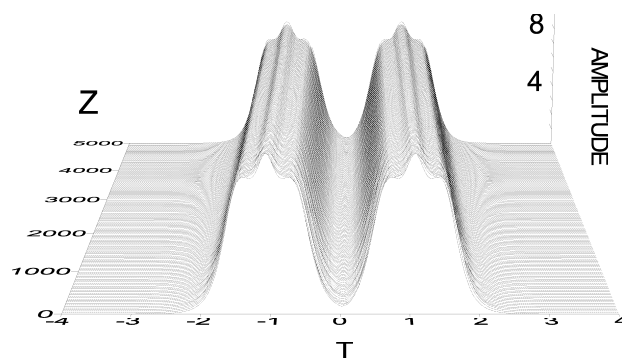


Figura 5.32: Propagação estável da solução dois solitões, para impulsos compostos. Considerou-se $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 2.0$, $\mu = -0.03$ e $\nu = 0$, respectivamente.

Pela figura 5.33 a) pode observar-se que há uma sobreposição quase total entre o perfil final e o inicial, após a propagação estável ao longo de 1000 distâncias normalizadas. De facto para estes impulsos o estado ligado propaga-se quase à velocidade de grupo, sendo a diferença desprezável. Na figura 5.33 b) pode observar-se o perfil da fase, sendo evidente a diferença de fase de $\pi/2$. Na figura 5.33 c) está representado o espectro final. A envolvente do espectro apresenta uma estrutura dual, à semelhança do espectro apresentado por um único impulso sendo no entanto assimétrica. Esta assimetria espectral não é, no entanto, muito pronunciada, embora a diferença entre estes picos seja mínima, e a energia parece estar distribuída equitativamente, pelo que resulta numa velocidade quase idêntica à de grupo.

As soluções multi-solitão

Como se referiu anteriormente, também para o caso dos impulsos compostos, a solução dois solitões pode servir de base para a construção das soluções N-solitão, desde que o perfil de fase seja respeitado. Estas soluções apresentam características semelhantes à solução dois solitões.

Na figura 5.34 está representada a propagação estável de um trem constituído por sete impulsos compostos, correspondentes ao estado ligado. Pode verificar-se, uma vez mais, que este se move aproximadamente à velocidade de grupo, oscilando transversalmente como um todo.

Por forma a caracterizar-se esta solução representou-se na figura 5.35, em a) os perfis inicial e final, em b) o perfil da fase final, em c) as isolinhas da amplitude e em d) o espectro do trem no final da propagação.

Na figura 5.35 a) pode verificar-se a quase coincidência entre os perfis, uma prova

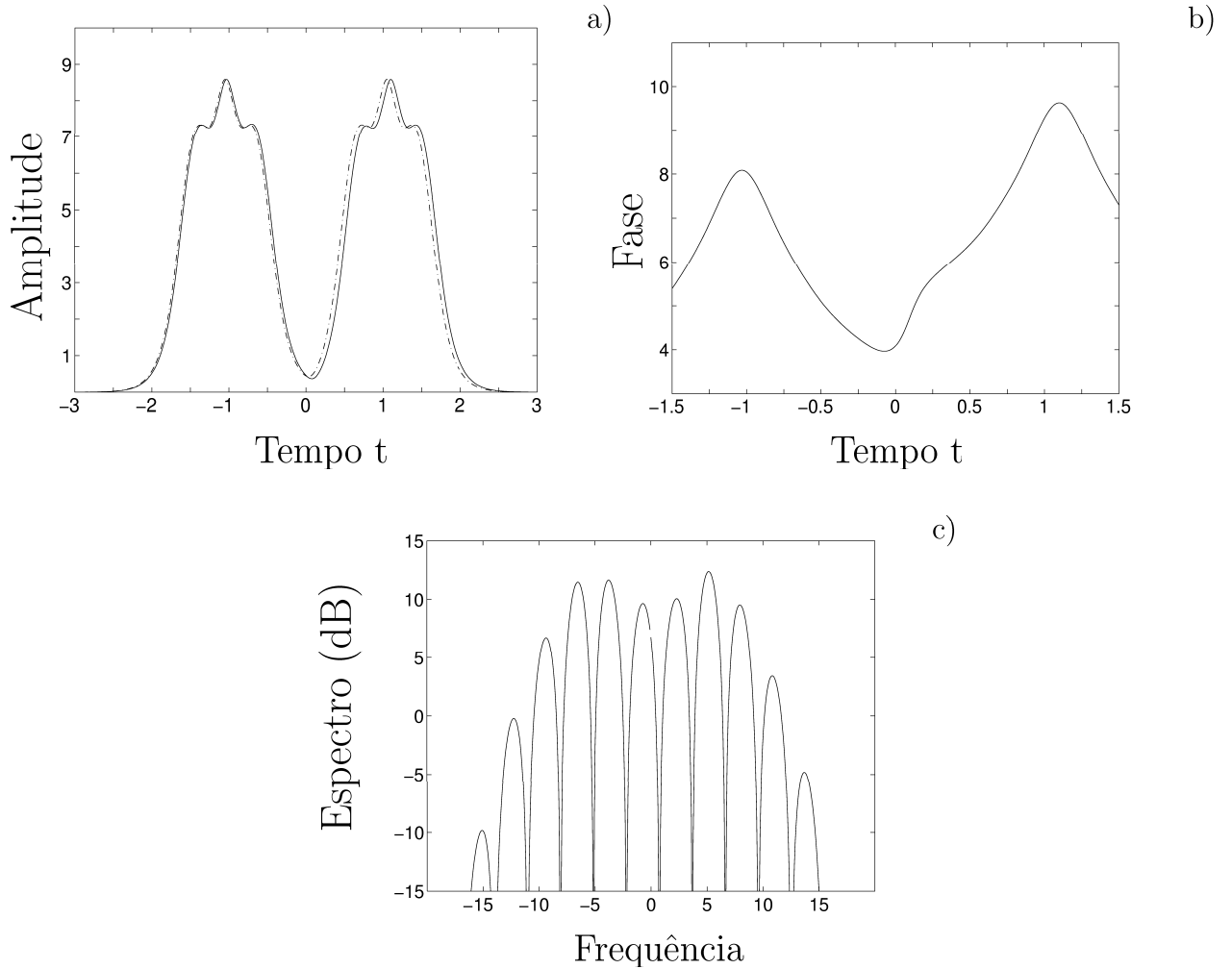


Figura 5.33: Propagação estável da solução dois solitões, correspondente a impulsos compostos. a) Perfis inicial (a tracejado) e final (a cheio). b) Perfil da fase. c) Espectro. Os valores dos parâmetros são $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 2.0$, $\mu = -0.03$, respectivamente.

de que este estado ligado se move praticamente à velocidade de grupo. Na figura 5.35 b) pode observar-se o perfil de fase correspondente ao estado ligado, sendo neste caso de $\pi/2$ a diferença de fase entre dois impulsos consecutivos. Pela figura 5.35 c) pode verificar-se que o trem oscila como um todo, em relação à posição inicial, tal como já se encontrou anteriormente.

Pode verificar-se que, para este tipo de impulsos, a oscilação é mais pronunciada que a encontrada para os impulsos simples.

Pela figura 5.35 d) verifica-se que o espectro se afigura com uma estrutura mais fina do que o da solução dois solitões, devido a um maior número de impulsos. Contudo, as

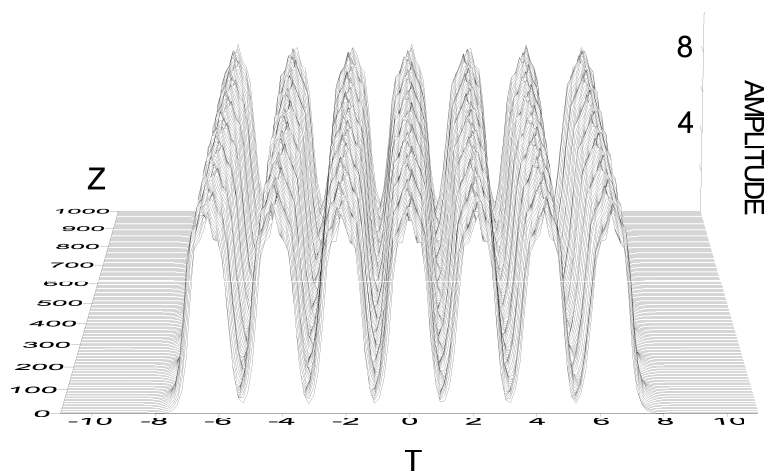


Figura 5.34: Propagação estável da solução sete solitões compostos.

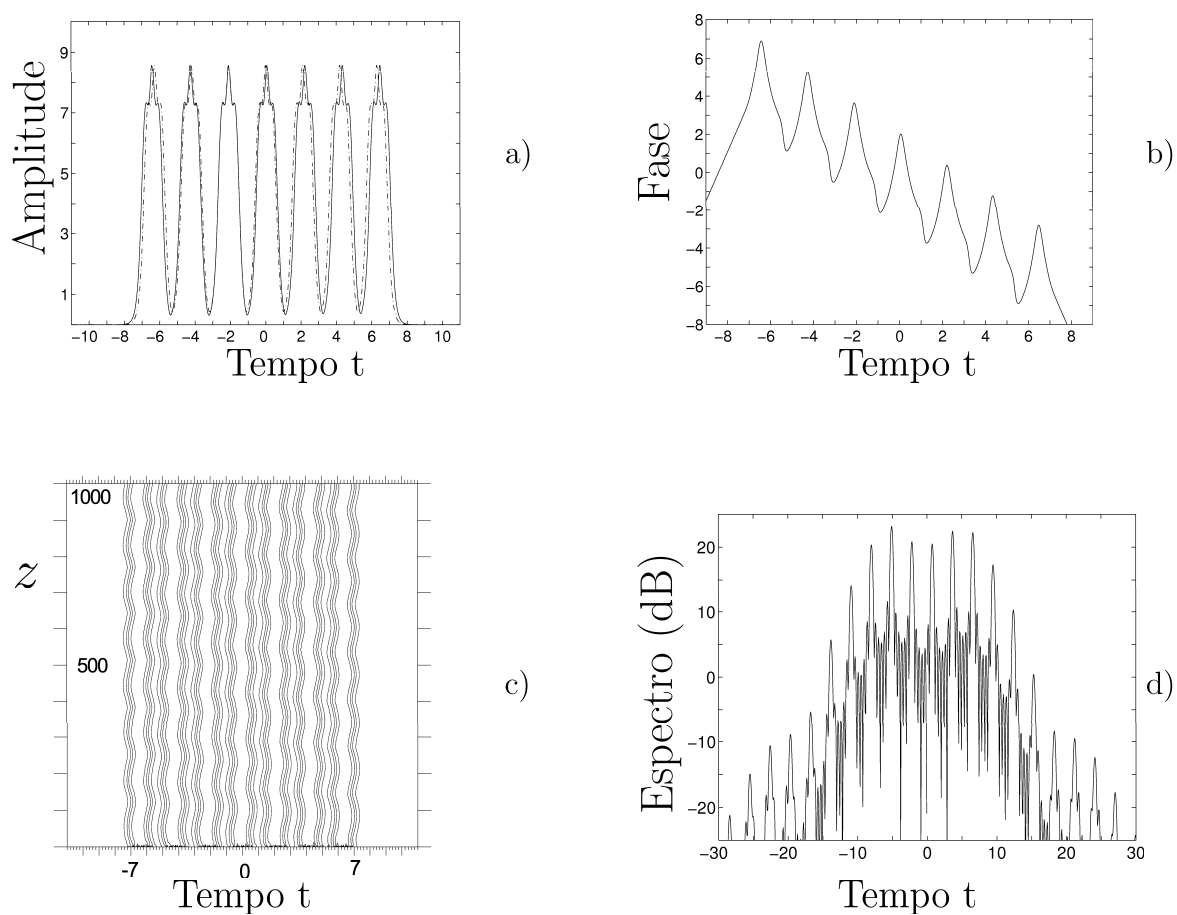


Figura 5.35: Propagação estável da solução sete solitões compostos. Estão representados em a) os perfis inicial e final, em b) o perfil da fase final, em c) isolinhas da amplitude, e em d) o espectro final.

características gerais mantêm-se, exibindo a envolvente uma estrutura dual, com uma assimetria pouco pronunciada.

À semelhança do que se considerou para impulsos simples, estudou-se a evolução de um trem de oito impulsos compostos, com uma perturbação no perfil da fase inicial. Os resultados estão representados na figura 5.36.

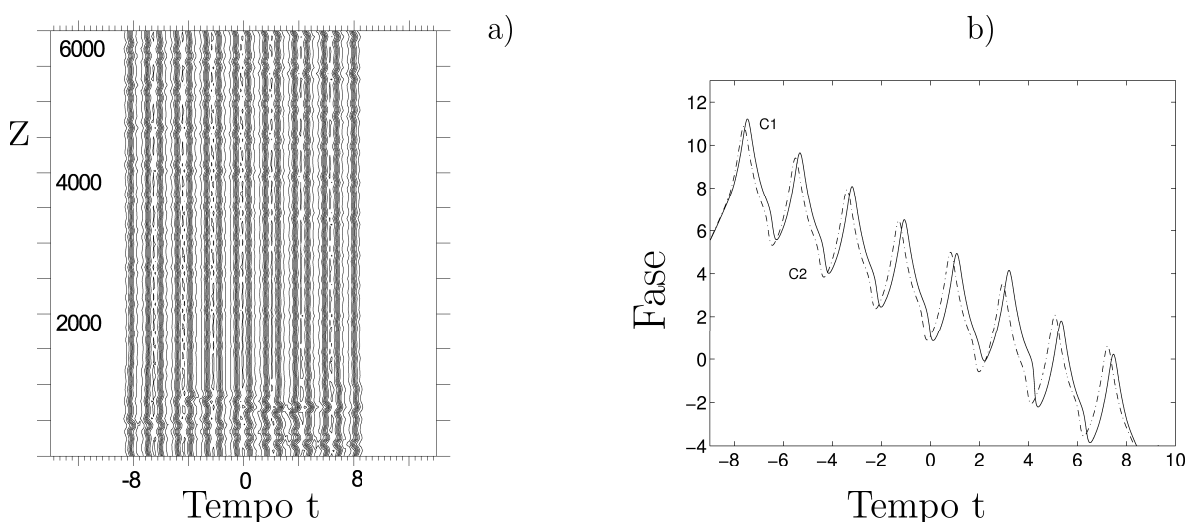


Figura 5.36: a) Isolinhas e b) perfil da fase inicial (curva a cheio) e da fase final (curva a tracejado) para um trem de oito solitões, com uma perturbação da fase inicial, para 6000 distâncias normalizadas.

Considerou-se o mesmo perfil de fase, i.e., pode verificar-se que as diferenças de fase é de $3\pi/4$, e de $1\pi/4$ entre o segundo e o terceiro impulsos, e entre o quarto e o terceiro impulsos, respectivamente. À medida que o trem se propaga, a instabilidade vai-se atenuando, contrariamente ao observado para impulsos simples, como se pode observar pela figura 5.30. De modo geral, os impulsos compostos apresentam algumas vantagens relativamente aos impulsos simples, para sistemas de comunicações, em virtude de se deslocarem praticamente à velocidade de grupo, de apresentarem menos sensibilidade a uma perturbação do perfil de fase considerada, e finalmente, e apresentam uma relação largura-altura mais conveniente para detecção experimental.

5.5 Conclusão

Neste capítulo estudou-se a interacção entre solitões vizinhos usando para o efeito a teoria das perturbações e a resolução numérica da equação de Ginzburg-Landau. De facto, este é um dos mecanismos físicos que mais afectam a eficiência de um sistema de comunicações.

Na ausência de perturbações externas, verificou-se que a interacção pode ser controlada, se se considerarem impulsos consecutivos de diferentes amplitudes iniciais ou, em alternativa, com uma diferença de fase inicial.

Seguidamente estudou-se o papel das diversas técnicas de controlo já abordadas em capítulos anteriores.

Assim, verificou-se que a filtragem simples, acompanhada de ganho linear, permite retardar mas não evitar a colisão de solitões com amplitudes e fases iguais. Contudo a propagação é afectada de modo significativo, pela instabilidade de fundo gerada a partir das ondas lineares. Em consequência, pode verificar-se a destruição dos próprios solitões e mesmo antes da 1ª colisão entre eles.

O uso de filtros de frequência deslizante permite evitar a instabilidade de fundo e controlar de modo efectivo a interacção entre impulsos. Neste caso verifica-se que o espaçamento entre os impulsos estabiliza num valor que depende de modo sensível da separação inicial.

A utilização de filtros fixos, ganhos linear e não-linear, permite resolver o problema da instabilidade de fundo, mas não evitar a colisão de solitões em fase e com amplitudes iguais. Contudo, a interacção pode ser controlada ajustando-se convenientemente estes parâmetros. Este comportamento foi observado tanto para solitões de amplitude fixa como solitões de amplitude arbitrária.

Estudou-se a formação e a estabilidade de estados ligados da equação quântica de Ginzburg-Landau, usando para o efeito o plano de interacção, definido pelo espaçamento e pela diferença de fase entre os impulsos. Identificaram-se estados ligados instáveis e estáveis. Os estados ligados estáveis ocorrem quando a diferença de fase entre solitões é de $\pm\pi/2$. Estes estados ligados formam-se, quer entre solitões simples, quer entre solitões compostos. A solução dois solitões permitiu construir soluções multi-soliton, para o mesmo tipo de impulsos, com o mesmo espaçamento e diferença de fase entre dois solitões consecutivos. As soluções multi-soliton de impulsos simples movem-se a uma velocidade distinta da velocidade de grupo, enquanto que as soluções multi-soliton de impulsos compostos movem-se praticamente à velocidade de grupo. Estes resultados são relevantes, tanto em linhas de transmissão como em lasers de fibra.

Capítulo 6

Propagação de Impulsos Ultra-Curtos

6.1 Introdução

Os impulsos ultra-curtos, i.e. impulsos cuja duração $\sim 10^{-11} - 10^{-15} s$, podem ser empregues em diversos domínios, nomeadamente, em investigação científica, ciências biológicas e médicas, em particular, na análise de processos ultra-rápidos, redes ópticas e computação, lasers de raios X, em oftalmologia e cirurgia. A energia destes impulsos é, com frequência, relativamente pequena ($\sim 1 nJ$), no entanto a sua potência de pico pode tomar valores relativamente elevados ($\geq 1 kW$), (Eason e Miller, 1993).

A propagação de impulsos ultra-curtos é gerida, para além da GVD e da SPM, por mecanismos físicos não-lineares e dispersivos de ordem superior.

De entre estes os mais relevantes, são, nomeadamente, o efeito de Raman intra-pulso (IRS), a dispersão de 3ª ordem (TOD), a auto-inclinação e a dispersão não-linear. No presente capítulo estudar-se-á apenas a propagação dos impulsos sob o efeito de Raman intra-pulso.

A dispersão de 3ª ordem pode tornar-se considerável, em geral, devido a duas causas distintas. Por um lado, os efeitos da GVD podem ser desprezáveis, o que sucede quando o sistema de comunicações opera a um comprimento de onda bastante perto do comprimento de onda de dispersão nula do material. Por outro lado, o termo correspondente à derivada de 3ª ordem da constante de propagação pode tomar valores não desprezáveis em face dos restantes.

O efeito Raman intra-pulso (IRS) introduz uma modificação espectral no impulso, provocando um desvio para frequências inferiores (desvio para o vermelho), e conse-

quentemente, uma redução na velocidade de propagação do mesmo.

Não são conhecidas, tanto quanto se sabe, soluções analíticas da NLSE, na presença do efeito de Raman intra-pulso, embora recentemente tenham sido encontradas diversas soluções analíticas na presença de outros termos de ordem superior (Ankiewicz e Akhmediev , 1998; Agrawal, 2001 a; Tian *et al*, 2002, 2003; Santhanam e Agrawal, 2003).

Este efeito de Raman intra-pulso foi observado experimentalmente, pela primeira vez, por Mitschke e Mollenauer (1986). Foi também observado para um impulso obtido de um laser, com a duração de $\sim 2ps$, que se introduziu numa fibra óptica (Zysset *et al*, 1987).

No presente capítulo far-se-á um estudo de como algumas das técnicas de controlo, anteriormente abordadas, revelam a sua eficiência no controlo do efeito de Raman-intra pulso.

6.2 O Efeito de Raman Intra-Pulso

Um dos efeitos físicos que afectam os solitões ultra-curtos é a dispersão de Raman intra-pulso. Devido a este efeito os impulsos ultra-curtos podem sofrer um desvio em frequência superior à sua largura espectral, mesmo se a sua propagação ocorrer apenas ao longo de alguns metros. Neste processo verifica-se a transferência de energia das frequências mais altas para as mais baixas.

Na ausência de perdas, a equação (A.64), deduzida em Apêndice, pode tomar a seguinte forma:

$$i \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial Z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial T^2} + \gamma |\mathbf{A}|^2 = \gamma T_R \mathbf{A} \frac{\partial(|\mathbf{A}|^2)}{\partial T} \quad (6.1)$$

Introduzindo-se a seguinte transformação de variáveis,

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \frac{\sqrt{P_o}}{N} u & t &= \frac{T}{T_o} \\ z &= \frac{Z}{L_D} & N^2 &= \frac{\gamma P_o T_o^2}{|\beta_2|} \end{aligned} \quad (6.2)$$

a equação (6.1), que governa a propagação de um impulso na presença do efeito de Raman intra-pulso, toma a seguinte forma:

$$i\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u = \tau_R u \frac{\partial |u|^2}{\partial t} \quad (6.3)$$

τ_R é o parâmetro de Raman normalizado, e é dado por:

$$\tau_R = T_R/T_o \quad (6.4)$$

T_R está relacionado com o declive da curva do ganho de Raman e T_o é a largura do impulso.

Na tabela (6.1) estão representados alguns valores do parâmetro de Raman, τ_R , para impulsos com diversas larguras, T_{FWHM} . De referir que $1.763 T_o = T_{FWHM}$. Considerou-se $T_R = 3 fs$.

T_{FWHM}	$\tau_R(T_R = 3 fs)$
20 ps	0.0003
400 fs	0.0132
100 fs	0.0528
50 fs	0.1056

Tabela 6.1: Valores do parâmetro de Raman, τ_R , obtidos para impulsos com larguras distintas. $T_R = 3 fs$.

A partir da tabela pode verificar-se que o parâmetro de Raman toma valores mais significativos para os impulsos mais estreitos. Pode também verificar-se que o mesmo é pouco significativo no regime picosegundo.

Pela teoria das perturbações, e na presença do efeito de Raman intra-pulso, a evolução da amplitude, η , e da frequência, κ , pode ser estudada com base no seguinte sistema de equações (Agrawal, 2001 a):

$$\frac{d\eta}{dz} = 0 \quad (6.5)$$

$$\frac{d\kappa}{dz} = -\frac{8}{15}\tau_R\eta^4 \quad (6.6)$$

Pela equação (6.5) verifica-se que a amplitude não é afectada, apenas a frequência varia. O sinal menos é um indicador de que a frequência portadora é desviada para valores inferiores. Os impulsos ultra-curtos, cuja largura é $\sim 1 ps$ ou inferior, apresentam uma largura espectral suficientemente grande, de tal modo que o ganho Raman amplifica as frequências inferiores, enquanto que as frequências elevadas actuam como bombagem. O processo continua ao longo da fibra, havendo transferência de energia das componentes azuis para as vermelhas. De outro modo, por cada fóton absorvido, do impulso incidente, há emissão de um fonão óptico e de um fóton. Este, apresenta uma frequência inferior à do fóton incidente, em virtude de haver conservação de energia. Daí o desvio espectral para o vermelho e uma consequente mudança de velocidade de propagação do impulso, se este estiver sob o efeito da dispersão.

Na figura 6.1 está representada a evolução da amplitude e do espectro para um impulso do tipo $N \operatorname{sech}(t)$, para $N=1$ e $\tau_R = 0.01$.

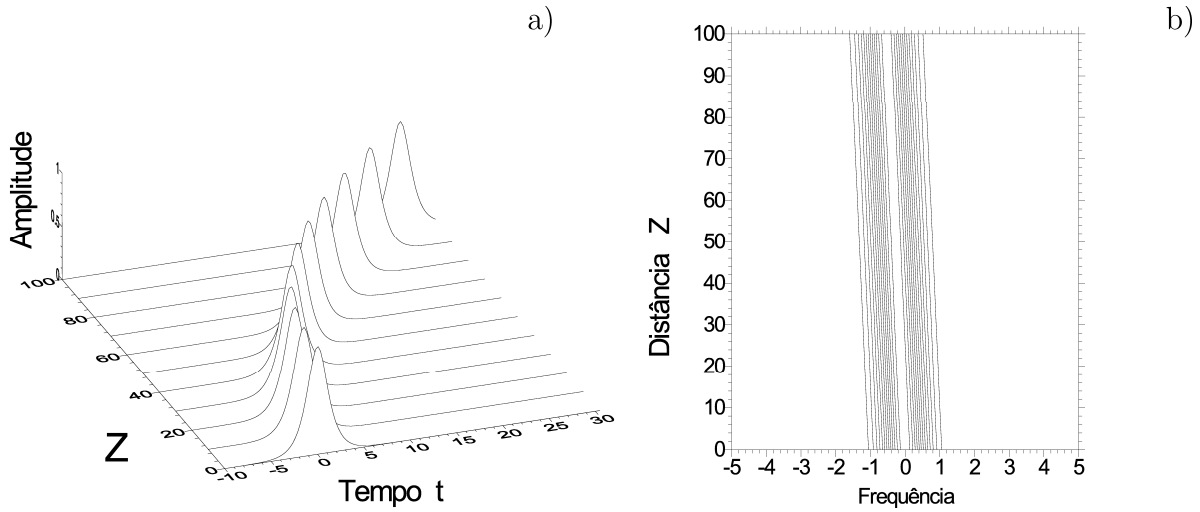


Figura 6.1: a) Evolução da amplitude e b) isolinhas do espectro de um impulso secante hiperbólica, que se propaga sujeito ao efeito de Raman intra-pulso, para $\tau_R = 0.01$.

Pela figura 6.1 a) pode verificar-se que, embora a amplitude permaneça constante, a velocidade varia continuamente. Pela figura 6.1 b) observa-se um desvio contínuo em frequência, ou de outro modo, a não estabilização da frequência central, o que se traduz numa variação da velocidade.

Na figura 6.2 está representada a evolução da amplitude e do espectro para um impulso do tipo $N \operatorname{sech}(t)$, para $N=2$ e $\tau_R = 0.01$.

Pode observar-se a separação do solitão nos seus constituintes, que se movem a diferentes velocidades. De facto o solitão de menor amplitude está avançado relativamente

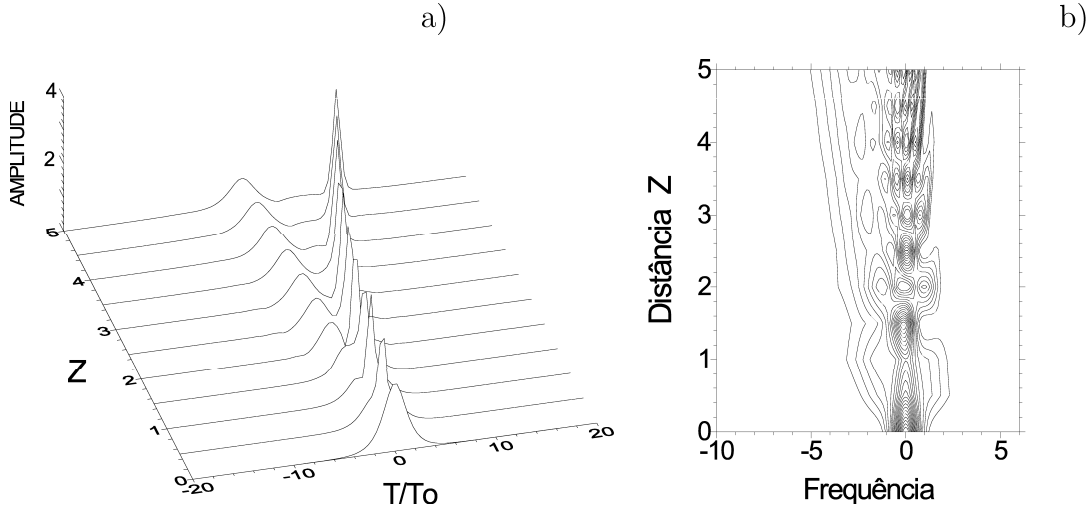


Figura 6.2: a) Variação da velocidade induzida pelo efeito de Raman intra-pulso. b) Evolução espectral correspondente a a). A condição inicial foi do tipo $N \operatorname{sech}(t)$, para $N = 2$ e $\tau_R = 0.01$.

ao segundo. Da figura 6.2 b) pode observar-se que o desvio mais significativo é para o vermelho, e a energia tende a dispersar-se. Tal corresponde ao impulso de maior amplitude, que se move a uma velocidade inferior ao impulso de menor amplitude. O espectro deste último está concentrado em frequências superiores (azuis), que, tal como a figura mostra, é mais significativo do que o espectro do impulso de maior amplitude.

6.3 Técnicas de Controlo do Efeito de Raman Intra-pulso

Nesta secção estudar-se-ão algumas técnicas de controlo do efeito de Raman intra-pulso, nomeadamente, amplificação linear e filtragem por filtros fixos, filtragem e amplificação linear e não-linear.

6.3.1 A equação de propagação

A equação que governa a propagação de um dado impulso, sob a acção do efeito de Raman intra-pulso, na presença de filtragem, ganho linear, e ganho não linear com saturação, assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
i\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u &= i\delta u + i\beta\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + i\varepsilon|u|^2 u \\
&\quad + i\mu|u|^4 u + \tau_R u \frac{\partial |u|^2}{\partial t}
\end{aligned} \tag{6.7}$$

Os parâmetros δ , β , ε , e μ têm o significado habitual, e τ_R é o parâmetro de Raman, introduzido na secção (6.2).

Na presença dos termos de ordem superior afigurou-se conveniente a modificação do código para a resolução numérica da equação (6.7). Deste modo, inseriram-se condições de fronteira absorventes, por forma a evitar-se a reflexão da radiação emitida para o interior do domínio de integração ¹.

6.3.2 Resultados da Teoria das Perturbações

Pela teoria das perturbações, de Karpman e Maslov (1977), é possível obter-se um sistema de equações, que governa a evolução da amplitude, η , e da frequência, k , quando os valores dos parâmetros do membro direito da equação (6.7) são pequenos. O sistema toma então a seguinte forma, (Ferreira e Facão, 1996),

$$\frac{d\eta}{dz} = 2\eta(\delta - \beta k^2) - \frac{2}{3}\beta\eta^3 + \frac{4}{3}\varepsilon\eta^3 + \frac{16}{15}\mu\eta^5 \tag{6.8}$$

$$\frac{dk}{dz} = -\frac{4}{3}\beta\eta^2 k - \frac{8}{15}\tau_R\eta^4 \tag{6.9}$$

No equilíbrio, em que se tem $\eta = \eta_a$ e $k = k_a$, o sistema (6.8 - 6.9) toma a seguinte forma,

$$(\delta - \beta k_a^2) + \frac{1}{3}(2\varepsilon - \beta)\eta_a^2 + \frac{8}{15}\mu\eta_a^4 = 0 \tag{6.10}$$

$$\beta k_a + \frac{2}{5}\tau_R\eta_a^2 = 0 \tag{6.11}$$

Das equações (6.10 - 6.11) obtêm-se, para (η_a, k_a) , as seguintes expressões, respectivamente:

¹Ver Apêndice sobre *Métodos Numéricos*

$$\eta_a^2 = \frac{-(2\varepsilon - \beta) \pm \sqrt{(2\varepsilon - \beta)^2 - 12\delta \left(\frac{8}{5}\mu - \frac{12}{25}\tau_R^2/\beta\right)}}{2 \left(\frac{8}{5}\mu - \frac{12}{25}\tau_R^2/\beta\right)} \quad (6.12)$$

$$k_a = -\frac{2}{5} \frac{\tau_R}{\beta} \eta_a^2 \quad (6.13)$$

A fim de se estabelecerem as condições de existência desta solução, é conveniente escrever-se a equação (6.12) na seguinte forma:

$$\eta_a^2 = -\frac{(2\varepsilon - \beta)}{2\mathcal{W}} \pm \sqrt{\left[\frac{(2\varepsilon - \beta)}{2\mathcal{W}}\right]^2 - 3\frac{\delta}{\mathcal{W}}} \quad (6.14)$$

sendo \mathcal{W} dado por,

$$\mathcal{W} = \left(\frac{8}{5}\mu - \frac{12}{25}\frac{\tau_R^2}{\beta}\right) \quad (6.15)$$

Assim, para que η_a tome um valor real, devem verificar-se as seguintes condições,

- i) se $-\frac{\delta}{\mathcal{W}} > 0$, então existe apenas uma raiz real;
- ii) se $-\frac{(2\varepsilon - \beta)}{2\mathcal{W}} > \left[3\frac{\delta}{\mathcal{W}}\right]^{1/2} > 0$, então existem duas raízes reais.

Há ainda a considerar as seguintes situações, para as quais existe apenas uma solução real:

- iii) se $-\frac{(2\varepsilon - \beta)}{2\mathcal{W}} = \left[3\frac{\delta}{\mathcal{W}}\right]^{1/2} > 0$;
- iv) se $2\varepsilon = \beta$ e $\frac{\delta}{\mathcal{W}} < 0$;
- v) se $\delta = 0$ e $-\frac{(2\varepsilon - \beta)}{2\mathcal{W}} > 0$.

Na figura 6.3 a) e b) encontram-se representadas a evolução da amplitude e da frequência em função do ganho não-linear.

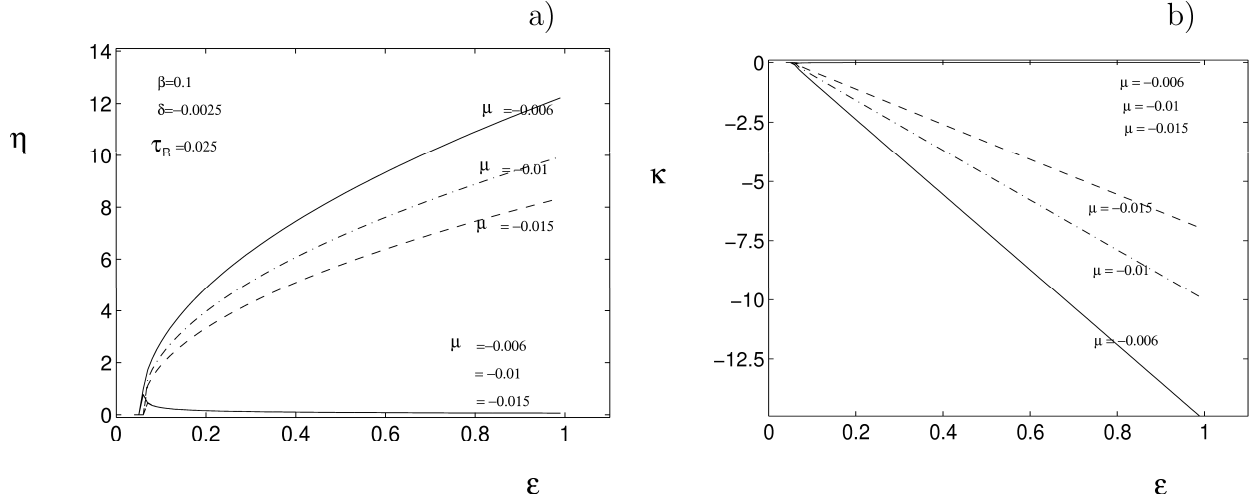


Figura 6.3: a) Amplitude e b) Frequência em função do ganho não-linear. Os parâmetros considerados foram, $\beta = 0.1$, $\delta = -0.0025$ e $\tau_R = 0.025$. Os valores de μ encontram-se indicados sobre as respectivas curvas.

Estes resultados foram obtidos a partir das equações (6.12 - 6.13), para o conjunto de valores indicado na figura. O sistema apresenta duas raízes reais, tomando estas valores muito próximos, para $\varepsilon \lesssim 0.07$. Na figura os dois ramos estão praticamente sobrepostos.

Para valores de $\varepsilon \gtrsim 0.07$ as raízes passam a tomar valores distintos tais, que permitem a identificação de dois ramos na figura 6.3 a).

Assim, a amplitude de uma das raízes tende a aumentar com o ganho não-linear, apresentando valores consideráveis, enquanto que a amplitude da segunda solução decresce com ε . Pode verificar-se que, à medida que ε aumenta, a amplitude é maior para maiores valores de μ , i.é., para os menores valores da saturação do ganho não-linear.

Pela figura 6.3 b) pode verificar-se que o desvio em frequência é mais significativo para as soluções de maior amplitude, para o mesmo conjunto de valores dos parâmetros. Este desvio aumenta com a diminuição do módulo da saturação do ganho não-linear, ou seja para os maiores valores de μ .

Em conformidade com o procedimento descrito nos capítulos 3 e 4, com base no princípio da estabilidade linearizada, a natureza do ponto crítico (η_a, k_a) , pode ser caracterizada pelos valores próprios do sistema linear associado. Deste modo tem-se,

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

sendo,

$$a_{11} = 2\delta - 2\beta k_a^2 + (4\varepsilon - 2\beta)\eta_a^2 + \mu \frac{16}{3}\eta_a^4 \quad (6.16)$$

$$a_{12} = -4\beta k_a \eta_a \quad (6.17)$$

$$a_{21} = -\frac{16}{15}\tau_R \eta_a^3 \quad (6.18)$$

$$a_{22} = -\frac{4}{3}\beta \eta_a^2 \quad (6.19)$$

A equação característica é dada por $\lambda^2 - \lambda(a_{11} + a_{22}) + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0$, sendo os respectivos valores próprios, λ_1 e λ_2 dados por,

$$\lambda_i = \frac{1}{2}(a_{11} + a_{22}) \pm \frac{1}{2} \left(\sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 + 4(a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22})} \right) \quad i = 1, 2 \quad (6.20)$$

Atendendo às equações (6.16- 6.19), a equação característica pode ainda tomar a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \lambda^2 - \frac{8}{15}\eta_a^2 [5(2\varepsilon - \beta) + 8\mu\eta_a^2] \lambda \\ + \frac{16}{9}\beta\eta_a^4 \left[(2\varepsilon - \beta) + \left(\frac{16}{9}\mu + \frac{24}{25}\frac{\tau_R^2}{\beta} \right) \eta_a^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (6.21)$$

Os valores próprios podem tomar valores reais ou complexos, tendo-se neste último caso um par complexo conjugado. Para que os pontos críticos sejam estáveis, os valores próprios devem ser reais negativos ou, no caso de serem complexos conjugados, a parte real do par deve ser negativa. A primeira situação corresponde a um nó estável, e a segunda a um ponto espiral estável (Grimshaw, 1993).

A fim de se encontrarem pontos críticos estáveis, devem ainda verificarem-se as seguintes condições entre os parâmetros:

$$\text{i) } 5(2\varepsilon - \beta) + 8\mu\eta_a^2 < 0;$$

$$\text{i)} (2\varepsilon - \beta) + \left(\frac{16}{9}\mu + \frac{24}{25}\frac{\tau_R^2}{\beta} \right) \eta_a^2 > 0.$$

Estas condições, entre os parâmetros, devem ser consideradas conjuntamente com as condições que permitem encontrar as soluções reais, anteriormente apresentadas.

6.3.3 Filtragem e Amplificação Linear

Esta técnica de controlo do efeito de Raman intra-pulso foi estudada inicialmente por Blow *et al* (1988). Estes autores verificaram que, para distâncias pequenas, esta técnica mostra-se eficaz. Posteriormente Nakazawa *et al* (1990) propuseram uma nova técnica de amplificação linear, por recurso a amplificadores de fibra dopada com Érbio. Verificaram, analítica e experimentalmente, que esta técnica só se revela eficiente para valores moderados do ganho. Posteriormente Ding e Kikuchi (1992) usaram amplificação distribuída com ganho dependente da frequência. Por simulação mostraram que uma fibra dopada ligeiramente com iões Érbio, com dispersão desviada e com baixas perdas, podem observar-se propagação estável de impulsos com uma largura de 810 *fs* para uma distância de 30 *km*. A amplificação cujo ganho possui uma largura de banda limitada tem sido empregue em lasers de impulsos ultra-curtos e linhas de transmissão (Kurokawa e Nakazawa, 1991; Sorokina *et al*, 1997).

Nesta situação, em que apenas se considera amplificação linear e filtragem, para uma amplitude estacionária unitária, a equação (6.10) toma a seguinte forma:

$$15\delta - 5\beta - \frac{12}{5}\frac{\tau_R^2}{\beta} = 0 \quad (6.22)$$

sendo o ponto de equilíbrio $\eta_a = 1$ e $k_a = -\frac{2}{5}\frac{\tau_R}{\beta}$.

Verifica-se, da equação (6.22), que em virtude do parâmetro de filtragem tomar valores positivos, o valor do excesso de ganho terá de ser positivo, por forma a que a condição de equilíbrio seja satisfeita. Pode verificar-se também que quanto maior for o valor do parâmetro de filtragem, menor será o módulo do desvio da frequência.

Na resolução numérica do sistema (6.8- 6.9) considerou-se $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$ e $\delta = 0.0343$ e $\varepsilon = \mu = 0$. Para este conjunto de parâmetros a equação (6.10) apenas admite uma solução real, a de amplitude unitária, correspondente ao caso i) da secção (6.3).

Na figura 6.4 está representado o espaço de fases correspondente.

Pela figura 6.4 pode verificar-se a existência de apenas um ponto crítico. Os valores próprios, obtidos a partir da equação (6.20), são respectivamente $\lambda_i = -0.133 \pm$

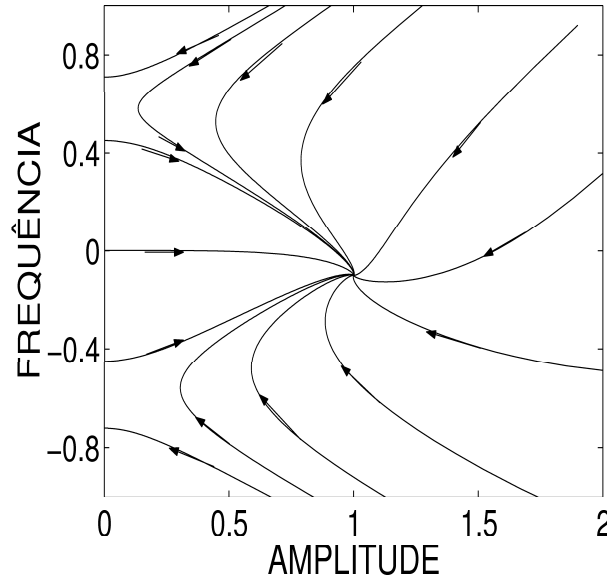


Figura 6.4: Espaço de fases para os seguintes valores dos parâmetros $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = 0.0343$, e $\varepsilon = \mu = 0$.

$i0.03(3)$. Em virtude de serem complexos conjugados, cuja parte real é negativa, o ponto crítico é um ponto espiral estável, evoluindo o sistema para este estado.

Pela mesma figura, pode observar-se também, que há ondas de pequena amplitude, (ondas lineares), que são amplificadas conjuntamente com o impulso solitário. Este facto é devido ao valor positivo do parâmetro do excesso de ganho linear. A amplificação das ondas lineares pode revelar-se significativa, se houver interferência destas com o impulso solitário, podendo ocorrer a destruição do mesmo, embora o ponto de equilíbrio seja estável.

A fim de se validarem estes resultados, resolveu-se numericamente a equação (6.7), para o mesmo conjunto de valores dos parâmetros, com uma condição inicial do tipo *secante hiperbólica*.

Os resultados estão representados nas figuras 6.5 a) e b).

De facto, pela figura 6.5 a), verifica-se que, numa fase inicial, a propagação do impulso é estável, deslocando-se este a uma velocidade inferior à de grupo. Em virtude da trajectória ser rectilínea, a velocidade é constante. Tal sucede se a distribuição espectral do excesso de ganho for adequada para compensar o desvio em frequência devido ao efeito de Raman. Pela figura 6.5 b) observa-se que ocorre inicialmente um pequeno desvio em frequência, mantendo-se a frequência de pico inalterada, no troço do percurso onde ocorre propagação estável, i.e., para cerca de 80 distâncias normalizadas.

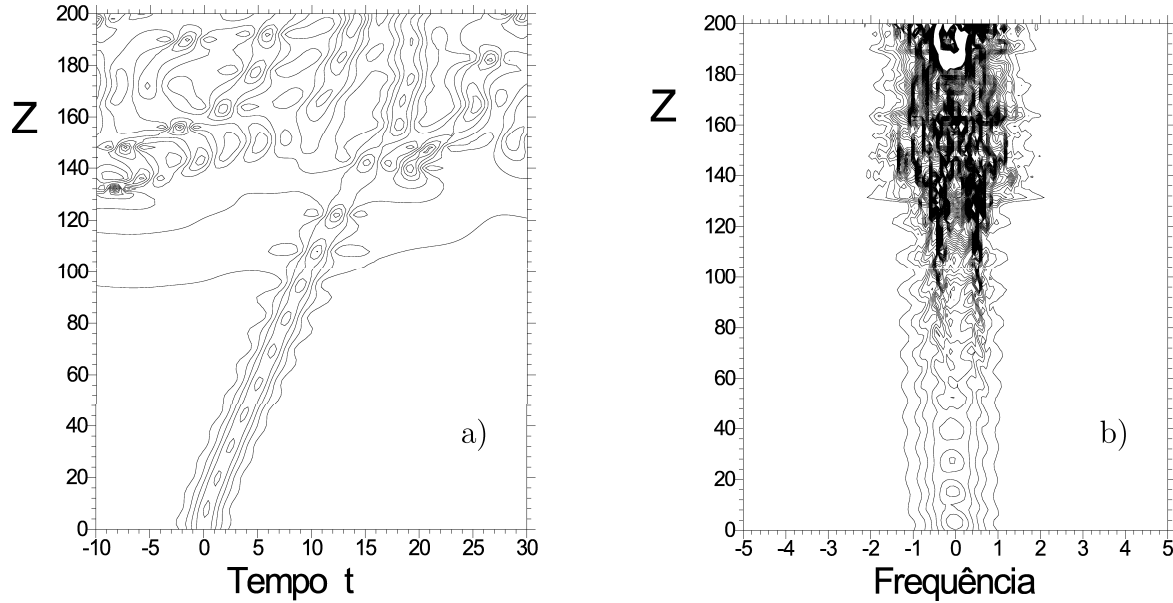


Figura 6.5: Isolinhas, em a) de amplitude e em b) do espectro para os seguintes valores dos parâmetros $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = 0.0343$, e $\varepsilon = \mu = 0$, para 200 distâncias normalizadas.

Embora não se apresentem os resultados, verificou-se também que o espaço de fases, para $\tau_R = 0.1$, correspondente aos mesmos valores de equilíbrio para η e k , apresenta a mesma configuração, embora a evolução para este estado seja mais rápida. A simulação para estes parâmetros mostrou, no entanto, que o impulso se destruía mais rapidamente, i. e., a propagação só é estável para cerca de 50 distâncias normalizadas. Tal sucede em virtude do valor do parâmetro de excesso de ganho ser mais elevado, que na situação analisada anteriormente.

6.3.4 Filtragem, Amplificação Linear e Amplificação Não-Linear

O uso de ganho não-linear, em lasers e linhas de transmissão, revela-se eficiente na redução da instabilidade de fundo e na estabilização do sinal, tal como se estudou no capítulo 4. Nesta secção considerou-se apenas ganho não-linear na ausência de saturação ($\mu = 0$). Relativamente a esta técnica de controlo consideraram-se duas situações distintas: sendo o parâmetro do excesso de ganho linear num caso i) positivo e no outro ii) negativo.

Na ausência da saturação do ganho, e para uma amplitude estacionária unitária, a

equação (6.10) toma a seguinte forma:

$$\delta - \frac{4}{25} \frac{\tau_R^2}{\beta} + \frac{1}{3}(2\varepsilon - \beta) = 0 \quad (6.23)$$

i) $\delta > 0$

Na figura 6.6 está representado o espaço de fases referente aos seguintes parâmetros: $\tau_R = 0.025$, $\delta = 0.0025$, $\beta = 0.025$ e ganho não-linear, $\varepsilon = 0.01475$. Para este conjunto de parâmetros a equação (6.12) só admite uma solução real, de amplitude unitária. Esta situação corresponde ao caso i) da secção(6.3).

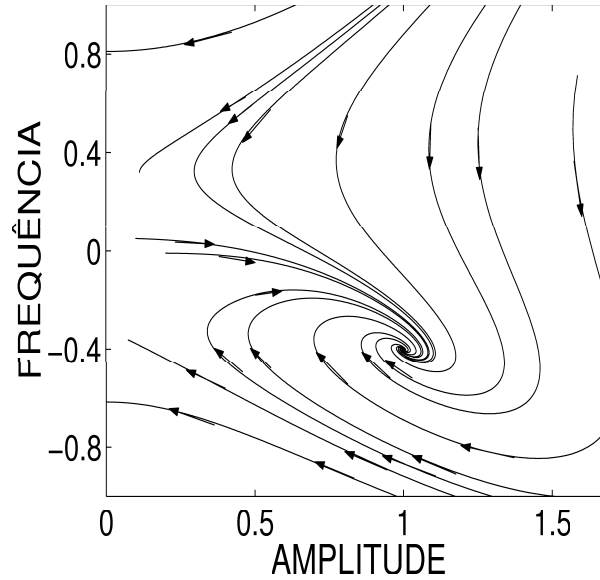


Figura 6.6: Espaço de fases para os seguintes valores dos parâmetros: $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.025$, $\delta = 0.0025$, $\varepsilon = 0.01475$, e $\mu = 0$.

Pela figura 6.6 pode verificar-se a existência de um ponto crítico. Os valores próprios, dados pela equação (6.20), são $\lambda_i = -0.0136(6) \pm i 0.026$. Está-se na presença de um ponto espiral estável, em virtude da parte real dos valores próprios ser negativa. No entanto, é também perceptível, a partir da figura 6.6, que ondas de pequena amplitude são amplificadas conjuntamente com o impulso, o que poderá causar a destruição do mesmo.

A resolução numérica da equação (6.7) permite validar as previsões da Teoria das Perturbações, para o mesmo conjunto de valores dos parâmetros. Os resultados obti-

dos por via numérica, e para uma condição inicial do tipo *secante hiperbólica*, estão representados na figura 6.7.

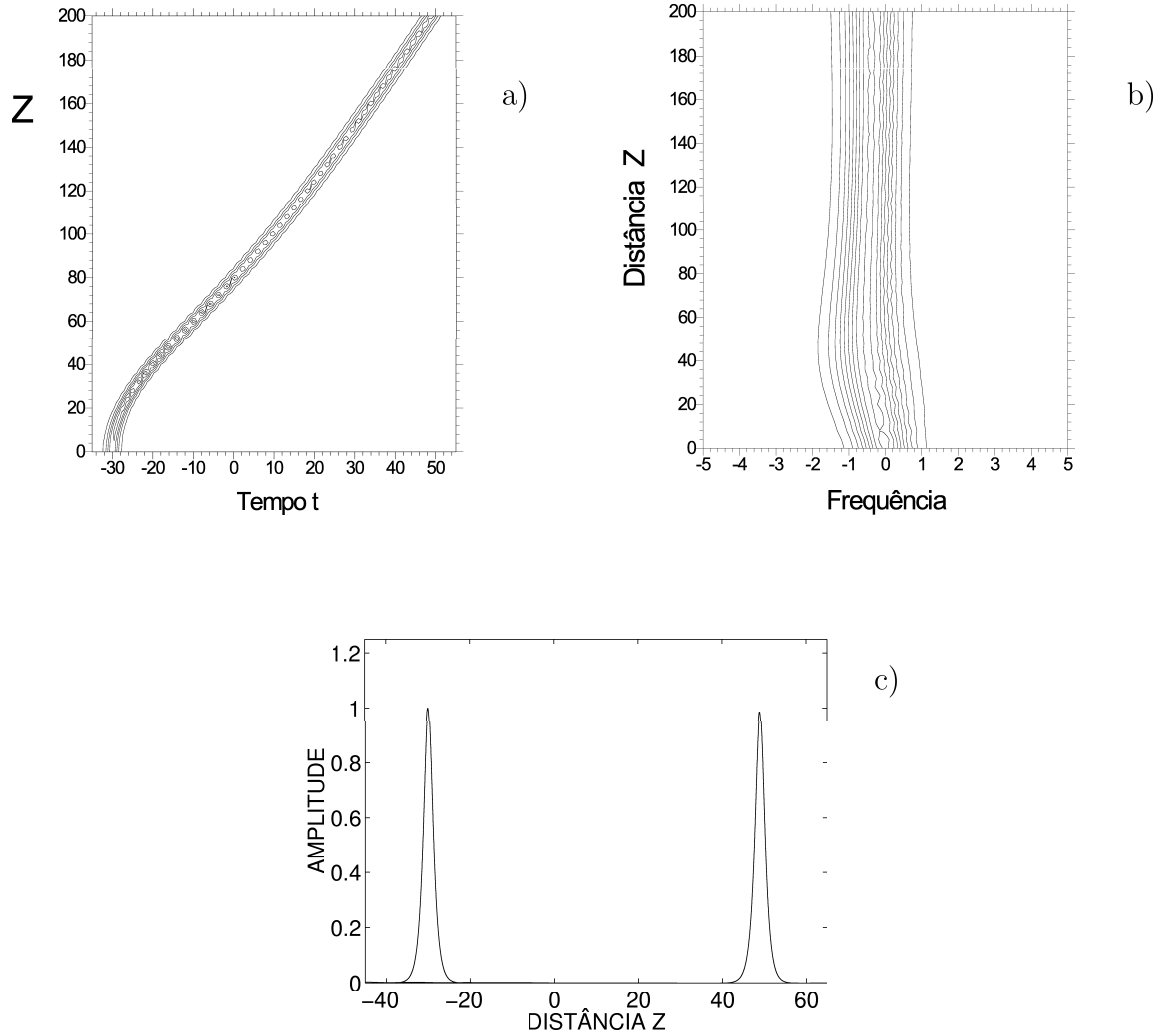


Figura 6.7: Isolinhas, a) da amplitude e b) do espectro, correspondentes à propagação de um impulso *secante hiperbólica* ao longo de 200 distâncias normalizadas. c) Perfis inicial e final. Os valores dos parâmetros considerados são $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = 0.0025$, $\varepsilon = 0.01475$, e $\mu = 0$.

Na figura 6.7 a) estão representadas as isolinhas da amplitude, para uma propagação do impulso ao longo de 200 distâncias. Assim, pode verificar-se que a propagação do impulso é estável, não se observando a interferência das ondas lineares com o mesmo. Pode observar-se que o impulso se propaga a uma velocidade inferior à de grupo. A velocidade só toma um valor constante apenas após a propagação ao longo de cerca de 80 distâncias normalizadas, aproximadamente.

De facto, e pela figura 6.7 b), pode verificar-se que, numa fase inicial da propagação, ocorre um desvio em frequência. Pela mesma figura, constata-se também que a estabilização da frequência de pico do impulso, ocorre apenas após a sua propagação ao longo de cerca de 80 distâncias normalizadas. Apesar do desvio em frequência, e após a estabilização da frequência de pico, não se observa um alargamento espectral significativo comparativamente ao espectro do impulso inicial.

Pela figura 6.7 c), onde estão representados os perfis inicial e final, verifica-se que a amplitude do impulso inicial evoluiu para um valor ligeiramente inferior, mantendo-se a forma do impulso praticamente inalterada. Não se observa a existência de patamares laterais no impulso, apesar de se ter $\delta > 0$.

ii) $\delta < 0$

Os parâmetros considerados, neste caso, são os seguintes $\tau_R = 0.025$, $\delta = 0.0025$, $\beta = 0.1$, $\varepsilon = 0.0553$, e $\mu = 0$. Para este conjunto de valores dos parâmetros a equação (6.12) admite duas soluções reais, $\eta_{a1} \simeq 1.0$ e $\eta_{a2} \simeq 1.6$.

Na figura 6.8 está representado o espaço de fases para o conjunto de parâmetros referido, correspondendo ao caso ii) da secção(2.3).

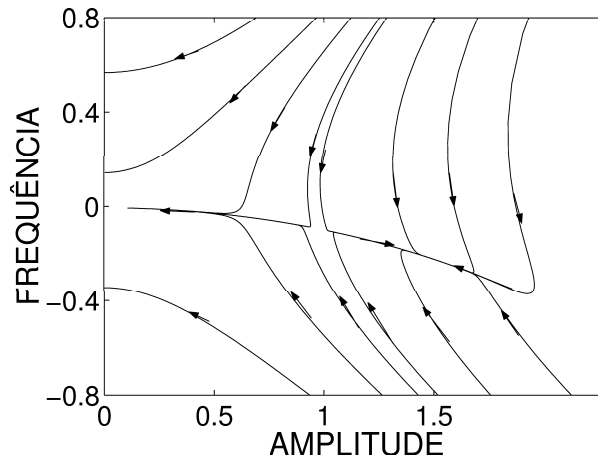


Figura 6.8: Espaço de fases para os seguintes valores dos parâmetros: $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$ e $\delta = -0.0025$, $\varepsilon = 0.0553$, e $\mu = 0$.

Desta figura pode observar-se a existência de dois pontos críticos. Para o de amplitude unitária, η_{a1} , os valores próprios obtidos são $\lambda_1 = 0.0653$ e $\lambda_2 = -0.1231$. Em virtude de se ter, $\lambda_1 \lambda_2 < 0$, este ponto crítico é um ponto de sela. Para $\eta_{a2} \simeq 1.6$, os va-

lores próprios obtidos, a partir da equação (6.20), foram $\lambda_1 = -0.0192$ e $\lambda_2 = -0.2853$. Neste caso $\lambda_1 \lambda_2 > 0$, pelo que o ponto crítico é um nó estável.

Pela figura 6.8 verifica-se o decaimento de ondas de pequena amplitude, em virtude de se ter $\delta < 0$. Nesta situação, a solução estacionária, para o mesmo conjunto de valores dos parâmetros, corresponde a um impulso estável, verificando-se que o 'background' é também estável. Esta situação, em que a solução e o 'background' são simultaneamente estáveis, só é possível em virtude de se estar na presença do efeito de Raman. De facto, e tal como se verificou no capítulo 4, para $\varepsilon > 0$ e $\mu = 0$, a uma solução estável corresponde um 'background' instável e vice-versa.

Na figura 6.9 estão representados os resultados das simulações referentes aos mesmos valores dos parâmetros usados na construção do espaço de fases ($\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$ e $\delta = -0.0025$, $\varepsilon = 0.0553$ e $\mu = 0$). Considerou-se para condição inicial um impulso com a forma de uma secante hiperbólica.

Pela figura 6.9 a) pode verificar-se a propagação estável do impulso, i.e., aparentemente não se observa interferência das ondas lineares com o impulso. Inicialmente o impulso não se propaga a uma velocidade constante, como se conclui do encurvamento da trajectória. Esta característica significa que há um desvio contínuo para frequências mais baixas, resultando na desaceleração do impulso. Após a propagação ao longo de cerca 200 distâncias verifica-se a supressão do desvio contínuo em frequência, e a trajectória passa a ser rectilínea.

Na figura 6.9 b) apresentam-se as isolinhas espectrais, que mostram o desvio em frequência no início da propagação. Observa-se também um alargamento espectral, para uma propagação até cerca de 200 distâncias normalizadas. A partir destas 200 distâncias verifica-se uma estabilização da frequência de pico.

Pela figura 6.9 c), pode verificar-se que o valor de pico da amplitude do impulso evolui para um valor ligeiramente superior ao previsto pela teoria das perturbações, $\eta_{a2} \approx 1.8$. Esta evolução ocorre ao longo das primeiras 200 distâncias normalizadas, após as quais o sinal estabiliza em virtude do impulso ter evoluído para a solução estacionária. Uma vez estabilizada a amplitude, o desvio em frequência estabiliza em virtude de ser proporcional ao quadrado do valor de pico da amplitude, tal como se pode verificar a partir da equação 6.13. Passa a mover-se a velocidade constante, tal como se observa a partir das figuras 6.9 a) e b). Por sua vez, a largura do impulso reduz-se, e por consequência o espectro alarga. Não se observa a existência de patamares laterais no impulso, nem na traseira nem na frente, em virtude de se ter $\delta < 0$.

A fim de se corroborarem os resultados apresentados anteriormente resolveu-se a

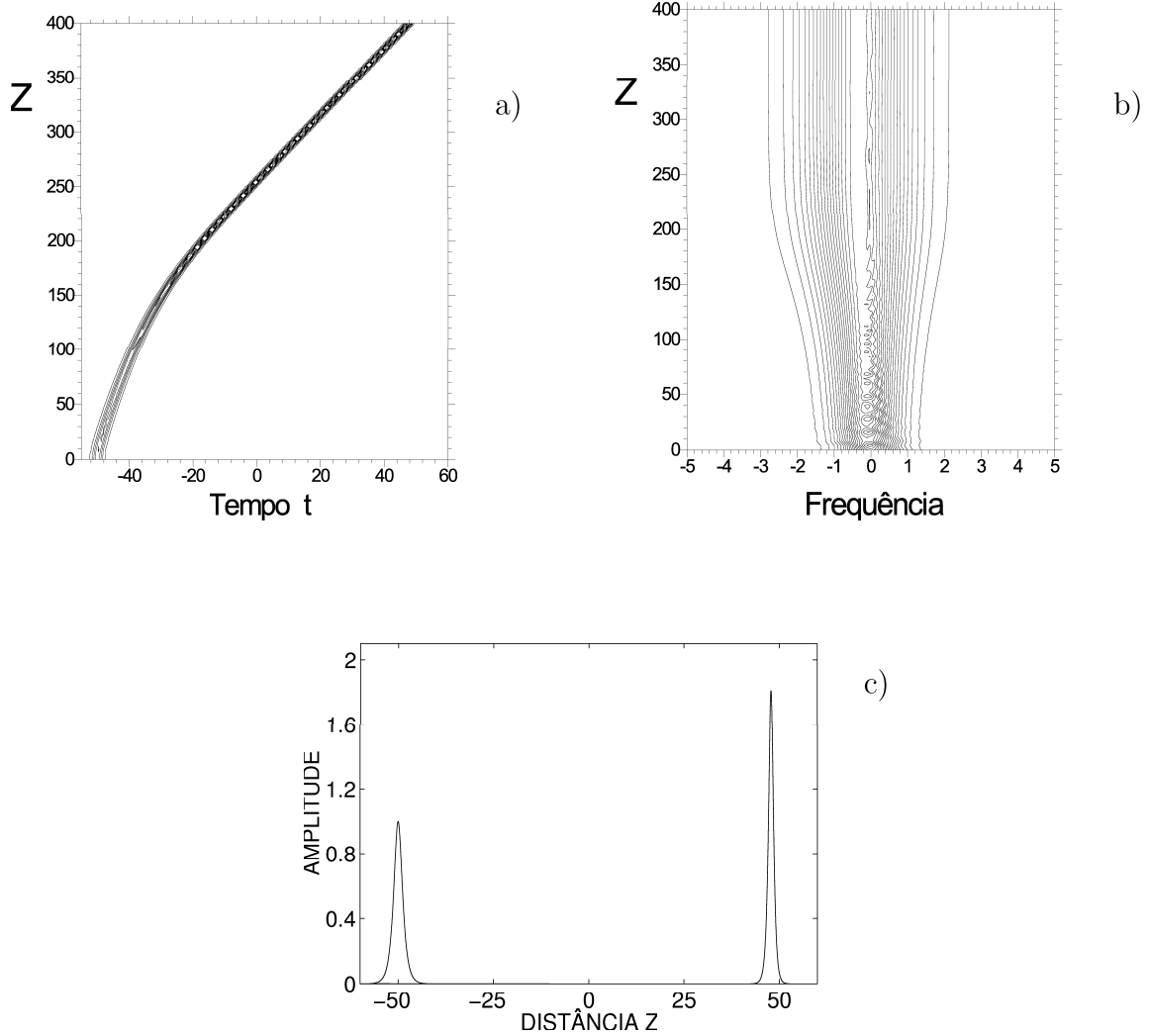


Figura 6.9: Isolinhas, a) da amplitude e b) do espectro, correspondentes à propagação de um impulso *secante hiperbólica* ao longo de 400 distâncias normalizadas. c) Perfis inicial e final. Os valores dos parâmetros considerados são $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = -0.0025$, $\varepsilon = 0.0553$, e $\mu = 0$. A condição inicial considerada foi *sech t*.

equação (6.7), com uma condição inicial $1.6 \operatorname{sech}(1.6 t)$ para o mesmo conjunto de valores dos parâmetros. Os resultados estão representados na figura 6.10.

Pela figura 6.10 a), a partir das isolinhas da evolução da amplitude, pode verificar-se que a trajectória passa a ser rectilínea logo após a propagação ao longo de cerca de 10 distâncias normalizadas. Este comportamento deve-se, sobretudo, ao facto da condição inicial considerada, neste caso, estar mais próxima da solução exacta do que

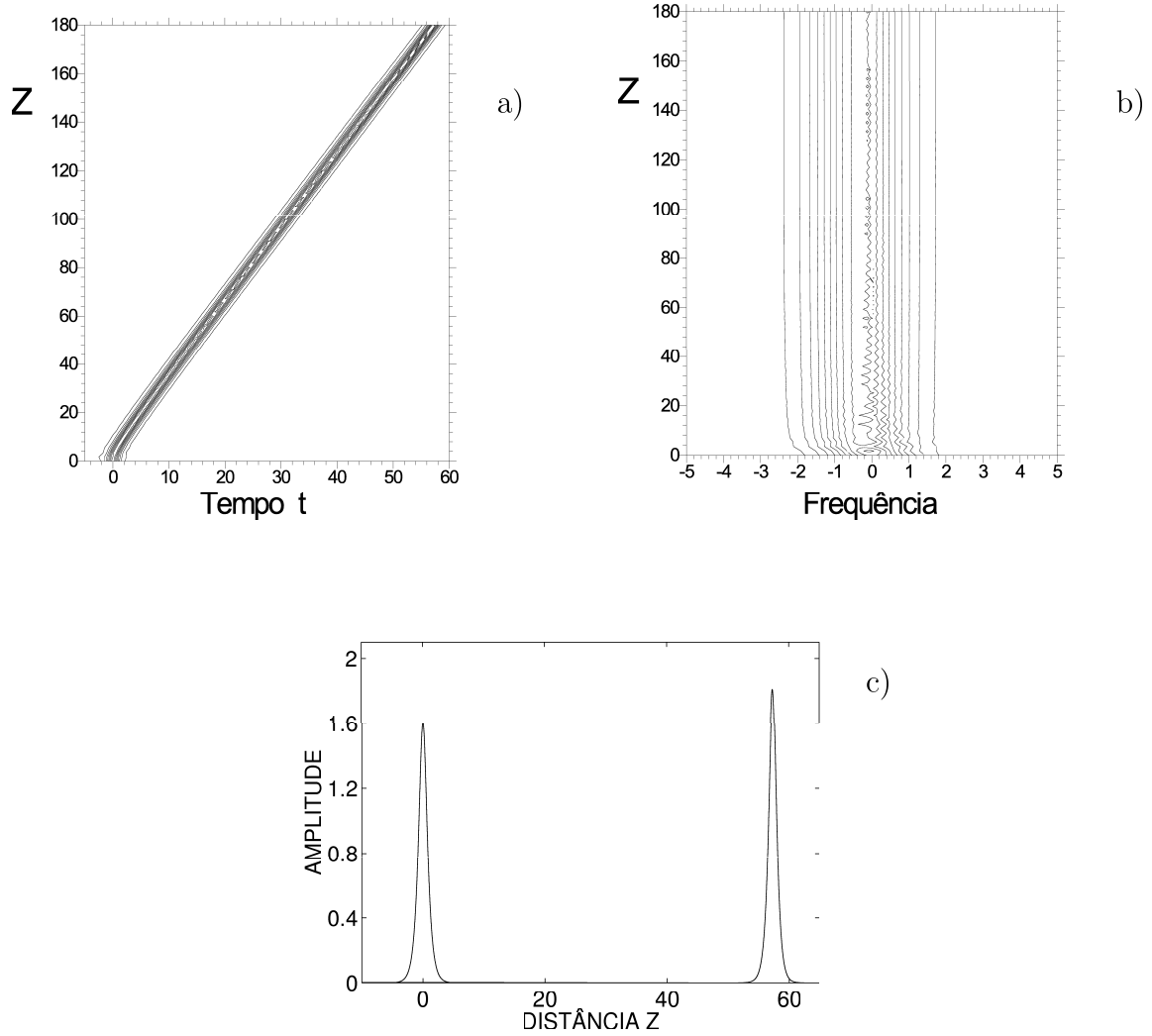


Figura 6.10: Isolinhas, a) da amplitude e b) do espectro, correspondentes à propagação de um impulso *secante hiperbólica* ao longo de 180 distâncias normalizadas. c) Perfis inicial e final. Os valores dos parâmetros considerados são $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = -0.0025$, $\varepsilon = 0.0553$, e $\mu = 0$. A condição inicial considerada foi *1.6 sech* ($1.6 t$).

a considerada na simulação anterior.

Esta conclusão é reforçada a partir da figura 6.10 b). Desta figura pode verificar-se que o desvio espectral ocorre apenas nas primeiras 10 distâncias, estabilizando em seguida. Este desvio espectral é acompanhado também por um pequeno alargamento espectral nas primeiras 10 distâncias da propagação.

Pela figura 6.10 c) pode verificar-se que o valor de pico da amplitude do impulso, no final da propagação, é ligeiramente superior ao valor previsto pela Teoria das Perturbações, $\eta_{a2} \approx 1.8$.

Esta simulação permite, assim, confirmar que o desvio espectral, sofrido pelo im-

pulso, pode ser mais rapidamente suprimido se a condição inicial for mais próxima da solução exacta.

6.3.5 Filtragem, Amplificação Linear e Amplificação Não-Linear com Saturação

A amplificação não-linear com saturação do ganho proporciona uma propagação estável dos impulsos, tal como se estudou nos capítulos 4 e 5. Também nesta secção considerar-se-ão duas situações distintas, sendo o parâmetro do excesso de ganho linear num caso i) positivo e no outro caso ii) negativo.

i) $\delta > 0$

Os parâmetros considerados foram os seguintes $\tau_R = 0.025$, $\delta = 0.01$, $\beta = 0.1$, $\varepsilon = 0.05$ e $\mu = -0.0169$. Para este conjunto de parâmetros a equação (6.12) admite apenas uma solução real, a de amplitude unitária, correspondendo ao caso i) da secção (2.3). Na figura 6.11 encontra-se representado o espaço de fases correspondente a estes parâmetros.

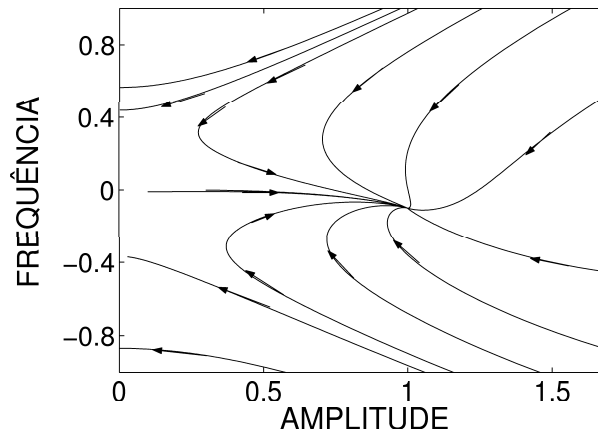


Figura 6.11: Espaço de fases para $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$, $\delta = 0.01$ e $\varepsilon = 0.05$ $\mu = -0.0169$.

A figura 6.11 mostra a existência de um ponto de crítico. Os valores próprios

obtidos são, $\lambda_1 = -0.092$ e $\lambda_2 = -0.107$. Atendendo a que $\lambda_1 \lambda_2 > 0$ o ponto crítico é um nó estável. Contudo, pode verificar-se que há amplificação de ondas de pequena amplitude, em consequência do parâmetro de excesso de ganho ser positivo.

Os resultados da simulação, correspondente a estes parâmetros encontram-se representados na figura 6.12.

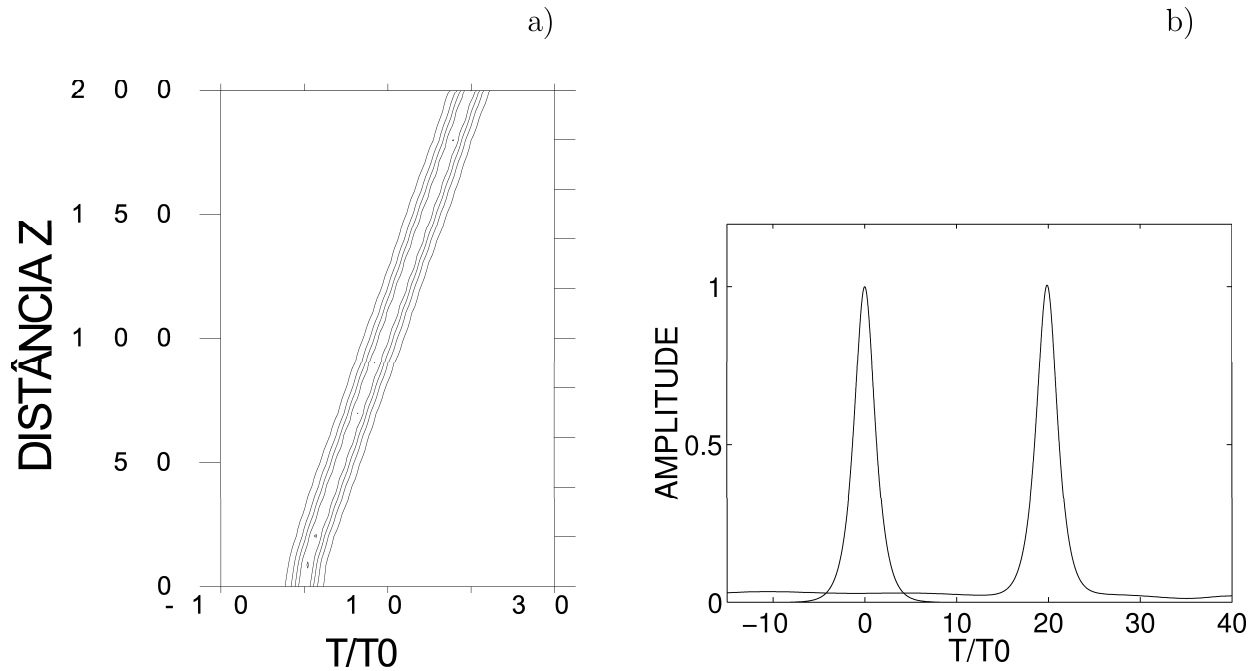


Figura 6.12: a) Isolinhas correspondentes à propagação de um impulso *secante hipérbolica*. b) Perfis inicial e final (Z final = 200 distâncias normalizadas). Os parâmetros considerados foram $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$ e $\delta = 0.01$, $\varepsilon = 0.05$ e $\mu = -0.0169$.

Pela figura 6.12 a) pode observar-se que a propagação é estável. Verifica-se ainda que, embora o impulso se mova a uma velocidade inferior à de grupo, move-se a uma velocidade constante. A propagação estável acontece mesmo para $\delta > 0$. No entanto, observa-se a partir da figura 6.12 b), a existência de um patamar lateral, que eventualmente poderá revelar-se importante na propagação simultânea de vários impulsos. Estes patamares laterais, na frente e traseira do impulso, podem ser descritos por funções de Airy, que correspondem a ondas lineares (Akhmediev *et al*, 1996).

ii) $\delta < 0$

Neste caso os parâmetros considerados foram os seguintes $\tau_R = 0.025$, $\delta = -0.0025$, $\beta = 0.1$, $\varepsilon = 0.06$ e $\mu = -0.006$. Para este conjunto de valores dos parâmetros a equação (6.12) admite duas soluções reais, $\eta_{a1} \simeq 0.61$ e $\eta_{a2} \simeq 1.0$, correspondendo ao caso ii) da secção (2.3).

O espaço de fases correspondente a estes parâmetros encontra-se representado na figura 6.13.

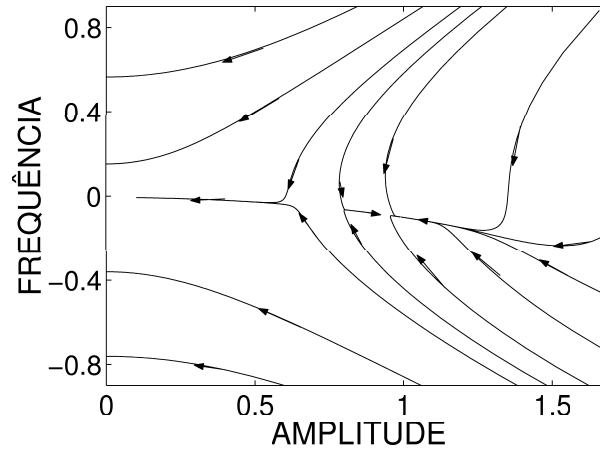


Figura 6.13: Espaço de fases para $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$ e $\delta = -0.0025$, $\varepsilon = 0.06$ e $\mu = -0.006$.

Da figura pode observar-se a existência de dois pontos críticos, um para $\eta_{a1} \simeq 0.61$ e outro $\eta_{a2} \simeq 1.0$. Para o primeiro ponto crítico os valores próprios são $\lambda_1 = 0.0047$ e $\lambda_2 = -0.0780$. Atendendo a que $\lambda_1 \lambda_2 < 0$ o ponto crítico é um ponto de sela, tal como a figura mostra. Para $\eta_{a2} \simeq 1.0$, os valores próprios são $\lambda_1 = -0.0045$ e $\lambda_2 = -0.1227$. Neste caso $\lambda_1 \lambda_2 > 0$, tendo-se um nó estável. Pode verificar-se que as ondas de pequena amplitude são atenuadas.

Os resultados da simulação estão representados na figura 6.14.

Também nesta situação se verifica uma propagação estável. O impulso move-se a uma velocidade inferior à de grupo, embora constante, tal como se pode verificar pelas figuras 6.14 a) e b). Pela figura 6.14 a) pode observar-se uma trajectória rectilínea, que corresponde a uma velocidade constante. Pela figura 6.14 b) pode verificar-se que inicialmente ocorre um pequeno desvio espectral, observando-se posteriormente a estabilização do valor da frequência de pico. Pela figura 6.14 c) pode verificar-se a

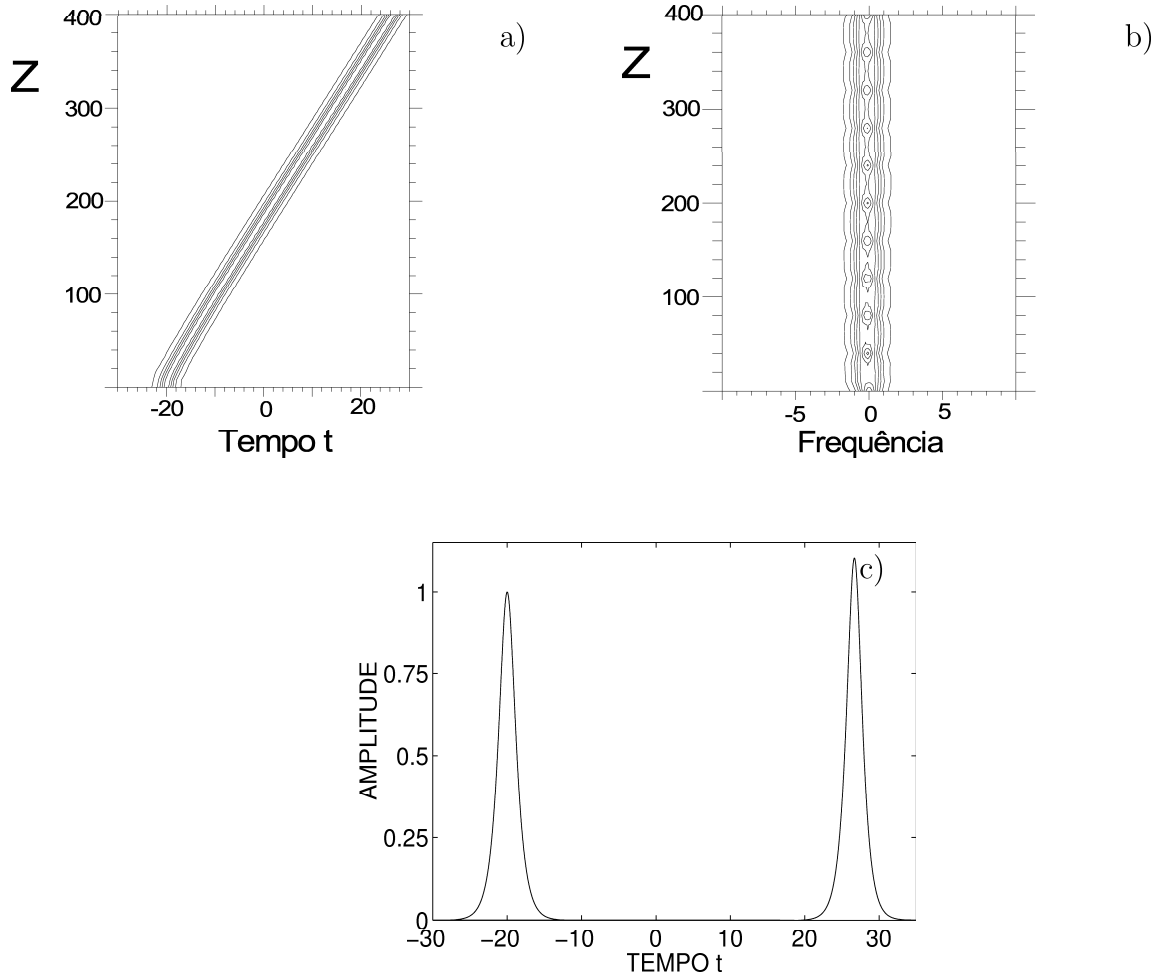


Figura 6.14: a) Isolinhas da amplitude. b) Isolinhas do espectro. c) Perfis inicial (esquerda) e final (direita). Os valores dos parâmetros considerados foram $\tau_R = 0.025$, $\beta = 0.1$ e $\delta = -0.0025$, $\varepsilon = 0.06$ e $\mu = -0.006$.

inexistência de qualquer patamar lateral no impulso, em consequência do parâmetro do excesso de ganho linear ser negativo.

6.4 Propagação de Impulsos de Amplitude Elevada

Nesta secção estudar-se-á a propagação dos dois impulsos, sendo um simples e o outro composto, sob o efeito de Raman intra-pulso. Estes impulsos foram caracterizados no capítulo 4, e considerados na formação dos estados ligados estáveis, estudada no

capítulos 5.

Estudou-se a propagação de um impulso simples, caracterizado no capítulo 4 (figura 4.18), para o seguinte conjunto de valores dos parâmetros, $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 1.5$, $\mu = -0.03$, e $\tau_R = 0.01$.

Os resultados das simulações estão representados na figura 6.15.

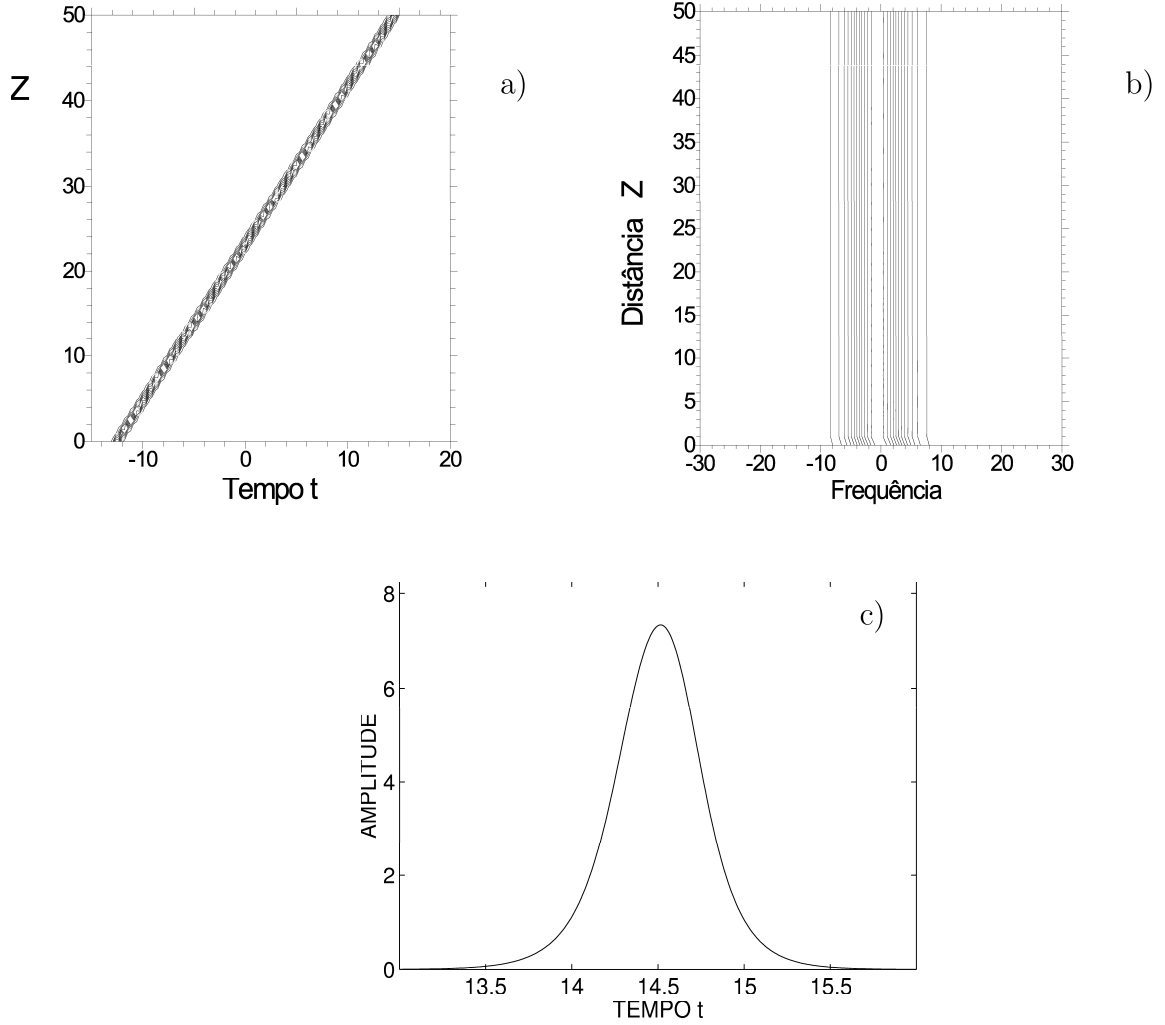


Figura 6.15: Propagação de um impulso simples. a) Perfil final após a propagação ao longo de 50 distâncias normalizadas. b) Evolução espectral do impulso. c) Isolinhas da amplitude. Os valores dos parâmetros são $\beta = 0.5$ e $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 1.5$, $\mu = -0.03$ e $\tau_R = 0.01$.

Pela figura 6.15 a) pode verificar-se que a trajetória é rectilínea, o que corresponde a uma propagação a velocidade constante. Na figura 6.15 b) está representada a evolução do espectro com a distância de propagação. Pode observar-se uma modi-

ificação espectral no início da propagação, mantendo-se o espectro inalterado no resto do percurso, apresentando apenas um pico embora com uma configuração assimétrica. Pela figura 6.15 c) pode verificar-se que o perfil final do impulso simples permanece inalterado. A consequência da modificação espectral do impulso traduz-se na alteração da sua velocidade, passando a deslocar-se com uma velocidade inferior à de grupo.

Analogamente, estudou-se um impulso composto, também caracterizado no capítulo 4 (figura 4.18), para o mesmo conjunto de valores dos parâmetros, $\beta = 0.5$ e $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 2.0$ e $\mu = -0.03$. Considerou-se $\tau_R = 0.01$.

Os resultados das simulações estão representados na figura 6.16.

Pela figura 6.16 a) pode verificar-se que a trajectória é rectilínea, apresentando a amplitude uma pequena variação periodica. Na figura 6.16 b) está representada a evolução do espectro com a distância de propagação. Pode observar-se uma modificação espectral, um ligeiro desvio para o vermelho na fase inicial da propagação, mantendo-se o espectro inalterado no resto da propagação. O espectro apresenta ainda dois picos, com intensidades distintas, separados por um vale, i.e., uma estrutura dual assimétrica. Esta modificação espectral inicial tem como consequência a diminuição da velocidade do impulso. Pela figura 6.16 c) pode verificar-se que o perfil final, do impulso composto, é assimétrico. Neste caso, embora o desvio em frequência esteja estabilizado, o impulso composto modifica o seu perfil temporal, deslocando-se a uma velocidade inferior à de grupo.

Deste modo, verificou-se, ainda que qualitativamente, que o efeito de Raman intra-pulso não afecta de modo distinto impulsos com perfis distintos.

A fim de melhor se caracterizar este comportamento, estudou-se a evolução da amplitude e da frequência em função do ganho não-linear. Os resultados foram obtidos a partir do sistema de equações (6.12 - 6.13). De salientar que os resultados apenas permitem uma discussão qualitativa, em virtude de serem obtidos a partir da teoria das perturbações e os valores dos parâmetros considerados não poderem ser considerados pequenos, tal como é requerido pela mesma teoria.

Na figura 6.17 está representada a evolução da amplitude e frequência em função do valor do ganho não-linear ε , para diferentes valores de τ_R . Os resultados foram obtidos por resolução dos sistema (6.12 - 6.13), para $\beta = 0.5$, $\delta = -0.01$ e $\mu = -0.03$.

Da figura 6.17 a) pode verificar-se que o efeito de τ_R sobre a amplitude é pouco significativo, mantendo-se esta praticamente inalterada para valores distintos de τ_R . Para os valores considerados do ganho não-linear, $\varepsilon = 1.5$ no caso do impulso simples e $\varepsilon = 2.0$ no caso do impulso composto, a amplitude prevista pela teoria das perturbações

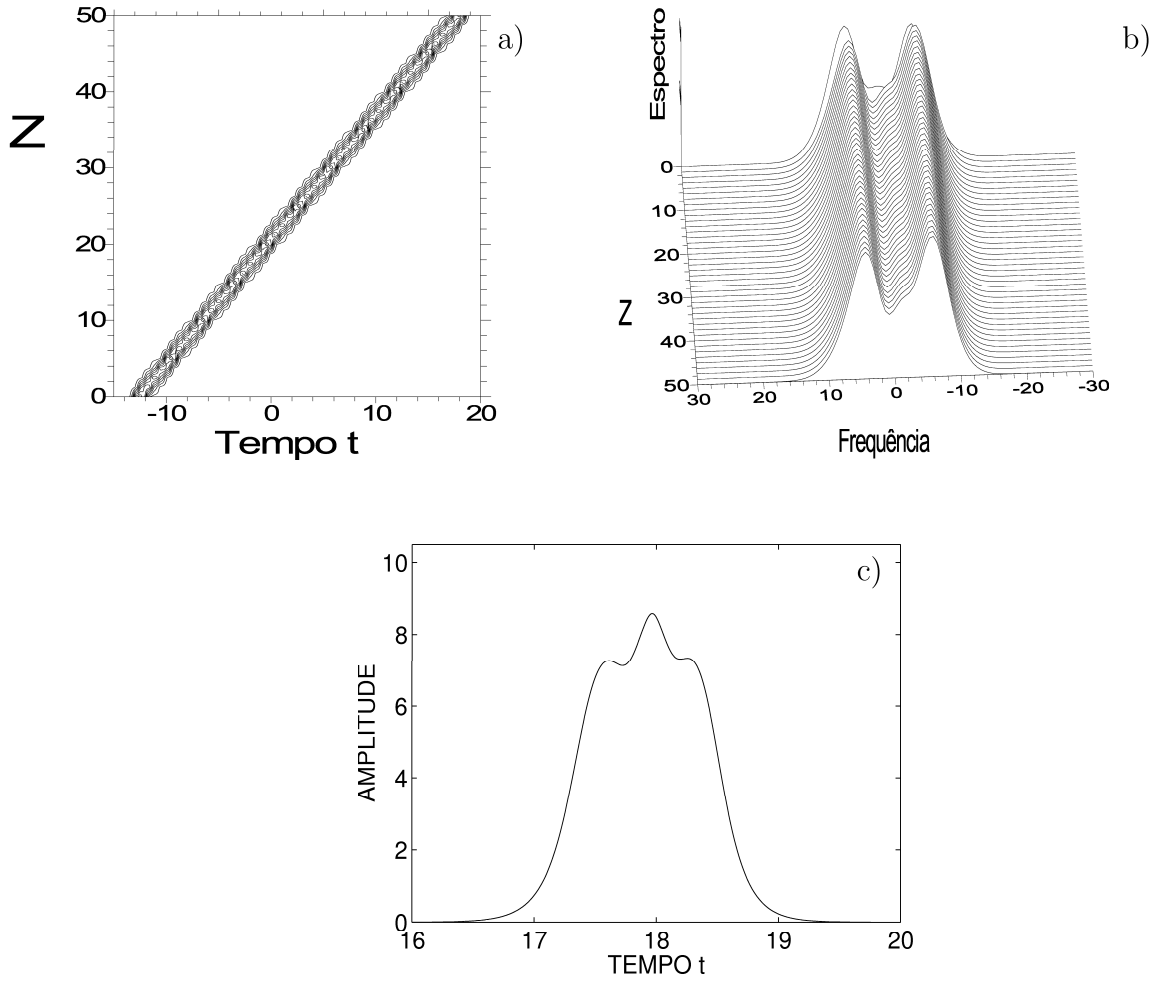


Figura 6.16: Propagação de um impulso composto. a) Perfil final após a propagação ao longo de 50 distâncias normalizadas. b) Evolução espectral do impulso. c) Isolinhas da amplitude. Os valores dos parâmetros são $\beta = 0.5$ e $\delta = -0.01$, $\varepsilon = 2.0$, $\mu = -0.03$ e $\tau_R = 0.01$.

corresponde ao valor de pico da amplitude dos impulsos. Pela figura 6.17 b) pode verificar-se que o desvio em frequência depende fortemente do valor do parâmetro de Raman, e em cada caso do valor do parâmetro do ganho não-linear, ε .

Assim, pode verificar-se que para o caso dos impulsos considerados, o desvio em frequência é maior para o impulso composto, em virtude do ganho não-linear ser também maior. Tal facto traduz-se numa maior diminuição da velocidade para o impulso composto. Este comportamento é evidente a partir das figuras 6.16 a) e 6.15 a).

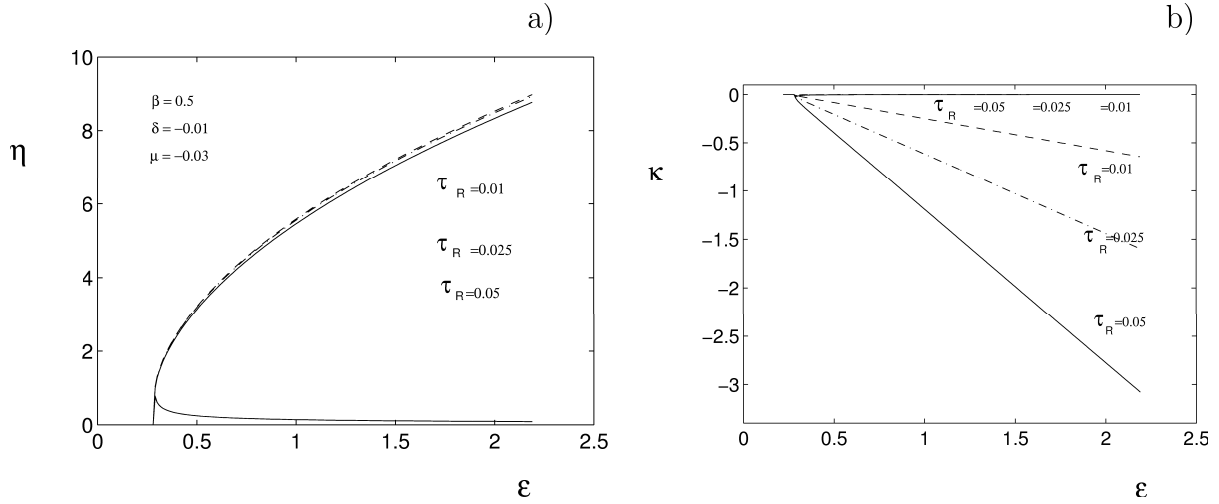


Figura 6.17: a) Evolução da amplitude e da b) frequência em função do ganho não-linear, para diversos valores de τ_R . Os valores dos parâmetros considerados estão indicados na figura a).

6.5 Conclusão

Neste capítulo estudou-se a propagação de impulsos em sistemas de fibras ópticas, sujeitos ao efeito de Raman intra-pulso e a técnicas de controlo baseadas no uso de filtros fixos, amplificação linear e amplificação não-linear. Analisou-se o sistema usando a Teoria das Perturbações, tendo-se obtido expressões analíticas para as soluções estacionárias, assim como as condições de existência. A partir do princípio da estabilidade linearizada encontraram-se as condições entre os parâmetros que garantem existência de soluções estáveis. Os resultados foram confirmados por resolução numérica da equação de propagação.

Do estudo desenvolvido no presente capítulo pode verificar-se que, o excesso de ganho linear e a filtragem, por filtros fixos, só por si, não são suficientes para garantir a propagação estável do impulso.

Se, para além destas técnicas, se usar amplificação não-linear, na ausência de saturação do ganho, poder-se-á conseguir estabilização, quer do 'background' quer do impulso, para valores de excesso de ganho negativos. Este resultado contrasta com o obtido, em condições análogas no capítulo 4, na ausência do efeito de Raman intra-pulso. No entanto, a velocidade de propagação do impulso não é constante, i.e., o movimento é retardado, se a forma do impulso inicial diferir consideravelmente da

solução estacionária.

A amplificação não-linear, com saturação do ganho, conjuntamente com amplificação linear e filtragem, é susceptível de proporcionar uma propagação estável, a velocidade constante. A propagação é beneficiada se o valor do parâmetro de excesso de ganho for negativo. Nestas condições, o impulso deixa de apresentar um extenso patamar, na traseira do impulso, tal como apresenta quando o excesso de ganho é positivo.

Estudou-se igualmente a propagação de impulsos de amplitude elevada, sendo um simples e outro composto, na presença do efeito de Raman intra-pulso. Observou-se que este efeito transforma o impulso composto num impulso composto com um perfil temporal assimétrico, o qual passa a deslocar-se a uma velocidade inferior à de grupo. Também neste caso, os resultados obtidos a partir da Teoria das Perturbações concordam, ainda que qualitativamente, com os resultados obtidos por via numérica. Verificou-se também, que o efeito de Raman intra-pulso provoca uma assimetria espectral, quer no impulso simples quer no impulso composto. Contudo, o impulso simples mantém a sua estrutura mono-pico, e o impulso composto mantém a sua estrutura dual.

Os resultados obtidos são relevantes, tanto no âmbito da propagação dos impulsos ultra-curtos em sistemas de comunicação a longa distância, bem como no âmbito dos lasers de solitões em fibras ópticas.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas de Trabalho Futuro

O objectivo do presente trabalho foi o de estudar algumas técnicas de controlo da propagação de impulsos, do tipo onda solitária, em sistemas de comunicações por fibra óptica.

No capítulo 2 foi feita uma revisão sobre as principais características da propagação de impulsos em fibras ópticas ideais. Estudou-se a propagação de impulsos com perfis iniciais distintos, sob a acção da dispersão da velocidade de grupo (GVD), bem como da auto-modulação da fase (SPM). O solitão surge como uma entidade que se propaga sob a acção conjunta destes dois efeitos, mantendo a sua forma inalterada. A propagação de impulsos na presença destes dois efeitos é descrita com base na equação NLS.

Apresentaram-se algumas soluções da NLSE, nomeadamente, o solitão fundamental, a solução dois solitões, a solução *breather* e alguns casos particulares desta última solução. Observou-se a geração de um trem de impulsos a partir de uma onda contínua, por efeito da instabilidade modulacional. Estudou-se também a propagação de impulsos rectangulares, tendo-se verificado que os mesmos tendem a evoluir para uma dada solução do sistema, podendo o estado final diferir em função da energia do impulso inicial.

A fim de se compensarem as perdas de energia na fibra, torna-se necessário a amplificação periódica do sinal óptico. Um dos problemas levantado pela amplificação prende-se com o ruído de emissão espontânea dos amplificadores, que dá origem ao jitter de Gordon-Haus. Para controlar este efeito torna-se necessário o uso de filtros.

No capítulo 3 estudou-se a propagação de impulsos na presença de ganho linear

e filtragem. Consideraram-se duas técnicas de filtragem distintas para o controlo do jitter temporal: filtros fixos e filtros de frequência deslizante.

Por recurso aos filtros fixos observou-se que a difusão temporal aumenta apenas linearmente com a distância percorrida, em contraste com a dependência cúbica. Para impulsos semelhantes à solução estacionária a propagação é relativamente estável. Contudo, a não se verificar esta característica, uma parte da energia é convertida em radiação que é amplificada posteriormente, e interacciona com o solitão, podendo causar a destruição do mesmo. Verificou-se também que a eficiência depende fortemente da forma do impulso inicial. Dada a complexidade deste factor, torna-se difícil a sua implementação prática.

Obteve-se uma expressão analítica para a variância do jitter controlado por filtros de frequência deslizante, com a inclusão do termo de 3ª ordem no resultado. Verificou-se que a redução do *jitter* de Gordon-Haus é inferior à observada para filtros fixos com a mesma potência, sendo mais eficaz para deslizamento para frequências inferiores.

A instabilidade de fundo pode ser controlada usando filtros de frequência deslizante, em virtude de o solitão acompanhar o deslizamento em frequência dos filtros, contrariamente ao observado para as ondas lineares. Contudo, a separação do ruído do sinal, afigura-se mais eficiente para deslizamento para frequências superiores, em virtude do excesso de ganho linear necessário ser inferior para deslizamento para frequências inferiores. Obteve-se uma expressão analítica para o valor máximo do coeficiente de deslizamento em função dos parâmetros do sistema, tendo em linha de conta os termos de 2ª e 3ª ordens na expansão da função de transferência do filtro.

Verificou-se que, em consequência da aceleração ou desaceleração ao longo da linha de transmissão, a forma dos impulsos se torna assimétrica. Particularmente no caso de deslizamento para frequências superiores, a traseira do impulso apresenta um patamar de extensão considerável face à extensão da base do impulso.

Em alternativa ao uso de filtros de frequência deslizante, o controlo da instabilidade de fundo pode ser conseguido por recurso ao ganho não-linear.

No capítulo 4 estudou-se a propagação de impulsos na presença de filtragem e ganho linear e não linear.

A propagação na presença de ganho não-linear, sem saturação, permite a estabilização do sinal, dentro de certos limites, ($z = \delta^{-1}$), desde que se considere uma combinação adequada dos ganhos linear e não-linear.

Para os impulsos de amplitude fixa, verificou-se que esta técnica de controlo não é particularmente sensível à forma do impulso, em contraste com o observado para a

filtragem fixa. A largura final dos impulsos pode ser determinada por uma escolha adequada dos parâmetros do sistema, nomeadamente do excesso de ganho linear, da potência do filtro e do ganho não-linear. A migração de um dado impulso, para o estado estacionário, é tanto mais rápida, quanto mais próxima estiver a sua energia inicial da energia da solução estacionária.

Observou-se um efeito de compressão para os impulsos de amplitude fixa e os de amplitude arbitrária.

No caso dos impulsos de amplitude arbitrária a relação entre a amplitude e a sua largura é determinada unicamente pela potência do filtro. Uma consequência prática desta característica é o efeito de compressão observado para este tipo de impulsos. Neste caso particular, e dentro de certos limites, a compressão ocorre sem absorção ou dissipação de energia, observando-se o reajustamento do impulso para uma das possíveis soluções analíticas permitidas. Esta propriedade poderá ter aplicações tecnológicas importantes, nomeadamente, na construção de lasers de solitões.

Na presença de ganho não-linear, com saturação, verificou-se que as soluções de amplitude arbitrária são estáveis.

Estudaram-se também as condições de estabilidade para os impulsos de amplitude fixa, no âmbito da teoria das perturbações. As soluções obtidas pertencem à mesma família de soluções que os solitões de amplitude arbitrária da CGLE cúbica. Obteve-se uma expressão para o limite inferior da região de existência, destas soluções no plano (β, ε) . Verificou-se também, que o valor mínimo da amplitude apresenta uma dependência da razão entre o parâmetro do excesso de ganho e o termo de saturação do ganho. E por fim, caracterizaram-se os impulsos simples e compostos, apresentando estes últimos dois tipos de soluções: os estreitos e os largos.

A fim de se maximizar o débito binário, é necessário introduzirem-se impulsos consecutivos o mais próximo possível uns dos outros. No entanto, esta proximidade pode originar interações mútuas significativas, e limitar severamente a eficácia de um dado sistema de comunicações. O controlo da interacção pode ser feito com base nas técnicas empregues na redução do jitter temporal e no controlo da instabilidade de fundo.

No capítulo 5 estudou-se a interacção entre solitões com base nas técnicas de controlo estudadas em capítulos anteriores.

Assim, verificou-se que, na ausência de perturbações externas, a interacção pode ser controlada, i.e. as colisões entre impulsos podem ser retardadas ou mesmo evitadas, se os impulsos consecutivos possuírem amplitudes distintas ou, em alternativa, uma diferença de fase.

Na presença de filtragem, por filtros fixos, e ganho linear, as colisões entre impulsos, em fase e com amplitudes iguais, podem ser retardadas, mas não evitadas. A propagação é afectada significativamente pela instabilidade de fundo, podendo verificar-se a destruição dos impulsos.

A filtragem, por filtros de frequência deslizante, permite controlar eficazmente a interacção entre impulsos. Verifica-se que o espaçamento entre os impulsos estabiliza num valor que depende da separação inicial.

O uso de filtros fixos, amplificação linear e não-linear, permite controlar a instabilidade de fundo, mas não permite evitar a colisão entre solitões, em fase e com amplitudes iguais. No entanto, a introdução de uma diferença de fase, ou em alternativa, de uma diferença de amplitudes adequadas, permite controlar a interacção entre impulsos. Este comportamento verificou-se tanto para solitões de amplitude arbitrária como para solitões de amplitude fixa.

Estudou-se a formação e a estabilidade de estados ligados, por recurso à equação quártica de Ginzburg-Landau e ao plano de interacção. Identificaram-se estados ligados estáveis e instáveis. Os estados ligados estáveis formam-se, quer entre impulsos simples, quer entre impulsos compostos. A diferença de fase entre os impulsos é de $\pm\pi/2$.

A partir da solução dois solitões construíram-se as soluções multi-soliton, quer para impulsos simples, quer para impulsos compostos. Os valores do espaçamento e da diferença de fase relativa, entre impulsos consecutivos, são iguais aos encontrados para a solução dois solitões.

Os impulsos ultra-curtos para além de permitirem aumentar o débito binário nos sistemas de comunicação, têm diversas aplicações tecnológicas em vários domínios, como por exemplo em ciências médicas. Contudo, devido à sua reduzida largura, estão sujeitos a efeitos de ordem superior, como por exemplo a dispersão de 3ª ordem e o efeito de Raman intra-pulso. O controlo destes efeitos pode ser feito por recurso a filtros fixos, amplificação linear e não linear.

No capítulo 6 estudou-se a propagação de impulsos ultra-curtos. Neste estudo apenas se considerou o efeito de Raman intra-pulso. Caracterizou-se a propagação de um impulso na presença do efeito de Raman, tendo-se observado uma variação contínua da velocidade. Verificou-se que o efeito de Raman intra-pulso pode ser eliminado por filtragem e amplificação linear e não linear com saturação, observando-se a redução de patamares espúrios para um valor negativo quer do excesso de ganho, quer do parâmetro de saturação.

Estudou-se igualmente a propagação de impulsos de amplitude elevada, sendo um

simples e outro composto, na presença do IRS. Verificou-se que o impulso composto se transforma num impulso composto com um perfil temporal assimétrico, o qual passa a deslocar-se a uma velocidade inferior à de grupo.

Verificou-se também, que o efeito de Raman intra-pulso provoca uma assimetria espectral, quer no impulso simples quer no impulso composto. Contudo, o impulso simples mantém a sua estrutura mono-pico, e o impulso composto mantém a sua estrutura dual.

De seguida apresentar-se-ão algumas sugestões para trabalho futuro.

Um dos tópicos a desenvolver será o da propagação de impulsos na presença de ruído, no âmbito da CGLE quântica.

Será também desejável um estudo de interacção entre solitões que se propagam em diferentes canais, tal como acontece nos sistemas WDM.

Pelas potencialidades que oferece, será pertinente um estudo mais aprofundado sobre a interacção entre solitões na presença de filtragem por filtros de frequência deslizante, focado sobre a possibilidade da formação de estados ligados.

Fica por delimitar a região de existência dos estados ligados.

A interacção entre impulsos de topo achatado, poderá também revelar-se de especial importância, na medida em que estas soluções se apresentarem estáveis e com uma largura quase constante.

Outro tópico a desenvolver será o de se estudar a propagação de impulsos, com dispersão gerida, na presença de filtragem, ganhos linear e não-linear.

Por outro lado, será ainda importante estudar a propagação de solitões ultra-curtos na presença da auto-inclinação e da dispersão não-linear, conjuntamente com a dispersão de ordem elevada e efeito de Raman intra-pulso. Será também conveniente investigar a formação de estados ligados na presença destes efeitos de ordem elevada.

Apêndice A

Equação de Propagação

Neste apêndice apresentar-se-á uma dedução da equação de Schrödinger não-linear, NLSE, que descreve a propagação de um impulso numa fibra óptica, sob os efeitos da não-linearidade e da dispersão.

A.1 Dedução da NLSE

A propagação dos campos ópticos em fibras é governada pelas equações de Maxwell. No Sistema Internacional de Unidades estas equações tomam a forma:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial \tau} \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial \tau} \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Sendo \vec{E} e \vec{H} os campos eléctrico e magnético, respectivamente, e \vec{D} e \vec{B} as densidades de fluxo correspondentes, também designadas por vectores deslocamento eléctrico e indução magnética. Estes últimos representam a resposta do meio aos campos eléctrico e magnético. O vector densidade de corrente e a densidade de carga são \vec{J} e ρ_f , respectivamente, e representam as fontes do campo electromagnético. Na ausência de cargas livres, em meios dieléctricos, como por exemplo as fibras ópticas, tem-se $\vec{J} = 0$ e $\rho_f = 0$.

As densidades de fluxo, \vec{D} e \vec{B} , dependem dos campos eléctrico e magnético, \vec{E} e \vec{H} , através das seguintes relações constitutivas:

$$\vec{D} = \epsilon_o' \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{A.5})$$

$$\vec{B} = \mu_o' \vec{H} + \vec{M} \quad (\text{A.6})$$

sendo ϵ_o' e μ_o' , respectivamente, a permissividade eléctrica ou constante dieléctrica e a permeabilidade magnética no vácuo. \vec{P} e \vec{M} representam as polarizações eléctrica e magnética induzidas. Para um meio não magnético, como é o caso das fibras ópticas, tem-se $\vec{M} = 0$.

A fim de se obter a equação de propagação, aplica-se o operador rotacional à equação A.1 e por A.2, A.5 e A.6, podem eliminar-se \vec{B} e \vec{D} , obtendo-se,

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial \tau^2} - \mu_o' \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial \tau^2} \quad (\text{A.7})$$

representando c a velocidade da luz no vácuo, atendendo a que $\epsilon_o' \mu_o' = 1/c^2$.

É necessário obter-se uma relação entre a polarização induzida \vec{P} e o campo eléctrico \vec{E} . Se a frequência óptica for próxima de uma frequência de ressonância do meio, em geral a expressão para \vec{P} requer uma aproximação quântica. Contudo, longe da região de ressonância, tal como sucede para fibras ópticas na gama de comprimentos de onda $0.5 - 2\mu m$, \vec{P} pode ser aproximado por:

$$\vec{P} = \epsilon_o' \left(\chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(2)} : \vec{E}\vec{E} + \chi^{(3)} : \vec{E}\vec{E}\vec{E} + \dots \right) \quad (\text{A.8})$$

$\chi^{(j)}$ ($j=1,2,\dots$) é o tensor susceptibilidade, de ordem $j + 1$. A contribuição dominante para \vec{P} é dada pela susceptibilidade linear $\chi^{(1)}$. Os seus efeitos são incluídos através do índice de refração, n , e do coeficiente de atenuação, α . A susceptibilidade de 2ª ordem, $\chi^{(2)}$, é responsável por efeitos não lineares tais como a geração de 2º harmónico e a geração de frequência soma. No caso das fibras ópticas, em virtude da molécula de sílica (SiO_2), ser simétrica, $\chi^{(2)}$ tem uma contribuição nula. De referir que os momentos quadripolar eléctrico e dipolar magnético podem contribuir, de modo pouco significativo, para os efeitos não-lineares de 2ª ordem. Os efeitos devidos à susceptibilidade de 3ª ordem, $\chi^{(3)}$, são, por exemplo, a geração de 3º harmónico, mistura de quatro ondas e a refração não-linear. Excepto se forem feitas diligências para que

se verifique a condição de 'phase matching', os processos que envolvem a geração de novas frequências revelam-se pouco eficientes em fibras ópticas. Os efeitos mais significativos são devidos à refração não-linear. Pelo que se considerou anteriormente, \vec{P} pode escrever-se do seguinte modo:

$$\vec{P}(\vec{r}, \tau) = \vec{P}_L(\vec{r}, \tau) + \vec{P}_{NL}(\vec{r}, \tau) \quad (\text{A.9})$$

correspondendo \vec{P}_L à parte linear e \vec{P}_{NL} à parte não-linear, do vector polarização induzida. Estas relacionam-se com o campo eléctrico do seguinte modo:

$$\vec{P}_L(\vec{r}, \tau) = \epsilon_o' \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(\tau - \tau') \cdot \vec{E}(\vec{r}, \tau) d\tau' \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} \vec{P}_{NL}(\vec{r}, \tau) &= \epsilon_o' \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(3)}(\tau - \tau_1, \tau - \tau_2, \tau - \tau_3) : \\ &\times \vec{E}(\vec{r}, \tau_1) \vec{E}(\vec{r}, \tau_2) \vec{E}(\vec{r}, \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Estas relações são válidas na aproximação dipólo-eléctrico e assume-se que a resposta do meio é local.

Em fibras 'step-index' é válida a seguinte aproximação:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E} \quad (\text{A.12})$$

sendo $\nabla \cdot \vec{D} = \epsilon' \nabla \cdot \vec{E} = 0$.

Se se considerarem estas simplificações as equações (A.9) e (A.12) pode ser escritas da seguinte forma:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial \tau^2} = \mu_o' \frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial \tau^2} + \mu_o' \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial \tau^2} \quad (\text{A.13})$$

\vec{P}_L e \vec{P}_{NL} estão relacionadas com o campo eléctrico, \vec{E} , pelas equações (A.10) e (A.11).

Para se resolver a equação (A.13) é necessário introduzirem-se algumas aproximações, nomeadamente,

- a polarização não-linear, \vec{P}_{NL} , é considerada uma pequena perturbação da polarização linear, \vec{P}_L . Esta aproximação é legitimada pelo facto de as variações não-lineares do índice de refração serem inferiores a 10^{-6} ;

- o campo óptico mantém a sua polarização ao longo da fibra, permitindo, deste modo, uma abordagem escalar. De facto, tal só se verifica se forem empregues fibras que preservam a polarização; - o campo óptico é quasi-monocromático, i.e., o espectro do impulso, centrado em ω_o , possui uma largura espectral, $\Delta\omega$ que verifica a condição $\Delta\omega/\omega_o \ll 1$. Atendendo a que $\omega_o \sim 10^{15} \text{ rads}^{-1}$, esta condição ainda é válida para impulsos cuja largura é $\sim 0.1 \text{ ps}$.

Na aproximação em que a envolvente do campo óptico é uma função de variação lenta no tempo (relativamente ao período óptico) (SLV), é conveniente separar-se a parte de variação rápida do campo eléctrico, escrevendo-se na forma,

$$\vec{E}(\vec{r}, \tau) = \frac{1}{2} \hat{x} [E(\vec{r}, \tau) \exp(-i\omega_o \tau) + c.c.] \quad (\text{A.14})$$

sendo \hat{x} o versor polarização, e $\vec{E}(\vec{r}, \tau)$ uma função de variação lenta do tempo (relativamente ao período óptico). As componentes da polarização \vec{P}_L e \vec{P}_{NL} , podem escrever-se de modo análogo:

$$\vec{P}_L(\vec{r}, \tau) = \frac{1}{2} \hat{x} [P_L(\vec{r}, \tau) \exp(-i\omega_o \tau) + c.c.] \quad (\text{A.15})$$

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, \tau) = \frac{1}{2} \hat{x} [P_{NL}(\vec{r}, \tau) \exp(-i\omega_o \tau) + c.c.] \quad (\text{A.16})$$

Introduzindo-se a equação (A.15) na equação (A.10), obtém-se a seguinte expressão para \vec{P}_L ,

$$\begin{aligned} P_L(\vec{r}, \tau) &= \epsilon_o' \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_{xx}^{(1)}(\tau - \tau') E(\vec{r}, \tau') \exp[i\omega_o(\tau - \tau')] d\tau' \\ &= \epsilon_o' \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\chi}_{xx}^{(1)}(\omega) \tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_o) \exp[-i(\omega - \omega_o)\tau] d\omega \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

sendo $\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_o)$ a transformada de Fourier de $E(\vec{r}, \tau)$ dada por,

$$\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_o) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\vec{r}, \tau) \exp[i(\omega - \omega_o)\tau] d\tau \quad (\text{A.18})$$

A componente não-linear da polarização P_{NL} obtém-se por substituição da equação (A.16) na equação (A.11). Se se considerar que a resposta não-linear é instantânea, a dependência temporal de $\chi^{(3)}$ na equação (A.11) é dada pelo produto de três funções delta de Dirac $\delta(\tau - \tau')$. A equação (A.11) reduz-se então a,

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, \tau) = \epsilon_o' \chi^{(3)} : \vec{E}(\vec{r}, \tau) \vec{E}(\vec{r}, \tau) \vec{E}(\vec{r}, \tau) \quad (\text{A.19})$$

A hipótese de uma resposta instantânea permite desprezar a contribuição das vibrações moleculares para $\chi^{(3)}$ (o efeito de Raman). Em geral, as respostas quer dos electrões quer do núcleo ao campo óptico são não-lineares. Contudo, a resposta do núcleo é lenta comparativamente à dos electrões. Para as fibras de sílica a resposta vibracional (Raman) ocorre para uma escala temporal de 60-70 fs. A equação (A.19) é aproximadamente válida para impulsos cuja largura é $> 1 ps$. Quando se insere a equação (A.14) na equação (A.19), \vec{P}_{NL} possui um termo que oscila a ω_o e outro que oscila a $3\omega_o$. Tal como já se referiu, em geral este último termo é desprezável em fibras de sílica.

Então P_{NL} , na equação (A.16), pode ser dado por,

$$P_{NL}(\vec{r}, \tau) \approx \epsilon_o' \epsilon_{NL} E(\vec{r}, \tau) \quad (\text{A.20})$$

representando ϵ'_{NL} a contribuição não-linear da constante dieléctrica, definida por

$$\epsilon'_{NL} = \frac{3}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} |E(\vec{r}, \tau)|^2 \quad (\text{A.21})$$

Para se obter a amplitude $E(\vec{r}, \tau)$, atendendo a que é uma função de variação lenta, é conveniente trabalhar-se no domínio de Fourier. Por outro lado, considera-se ϵ'_{NL} aproximadamente constante, pelo que a equação (A.13) é linear, podendo ser resolvida no domínio de Fourier. Esta aproximação é legitimada em virtude da envolvente do campo ser de variação lenta e pelo carácter perturbativo de P_{NL} . A transformada de Fourier de $E(\vec{r}, \tau)$, dada pela equação (A.18), satisfaz a equação de Helmholtz,

$$\nabla^2 \tilde{E} + \epsilon'(\omega) k_o^2 \tilde{E} = 0 \quad (\text{A.22})$$

sendo $k_o = \omega/c$ e

$$\epsilon'(\omega, |E|^2) = 1 + \tilde{\chi}_{xx}^{(1)}(\omega) + \epsilon'_{NL} \quad (\text{A.23})$$

A constante dielétrica pode ser usada para definir o índice de refração \tilde{n} e o coeficiente de absorção $\tilde{\alpha}$, e conseqüentemente ambos tornam-se dependentes da intensidade devido a ϵ'_{NL} . Definem-se como,

$$\tilde{n} = n + n_2 |E|^2 \quad (\text{A.24})$$

$$\tilde{\alpha} = \alpha + \alpha_2 |E|^2 \quad (\text{A.25})$$

sendo n_2 o índice de refração não-linear e α_2 o coeficiente de absorção de dois fótons.

Considerando-se $\epsilon' = (\tilde{n} + i\tilde{\alpha}/2k_o)^2$ tem-se então,

$$\tilde{n} = 1 + \frac{1}{2} \text{Re}[\tilde{\chi}_{xx}^{(1)}(\omega)] + \frac{3}{8n(\omega)} \text{Re}(\chi_{xxxx}^{(3)}) |E|^2 \quad (\text{A.26})$$

$$\tilde{\alpha} = \frac{\omega}{n(\omega)c} \text{Im}[\tilde{\chi}_{xx}^{(1)}(\omega)] + \frac{3\omega_o}{4n(\omega)c} \text{Im}(\chi_{xxxx}^{(3)}) |E|^2 \quad (\text{A.27})$$

Em fibras de sílica α_2 é relativamente pequeno, pelo que se considera $\tilde{\alpha} \simeq \alpha$.

A equação (A.22) pode ser resolvida por separação de variáveis. Considere-se uma solução da forma:

$$\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_o) = F(X, Y) \tilde{A}(Z, \omega - \omega_o) \exp(i\kappa_o Z) \quad (\text{A.28})$$

sendo $\tilde{A}(Z, \omega)$ uma função de variação lenta de Z , κ_o é o número de onda a ser determinado posteriormente, e $F(X, Y)$ a função de distribuição modal. Então, a partir das equações (A.22) e (A.28) pode obter-se o seguinte sistema de equações, para $F(X, Y)$ e $\tilde{A}(Z, \omega)$:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial Y^2} + \left[\epsilon'(\omega) k_o^2 - \tilde{\kappa}^2 \right] \mathbf{F} = 0 \quad (\text{A.29})$$

$$2i\kappa_o \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial Z} + (\tilde{\kappa}^2 - \kappa_o^2) \tilde{\mathbf{A}} = 0 \quad (\text{A.30})$$

Para a obtenção do sistema (A.29 -A.30) desprezou-se $\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{A}}}{\partial Z^2}$ em virtude de $\tilde{\mathbf{A}}(Z, \omega)$ ser uma função de variação lenta de Z . O número de onda $\tilde{\kappa}$ obtém-se a partir da equação (A.29) para os modos da fibra. Uma descrição detalhada do método de resolução pode encontrar-se em Agrawal (2001 a).

ϵ' pode ser aproximada por,

$$\epsilon'(\omega, |E|^2) = (n + \Delta n)^2 \simeq n^2 + 2n\Delta n \quad (\text{A.31})$$

sendo Δn é uma pequena perturbação dada por,

$$\Delta n = n_2 |E|^2 + \frac{i\tilde{\alpha}}{2k_o} \quad (\text{A.32})$$

A equação (A.29) pode ser resolvida por recurso a uma teoria de perturbações de 1ª ordem. Considerando-se $\Delta n = 0$, ϵ' pode ser substituído por n^2 , e pode obter-se a distribuição modal $\mathbf{F}(X, Y)$ bem como o número de onda correspondente κ . Para uma fibra monomodo, $\mathbf{F}(X, Y)$, corresponde à distribuição modal do modo fundamental $H E_{11}$ (Agrawal, 2001 a).

No interior do núcleo $\mathbf{F}(X, Y)$ toma a seguinte expressão,

$$\mathbf{F}(X, Y) = J_o[(n_1^2 k_o^2 - \kappa^2)\rho], \quad \rho \leq a \quad (\text{A.33})$$

sendo J_o a função de Bessel de ordem zero, $\rho = (X^2 + Y^2)^{1/2}$ a distância radial. Na região exterior ao núcleo, para $\rho \geq a$, o campo decai exponencialmente do seguinte modo,

$$\mathbf{F}(X, Y) = (a/\rho)^{1/2} J_o[(n_1^2 k_o^2 - \kappa^2)] \exp[-(\kappa^2 - n_j^2 k_o^2)^{1/2}(\rho - a)] \quad (\text{A.34})$$

n_j é o índice de refacção da baínha.

Devido à complexidade analítica da distribuição modal, a mesma é frequentemente aproximada por uma distribuição gaussiana,

$$F(X, Y) \approx \exp\left(-\frac{X^2 + Y^2}{W^2}\right) \quad (\text{A.35})$$

sendo W determinado ou pelo ajuste da gaussiana à distribuição exacta ou por métodos variacionais.

Considerando o efeito de Δn na equação (A.29) de perturbações de primeira ordem, Δn não afecta a distribuição modal, $F(X, Y)$. Contudo, a constante de propagação $\tilde{\kappa}$ é afectada, tomando a forma,

$$\begin{aligned} \tilde{\kappa}(\omega, |\mathbf{A}|^2) &= \kappa(\omega, |\mathbf{A}|^2) + \Delta\kappa \\ &= \kappa_r(\omega, |\mathbf{A}|^2) + i k_i \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

sendo,

$$\Delta\kappa = \frac{k_o \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta n |F(X, Y)|^2 dX dY}{\int_{-\infty}^{+\infty} |F(X, Y)|^2 dX dY} \quad (\text{A.37})$$

Pelas equações (A.14) e (A.28) o campo eléctrico pode escrever-se do seguinte modo,

$$\tilde{E}(\vec{r}, \tau) = \frac{1}{2} \hat{x} \{F(X, Y) \mathbf{A}(Z, \tau) \exp[(i\kappa_o Z - \omega_o \tau)]\} + c.c. \quad (\text{A.38})$$

sendo $\mathbf{A}(Z, \tau)$ a envolvente do campo de variação lenta.

A transformada de Fourier $\tilde{\mathbf{A}}(Z, \omega - \omega_o)$ de $\mathbf{A}(Z, \tau)$ satisfaz a equação (A.30), a qual pode ser escrita do seguinte modo,

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial Z} = i[\kappa(\omega) + \Delta\kappa - \kappa_o] \tilde{\mathbf{A}} \quad (\text{A.39})$$

sendo $\tilde{\kappa}^2 - \kappa_o^2$ aproximado por $2\kappa_o(\tilde{\kappa} - \kappa_o)$. Desta equação pode verificar-se que cada componente espectral da envolvente sofre uma mudança de fase, cujo módulo depende da frequência e da intensidade, à medida que o impulso se propaga na fibra.

A fim de se obter a equação de propagação, e na hipótese de quasi-monocromatismo e de efeitos não-lineares pequenos, é conveniente expandir-se κ_r em série de Taylor, em relação à frequência portadora ω_o , (Kodama e Hasegawa, 1987 a):

$$\begin{aligned} \kappa(\omega) = \kappa_o + (\omega - \omega_o)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_o)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_o)^3\beta_3 + \dots \\ + \frac{\partial \kappa_r}{\partial |\mathbf{A}|^2} |\mathbf{A}|^2 + \dots + i \kappa_i \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

sendo,

$$\beta_m = \left(\frac{d^m \kappa_r}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_o} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (\text{A.41})$$

e,

$$\frac{\partial \kappa_r}{\partial |\mathbf{A}|^2} = n_2 \omega_o / c A_{ef} = \gamma \quad \kappa_i = \alpha / 2 \quad (\text{A.42})$$

sendo γ o parâmetro de não-linearidade, e A_{ef} a área efectiva do núcleo, dada por,

$$A_{ef} = \frac{\left(\int \int_{-\infty}^{+\infty} |\mathbf{F}(X, Y)|^2 dX dY \right)^2}{\int \int_{-\infty}^{+\infty} |\mathbf{F}(X, Y)|^4 dX dY} \quad (\text{A.43})$$

O parâmetro A_{ef} representa a área efectiva do núcleo. Se $\mathbf{F}(X, Y)$ for aproximado a uma distribuição gaussiana mostra-se que $A_{ef} = \pi W^2$. Na região dos $1.5 \mu m$, A_{ef} pode tomar valores entre $20 - 100 \mu m^2$ dependendo da fibra considerada. γ toma valores entre $1 - 10 W^{-1}/km$ sendo $n_2 \approx 2.6 \times 10^{-20} m^2/W$.

Os termos cúbicos e o de ordem superior são geralmente desprezáveis se se verificar a condição $\Delta\omega \ll \omega_o$.

Por substituição de $\kappa(\omega)$, dado pela equação (A.40), na equação (A.39), pode calcular-se a transformada de Fourier,

$$\mathbf{A}(Z, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathbf{A}}(Z, \omega - \omega_o) \exp[-i(\omega - \omega_o Z)\tau] d\omega \quad (\text{A.44})$$

Neste processo substitui-se $\omega - \omega_o$ pelo respectivo operador diferencial $i(\partial/\partial\tau)$. Obtém-se,

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial Z} = \left(-\beta_1 \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + i\Delta\kappa \right) \mathbf{A} \quad (\text{A.45})$$

O termo $\Delta\kappa$ inclui os efeitos das perdas na fibra e da não-linearidade, podendo escrever-se do seguinte modo,

$$\Delta\kappa = i\frac{\alpha}{2} + \gamma|\mathbf{A}|^2 \quad (\text{A.46})$$

A equação de propagação toma a seguinte forma,

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial Z} = - \left(\beta_1 \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \frac{\alpha}{2} - i\gamma|\mathbf{A}|^2 \right) \mathbf{A} \quad (\text{A.47})$$

A amplitude do impulso, \mathbf{A} , é considerada normalizada, de modo a que $|\mathbf{A}|^2$ represente a potência óptica. A quantidade $\gamma|\mathbf{A}|^2$ é medida em m^{-1} , se n_2 for expresso em m^2/W .

β_1 e β_2 traduzem os efeitos da dispersão cromática. Esta manifesta-se através da dependência do índice de refração da frequência óptica, $n(\omega)$. β_1 é igual ao inverso da velocidade de grupo, v_g , definido do seguinte modo,

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) \quad (\text{A.48})$$

sendo n_g e v_g o índice de refração e a velocidade de grupo, respectivamente. β_2 representa a dispersão da velocidade de grupo, definido do seguinte modo,

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2} \right) = -\frac{1}{v_g^2} \left(\frac{dv_g}{d\omega} \right) \quad (\text{A.49})$$

Este parâmetro pode ser positivo ou negativo, dependendo do comprimento de onda de propagação estar abaixo (regime de dispersão normal) ou acima do zero de dispersão (regime de dispersão anômalo). No regime de dispersão anômalo a fibra pode suportar solitões ópticos. Para fibras de sílica típicas $\beta_2 \sim 50 \text{ ps}^2/\text{km}$ no visível, tomando o valor de $\sim -20 \text{ ps}^2/\text{km}$ para comprimentos de onda de $\sim 1.5 \mu\text{m}$. A variação do sinal ocorre para comprimentos de onda na vizinhança de $1.3 \mu\text{m}$. É comum usar-se o parâmetro de dispersão, \mathcal{D} , em vez de β_2 . A relação entre ambos é dada pela equação,

$$\mathcal{D} = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \approx \frac{\lambda}{c} \frac{d^2n}{d\lambda^2} \quad (\text{A.50})$$

A contribuição da dispersão do guia de ondas para \mathcal{D} depende dos parâmetros do design da fibra, tais como o raio do núcleo e da diferença entre os índices de refração do núcleo e da bainha. Estas características podem ser usadas para desviar o comprimento de onda, para o qual a dispersão da velocidade de grupo é nula, λ_D , na vizinhança de $\sim 1.5 \mu\text{m}$ onde as perdas na fibra são mínimas. Estas fibras são referidas como fibras de dispersão desviada (DSF).

Atendendo à definição de distância característica da dispersão, L_D , a partir da equação (2.5), é útil obter-se uma relação em função do parâmetro de dispersão \mathcal{D} , para a mesma.

Assim, pelas equações (2.5) e (A.50), obtém-se:

$$L_D [m] = 6.07 \times 10^2 \frac{T_{FWHM}^2 [ps]}{\lambda^2 [\mu m] \mathcal{D} [ps/(nm \cdot km)]} \quad (\text{A.51})$$

As grandezas devem exprimir-se nas unidades indicadas entre parêntesis recto.

É conveniente considerar-se um referencial que se mova com o impulso à velocidade de grupo. Introduzindo-se uma nova variável,

$$T = \tau - Z/v_g \quad (\text{A.52})$$

$$= \tau - \beta_1 Z \quad (\text{A.53})$$

obtém-se a partir de (A.47),

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial Z} = - \left(\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{\alpha}{2} - i\gamma |\mathbf{A}|^2 \right) \mathbf{A} \quad (\text{A.54})$$

De salientar que, para impulsos ultra-curtos, $T_o \lesssim 1 \text{ ps}$, esta equação não descreve adequadamente a propagação dos mesmos, sendo necessário a inserção de outros termos na mesma.

A.2 A NLSE na presença do Efeito de Raman Intra-Pulso

A largura espectral dos impulsos ultra-curtos é suficientemente vasta, pelo que algumas das aproximações feitas na dedução da equação (A.54) deixam de ser válidas.

Em particular a aproximação do vector polarização não-linear, expressa pela relação (A.19).

Uma dedução da NLSE, na presença de efeitos de ordem superior, pode encontrar-se, por exemplo em Agrawal (2001 a); Newell e Moloney (1992).

A fim de se considerar o efeito de Raman intra-pulso na propagação dos impulsos é necessário considerar-se uma relação entre a polarização não-linear e o campo óptico, causal e dependente do tempo:

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, \tau) = \epsilon_o' \chi^{(3)} \vec{E}(\vec{r}, \tau) \int_{-\infty}^{\tau} \mathcal{R}(\tau) |\vec{E}(\vec{r}, \tau - \tau_1)|^2 d\tau_1 \quad (\text{A.55})$$

sendo $\mathcal{R}(\tau)$ a função resposta não-linear, normalizada de modo a que $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}(\tau) d\tau = 1$. A função resposta é nula para $\tau > 0$ por forma a garantir-se a causalidade. A função resposta deve incluir as contribuições electrónica e vibracional (Raman). Considerando-se que a contribuição electrónica é quase instantânea, esta pode ser representada por uma função delta de Dirac, $\delta(\tau)$, tomando a seguinte forma:

$$\mathcal{R}(\tau) = (1 - f_R) \delta(\tau) + f_R h_R(\tau) \quad (\text{A.56})$$

representando $f_{\mathcal{R}}$ a contribuição relativa da resposta não-instantânea à polarização não-linear, a contribuição Raman. A função resposta Raman, $h_{\mathcal{R}}$, pode ser determinada a partir do ganho Raman, $g_{\mathcal{R}}$, medido experimentalmente. Relacionam-se do seguinte modo:

$$g_{\mathcal{R}}(\Delta\omega) = \frac{\omega_o}{c n_o} f_{\mathcal{R}} \chi^{(3)} \text{Im}[\tilde{h}_{\mathcal{R}}(\Delta\omega)] \quad (\text{A.57})$$

sendo $(\Delta\omega) = \omega - \omega_o$. A parte real de $\tilde{h}_{\mathcal{R}}$ pode obter-se a partir da parte imaginária pelas relações de Kramers-Kronig, (Yariv, 1997). A função resposta $h_{\mathcal{R}}$ obtém-se pela transformada de Fourier de $\tilde{h}_{\mathcal{R}}$.

A equação (A.55) pode ser simplificada. Assim, considere-se a expansão da expressão $|\vec{E}(\vec{r}, \tau - \tau_1)|^2$ em série de Taylor:

$$|\vec{E}(\vec{r}, \tau - \tau_1)|^2 \simeq |\vec{E}(\vec{r}, \tau)|^2 - \tau_1 (|\vec{E}(\vec{r}, \tau)|^2)_{\tau} + \dots \quad (\text{A.58})$$

Por inserção da expressão (A.58) na equação (A.55), tem-se:

$$P_{NL}^{\vec{r}}(\vec{r}, \tau) = \epsilon_o' \chi^{(3)} \left[|\vec{E}(\vec{r}, \tau)|^2 - T_R (|\vec{E}(\vec{r}, \tau)|^2)_{\tau} \right] \vec{E}(\vec{r}, \tau) \quad (\text{A.59})$$

sendo,

$$T_R = f_{\mathcal{R}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_1 h_{\mathcal{R}}(\tau_1) d\tau_1 \quad (\text{A.60})$$

o parâmetro de Raman.

Nesta situação a constante dielétrica, dada pela equação A.31, toma a seguinte forma:

$$\epsilon'(\omega, |E|^2, (|E|^2)_{\tau}) \simeq n^2 + 2n \left[\frac{i\tilde{\alpha}}{2k_o} + n_2 |E|^2 - n_2 T_R (|E|^2)_{\tau} \right] \quad (\text{A.61})$$

e κ é dependente de $(|\mathbf{A}|^2)_\tau$, obtendo-se por expansão em série de Taylor:

$$\begin{aligned} \kappa = \kappa_o &+ (\omega - \omega_o)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_o)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_o)^3\beta_3 + \dots \\ &+ \frac{\partial k_r}{\partial |\mathbf{A}|^2} |\mathbf{A}|^2 + \dots + \frac{\partial k_r}{\partial (|\mathbf{A}|^2)_\tau} |\mathbf{A}|^2 + \dots + i\kappa_i \end{aligned} \quad (\text{A.62})$$

sendo:

$$\frac{\partial k_r}{\partial (|\mathbf{A}|^2)_\tau} = -\frac{n_2 \omega_o}{c A_{ef}} T_R \quad (\text{A.63})$$

Considerando-se a transformação de variável, expressa pela equação (A.52), na presença do efeito de Raman intra-pulso, a equação de propagação toma a seguinte forma:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial Z} = - \left(\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{\alpha}{2} - i\gamma \{ |\mathbf{A}|^2 - T_R (|\mathbf{A}|^2)_T \} \right) \mathbf{A} \quad (\text{A.64})$$

Apêndice B

Métodos Numéricos

Este trabalho foi desenvolvido com base na teoria de perturbações, método adiabático, e na resolução numérica da equação de Schrödinger não-linear generalizada, no caso particular do nosso estudo, também designada por equação de Ginzburg-Landau. O estudo com base na teoria das perturbações implicou a resolução numérica de um sistema autónomo de equações diferenciais ordinárias, tendo sido usado para tal um método de *Runge-Kutta-Fehlberg*. A resolução numérica da equação de Schrödinger foi feita com base num método pseudoespectral, o *Split-Step de Fourier*. A implementação destes programas foi feita em FORTRAN.

B.1 Método de Runge-Kutta-Fehlberg

Os métodos de Runge-Kutta são dos mais difundidos, de passo único, para a resolução de problemas de valores iniciais. Estes baseiam-se no facto de que a direcção na qual o algoritmo itera, é calculada como uma combinação linear dos declives em diversos pontos aproximados da solução.

Dado o problema de valores iniciais,

$$\dot{y} = f(x, y) \qquad y(a) = \varphi \qquad (\text{B.1})$$

a solução num dado instante $n + 1$, pode ser obtida pela seguinte fórmula de recorrência,

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^s b_i k_i, \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (\text{B.2})$$

sendo,

$$k_i = f\left(x_n + c_i h, y_n + h \sum_{j=1}^s a_{ij} k_j\right), \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (\text{B.3})$$

$$c_i = \sum_{j=1}^s a_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (\text{B.4})$$

No caso particular do estudo desenvolvido este algoritmo toma a seguinte forma,

$$\begin{aligned} k_1 &= h f(x_n, y_n), \\ k_2 &= h f\left(x_n + \frac{h}{4}, y_n + \frac{k_1}{4}\right) \\ k_3 &= h f\left(x_n + \frac{3h}{8}, y_n + \frac{3k_1}{32} + \frac{9k_2}{32}\right) \\ k_4 &= h f\left(x_n + \frac{12h}{13}, y_n + \frac{1932k_1}{2197} - \frac{7200k_2}{2197} + \frac{7296k_3}{2197}\right) \\ k_5 &= h f\left(x_n + h, y_n + \frac{439k_1}{216} - 8k_2 + \frac{3680k_3}{513} - \frac{845k_4}{4104}\right) \\ k_6 &= h f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n - \frac{8k_1}{27} + 2k_2 - \frac{3544k_3}{2565} + \frac{1859k_4}{4104} - \frac{11k_5}{40}\right) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

e

$$y_{n+1} = y_n + \left(\frac{16k_1}{135} + \frac{6656k_3}{12825} + \frac{28561k_4}{56430} - \frac{9k_5}{50} + \frac{2k_6}{55}\right) \quad (\text{B.6})$$

sendo o erro global $\mathcal{O}(h^5)$, dado por

$$E = \frac{k_1}{360} - \frac{128 k_3}{4275} - \frac{2197 k_4}{75240} + \frac{k_5}{50} + \frac{2 k_6}{55} \quad (\text{B.7})$$

Uma descrição mais generalizada destes métodos pode encontra-se, por exemplo, em Curtis e Wheatley (1994).

B.2 Integração pelo esquema de *Split -Step de Fourier*

A equação às derivadas parciais mais geral, considerada neste trabalho, tem a seguinte forma,

$$\begin{aligned} i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u &= i \delta u + i \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + i \varepsilon |u|^2 u \\ &+ i \mu |u|^4 u + i \beta_3 \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} + \tau_R u \frac{\partial |u|^2}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

O método de resolução tem por base o esquema de *Split Step Fourier Method*, considerado um método pseudospectral. Este método é misto, sendo uma combinação dos métodos *espectral* e das *diferenças finitas*. Estes métodos encontram-se descritos na literatura específica, por exemplo, os espectrais em Brigham (1974); Conte e De Boor (1980), e os de diferenças finitas em Smith (1993).

Uma descrição detalhada do método empregue no presente trabalho, pode encontrar-se em Agrawal (2001 a); Newell e Moloney (1992); Zwillinger (1992).

A equação B.8 pode escrever-se na seguinte forma:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})u \quad (\text{B.9})$$

sendo \hat{D} o operador diferencial que descreve a contribuição da dispersão e da absorção num meio linear, e \hat{N} o operador diferencial que governa os efeitos da não-linearidade da fibra, sobre um impulso que se propaga.

Nestas condições, os operadores são dados, respectivamente, por,

$$\hat{D} = -\frac{i}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - i \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \beta_3 \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} - \delta \quad (\text{B.10})$$

$$\hat{N} = i|u|^2 + \mu|u|^4 - \nu|u|^4 - i\tau_R \frac{\partial|u|^2}{\partial t} \quad (\text{B.11})$$

Pode obter-se uma solução aproximada assumindo-se que, quando o campo óptico se propaga sobre uma pequena distância, h , os efeitos da dispersão e da não-linearidade actuam independentemente um do outro. De outro modo, a propagação de z_j a z_{j+1} é realizada em duas etapas. Na 1ª actua apenas a não-linearidade, i.e. $\hat{D} = 0$, e na 2ª, actua apenas a dispersão, i.e. $\hat{N} = 0$.

Tem-se então, para a solução exacta,

$$u(z+h, t) = \exp \left[h \left(\hat{D} + \hat{N} \right) \right] u(z, t) \quad (\text{B.12})$$

sendo a solução aproximada dada por,

$$u(z+h, t) \approx \exp(h\hat{D}) \exp(h\hat{N}) u(z, t) \quad (\text{B.13})$$

O operador dispersão, $\exp(h\hat{D})$, é calculado através da seguinte fórmula de recorrência,

$$\exp(h\hat{D}) B(z, t) = F^{-1} \exp[h\hat{D}(i\omega)] F B(z, t) \quad (\text{B.14})$$

sendo F a transformada de Fourier e $\hat{D}(i\omega)$ é obtido a partir de B.10, por substituição do operador diferencial $\frac{\partial}{\partial t}$ por $i\omega$.

Para se ilustrar quão precisa é a solução, obtida a partir da equação (B.13), é conveniente considerar-se a expressão de Baker-Hausdorff para dois operadores \mathbf{A} e \mathbf{B} , não hermíticos ¹ (Agrawal, 2001 a):

$$\exp(\mathbf{A}) \exp(\mathbf{B}) = \exp \left(\mathbf{A} + \mathbf{B} + \frac{1}{2} [\mathbf{A}, \mathbf{B}] + \frac{1}{12} [\mathbf{A} - \mathbf{B}, [\mathbf{A}, \mathbf{B}]] + \dots \right) \quad (\text{B.15})$$

¹Operadores não hermíticos não comutam.

sendo $[\mathbf{A}, \mathbf{B}] = \mathbf{AB} - \mathbf{BA}$. Comparando a solução exacta, dada pela equação (B.12), com a solução aproximada, dada pela equação (B.13), pode verificar-se que a solução aproximada não tem em linha de conta a natureza não hermítica dos operadores \hat{D} e \hat{N} . Considerando-se $\mathbf{A} = h \hat{D}$ e $\mathbf{B} = h \hat{N}$, pode verificar-se que a maior contribuição para o erro resulta do comutador $\frac{1}{2}h^2 [\hat{D}, \hat{N}]$. Então a solução aproximada, bem como o método de *Split Step Fourier Method*, é preciso até à 2ª ordem no passo h .

Neste trabalho considerou-se uma aproximação mais precisa,

$$u(z+h, t) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \exp\left[\int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz'\right] \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) u(z, t) \quad (\text{B.16})$$

Esta aproximação é designada por *symmetrized split-step Fourier*. Neste caso, o termo dominante para o erro resulta do comutador duplo, na equação (B.15), o que implica precisão até à 3ª ordem no passo h .

O integral da exponencial do meio foi aproximado por,

$$\int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz' \approx h \hat{N} \quad (\text{B.17})$$

Uma representação esquemática da propagação do impulso está representada na figura B.1.

Em Newell e Moloney (1992) pode encontra-se uma descrição simples e precisa para a implementação deste algoritmo, bem como um código em FORTRAN.

Assim, a implementação do algoritmo, dado pela equação (B.16), pode ser implementada do seguinte modo, em cada iteração:

- 1) Constrói-se o sinal inicial, (por ex. uma gaussiana ou uma secante hiperbólica);
- 2) multiplica-se pelo operador $\exp(\frac{h}{2}\hat{D})$, i.é., calcula-se a transformada de Fourier do sinal inicial, multiplica-se pelo operador dispersão no espaço de Fourier, e por último calcula-se a transformada inversa de Fourier;
- 3) multiplica-se o sinal resultante pelo operador não-linearidade, $\exp(h\hat{N})$;
- 4) o sinal resultante é multiplicado pelo operador $\exp(\frac{h}{2}\hat{D})$, i.é., calcula-se a transformada de Fourier do sinal inicial, multiplica-se pelo operador dispersão no espaço de

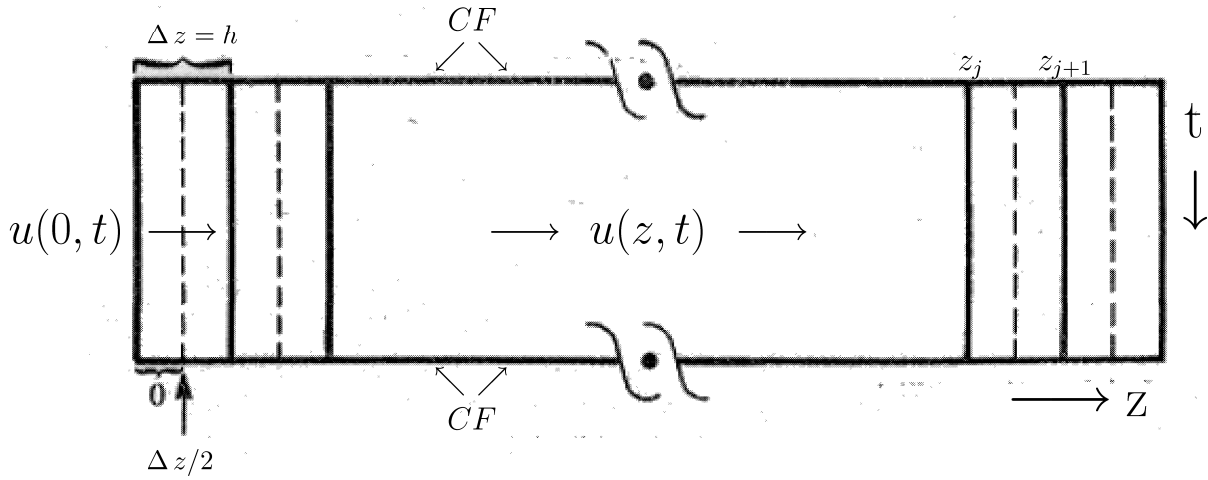


Figura B.1: Representação esquemática do domínio de integração da ENLS. O método de integração é o *the symmetrized split-step Fourier*. A fibra foi dividida em pequenos segmentos de largura h . Em cada segmento o efeito da não-linearidade faz-se sentir no plano médio, representado pela linha a tracejado. (Adaptado de Newell e Moloney (1992)).

Fourier, e por último calcula-se a transformada inversa de Fourier, e está concluída a iteração.

Nas iterações seguintes repetiram-se os passos 2), 3) e 4).

Para o cálculo da transformada de Fourier, bem como o da transformada inversa, usou-se a *subroutine* **Four1**, apresentada em *Numerical Recipes*, (Press , 1992). Em virtude desta *subroutine* requerer 2^n pontos, usaram-se, nalguns casos, 4096 pontos, noutros 16384 pontos; no entanto, na maior parte dos cálculos foram usados 8196 pontos. Considerou-se $\Delta t = 0.01$ e $\Delta z = h = 0.004$.

Com relação aos termos não lineares, as discretizações consideradas foram as seguintes, para um dado z_j :

$$|u|^2 = |u_{i,j}|^2 \quad (\text{B.18})$$

$$|u|^4 = |u_{i,j}|^4 \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{\partial |u|^2}{\partial t} \simeq \frac{|u_{i+1,j}|^2 - |u_{i-1,j}|^2}{2\Delta t} \quad (\text{B.20})$$

Usaram-se **condições de fronteira periódicas**, (CF na figura B.1), tal como é requerido para métodos espectrais, dadas por:

$$u(z, -L/2) = u(z, L/2) \quad \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{(z, -L/2)} = \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{(z, L/2)} \quad (\text{B.21})$$

sendo $-L/2 \leq t \leq L/2$ e $-\infty \leq z \leq +\infty$.

As discretizações consideradas neste caso, foram respectivamente,

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{(z, -L/2)} \simeq \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta t} \quad (\text{B.22})$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{(z, L/2)} \simeq \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta t} \quad (\text{B.23})$$

Na presença de termos dispersivos de ordem elevada usaram-se **condições de fronteira absorventes**, a fim de se evitarem reflexões espúrias da radiação para o interior do domínio de integração.

Para tal adicionou-se um termo ao membro direito da equação B.8 do tipo,

$$-i\Psi(t)u \quad (\text{B.24})$$

sendo $\Psi(t)$ expresso,

$$\Psi(t)u = \Psi_o (sech^2 [\Upsilon(t - L/2)] + sech^2 [\Upsilon(t + L/2)]) \quad (\text{B.25})$$

Este método encontra-se descrito em IF *et al* (1987).

Uma abordagem mais detalhada deste esquema numérico, *Split -Step de Fourier*, aplicado às equações de Schrödinger não-linear, bem como à de Ginzburg-Landau quântica, pode ser encontrada em Weideman e Herbst (1986) ou Clout *et al* (1990). Em particular, discute-se a *consistência*, a *convergência* e a *estabilidade* deste esquema numérico.

Apêndice C

Tipos de Amplificação

C.1 Introdução

Um dos principais problemas associado à propagação dos impulsos ao longo de uma dada linha de transmissão, prende-se com as perdas de energia sofridas pelos impulsos. A fim de se ultrapassar este problema, foram propostas diversas soluções para se obter a amplificação dos impulsos. Uma descrição detalhada das diversas técnicas de amplificação pode encontrar-se, por exemplo, em Hasegawa e Kodama (1995); Agrawal (2002, 2001 b).

Em geral, as diversas técnicas agrupam-se em duas categorias distintas, a *amplificação localizada* ou *discreta* e a *amplificação distribuída*, respectivamente.

A amplificação é considerada *localizada* ou *discreta* quando os amplificadores ópticos são inseridos periodicamente ao longo da fibra. O respectivo ganho é ajustado por forma a que as perdas de energia na fibra, entre dois amplificadores consecutivos, espaçados entre si de L_A , sejam exactamente compensadas pelos mesmos. Para tal podem empregar-se, por exemplo, amplificadores de fibra dopada com Érbio (AFDE), amplificadores paramétricos e SOAs. Neste caso, o solitão sofre uma perturbação não-adiabática.

A amplificação é designada por *distribuída* quando os impulsos são amplificados ao longo do mesmo troço de fibra que é usado para a transmissão do sinal. Neste caso o ganho encontra-se distribuído sobre uma distância superior ao comprimento de dispersão, L_D , da fibra. Pode obter-se por amplificação Raman, que usa o ganho de Raman da própria fibra ou pela dopagem da fibra com terras-raras, como por exemplo Érbio, sendo este último vantajoso sobre o primeiro, em virtude de requerer uma potência inferior. Neste caso, considera-se que o solitão se comporta adiabaticamente.

Na figura C.1 estão representados os esquematicamente os dois tipos de amplificação referidos.

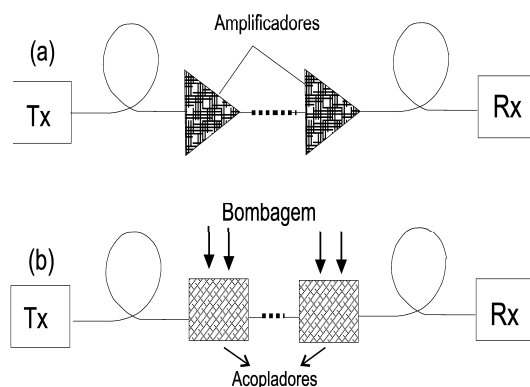


Figura C.1: Esquemas de amplificação a) discreta ou localizada e b) distribuída, para compensação das perdas de energia, respectivamente.

No esquema da figura C.1 a) os amplificadores ópticos foram inseridos periodicamente ao longo da linha de transmissão. O espaçamento entre amplificadores consecutivos, L_A , deve ser o maior possível, de modo a minimizar os custos do sistema. Em geral $L_A \sim 80\text{-}100$ km em sistemas lineares, sendo o seu valor bastante inferior em sistemas não-lineares. A razão é a de se evitar a acumulação excessiva de radiação (ondas dispersivas) durante o processo de compensação. Com efeito, a injeção de energia é feita localmente, numa distância curta, sem ser permitida uma recuperação gradual. O solitão, ao propagar-se na secção da fibra entre dois amplificadores consecutivos, ajusta a sua largura dinamicamente emitindo radiação. Após sucessivas etapas de amplificação esta radiação pode acumular-se, atingindo níveis significativos, e consequentemente, destruir o próprio impulso. Esta acumulação de radiação excessiva pode evitar-se se L_A for tal que, o impulso não seja perturbado de modo significativo ao percorrê-la.

Na figura C.1 b) o esquema refere-se à amplificação distribuída. Neste método há injeção de um sinal CW por lasers inseridos periodicamente em ambas as direcções e acopladores de fibra WDM. O comprimento de onda da radiação de bombagem é escolhido de modo a proporcionar ganho ao comprimento de onda do sinal.

Em virtude de o ganho estar distribuído sobre a fibra, os impulsos são amplificados adiabaticamente, mantendo-se praticamente inalterados sobre longas distâncias. Na prática a potência de injeção não se mantém constante ao longo da fibra.

C.2 Amplificação Localizada ou Discreta

A propagação de impulsos na presença de amplificação periódica pode ser estudada por recurso à equação (2.44), à qual se adicionou um termo de ganho, tomando a seguinte forma:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u = -\frac{i}{2} \Gamma u + \frac{i}{2} g(z) L_D u \quad (\text{C.1})$$

No caso da amplificação ser localizada, $g(z)$ toma a seguinte forma,

$$g(z) = \sum_{i=1}^{N_A} g_m \delta(z - z_m) \quad (\text{C.2})$$

sendo N_A o número total de amplificadores e g_m é o ganho do amplificador, localizado na posição z_m , que é necessário inserir a fim de se compensarem as perdas na fibra. $\delta(z - z_m)$ é a função delta de Dirac, em virtude da amplificação ser discreta, i.e., só ocorrer em determinadas posições específicas $z_m = m z_A$ ($m = 1, \dots, N_A$), sendo $z_A = L_A/L_D$ o espaçamento, normalizado, entre amplificadores consecutivos.

Este esquema, de inserção periódica da amplificação, produz variações rápidas na energia do solitão, pelo que é conveniente efectuar-se a seguinte transformação:

$$u(z, t) = \sqrt{p(z)} v(z, t) \quad (\text{C.3})$$

Sendo $\sqrt{p(z)}$ e $v(z, t)$ funções de variação rápida e lenta de z , respectivamente.

Por substituição da equação (C.3) na equação (C.1) obtém-se:

$$i \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + p(z) |v|^2 v = 0 \quad (\text{C.4})$$

sendo $p(z)$ obtido a partir da seguinte equação diferencial,

$$\frac{dp}{dz} = [g(z) L_D - \Gamma] p \quad (\text{C.5})$$

Atendendo a que $g(z)$, dado pela equação (C.2), tem uma variação periódica e contribuí somente em $z = m z_A$, $p(z)$ decresce exponencialmente, $p(z) = \exp(-\Gamma z)$, retomando o seu valor inicial no final de cada período, se as perdas forem perfeitamente compensadas. $p(z)$ governa as variações do valor de pico da potência, ou da energia, do impulso entre dois amplificadores consecutivos.

Atendendo a que $p(z)$ varia rapidamente num período, quando $z_A \ll 1$, i.e., quando a largura do impulso permanece praticamente inalterada de modo a que o mesmo não se destrua, e as características dos impulsos pouco variem numa curta distância, $p(z)$ pode ser substituída pelo seu valor médio no mesmo, \bar{p} .

Introduzindo-se a transformação de variável $u = \sqrt{(\bar{p})} v$, a equação (C.4) reduz-se à NLSE, obtida para uma fibra ideal.

$$\bar{p} = \frac{1}{z_A} \int_0^{z_A} p(z) dz.$$

Um solitão com estas características é habitualmente designado por solitão de *centro guiado*, e sendo este regime designado por *regime do solitão médio*.

Definindo-se o ganho do amplificador, G , como $G = \exp(\Gamma z_A)$, e tomando $\bar{p} = \frac{1}{z_A} \int_0^{z_A} \exp(-\Gamma z) dz$, a razão entre a potência inicial no regime do solitão médio, P_{in} ¹, e a potência inicial, P_0 , numa fibra ideal, toma a seguinte forma:

$$P_{in}/P_0 = \frac{1}{\bar{p}} = \frac{\Gamma z_A}{1 - \exp(-\Gamma z_A)} = \frac{G \ln G}{G - 1} \quad (C.6)$$

Donde se conclui que a evolução do solitão, em fibras onde ocorrem perdas com amplificação periódica, é semelhante à evolução do solitão, desde que:

- o espaçamento entre amplificadores consecutivos seja $L_A \ll L_D$; - a potência inicial seja aumentada de um factor igual a P_{in}/P_0 .

Em (Agrawal, 2001 b) pode observar-se a evolução de um solitão no regime *solitão-médio* numa distância de 10000 km, para o caso em que cada amplificador é inserido em cada 50 km. Quando a largura do solitão é tal que corresponde a um comprimento de dispersão de 200 km, o perfil é bem preservado após 200 etapas de amplificação, ($z_A \ll 1$). Se o comprimento de dispersão se reduzir a 25 km, o solitão é destruído em virtude de haver emissão de radiação excessiva ($z_A = 2$).

Sabendo que $L_D = T_o^2/|\beta_2|$, tem-se então,

¹A fim de se conseguir a formação de um solitão fundamental, a potência P_{in} , no regime do solitão médio, deve ser ligeiramente superior, de pelo menos um factor $1/\bar{p}$

$$T_o \gg \sqrt{|\beta_2| L_A} \quad (\text{C.7})$$

e o débito binário,

$$B = 1/T_B = 1/(2u_o T_o) \quad (\text{C.8})$$

onde T_B é a duração da janela de bit e $2u_o = T_B/T_o$ é a separação entre solitões vizinhos em coordenadas normalizadas.

Então $B^2 L_A \ll (4u_o^2 |\beta_2|)^{-1}$. Tomando-se valores típicos, $\beta_2 = -0.5 \text{ ps}^2 / \text{km}$, $L_A = 50 \text{ km}$, $u_o = 5$, $T_o \gg 5 \text{ ps}$, então $B \ll 20 \text{ Gb/s}$.

Destes resultados pode concluir-se que o regime do solitão médio impõe severas limitações, quer ao débito binário, quer ao espaçamento entre amplificadores adjacentes.

C.3 Amplificação Distribuída

Na prática, para taxas de transmissão superiores a 10 Gb/s, torna-se difícil cumprir a condição $L_A \ll L_D$. Esta condição torna-se menos importante se a amplificação for distribuída.

Este tipo de amplificação proporciona uma fibra quase sem perdas, em virtude da compensação de energia ser localizada em cada ponto da linha de transmissão, apresentando-se, deste modo, vantajoso sobre o esquema da amplificação discreta.

A equação (C.5) pode escrever-se do seguinte modo:

$$\frac{dp}{dZ} = [g(Z) - \alpha]p \quad (\text{C.9})$$

Se coeficiente de ganho $g(Z)$ for constante e igual a α , o valor de pico da energia de um solitão permanece constante ao longo dos elementos da fibra. Esta é uma situação ideal, para a qual não ocorrem perdas na fibra. Na prática, o ganho distribuído consegue-se pela injeção periodica de energia nos diversos troços da fibra. Como a potência de injeção não permanece constante devido às perdas na fibra (absorção por dopantes), $g(Z)$ não permanece constante ao longo da mesma. Contudo, estas podem ser compensadas completamente sobre a distância L_A , desde que:

$$\int_0^{L_A} g(Z) dZ = \alpha L_A \quad (\text{C.10})$$

O esquema de amplificação distribuída é projectado de modo a satisfazer à equação anterior. L_A é o espaçamento de bombagem.

Uma questão vital prende-se com a quantidade de energia que varia durante cada ciclo ganho-perdas. As variações do valor de pico da potência dependem de L_A e do esquema de bombagem adoptado. A bombagem para a rectaguarda é normalmente usada para amplificação distribuída de Raman, dado que a configuração proporciona um ganho elevado sendo o sinal relativamente fraco. Se se ignorar a depleção da bombagem, o coeficiente de ganho é dado por,

$$g(Z) = g_o \exp[-\alpha_p(L_A - Z)] \quad (\text{C.11})$$

sendo α_p as perdas na fibra para o comprimento de onda ao qual se processa a bombagem.

Por integração da equação (C.9), obtém-se:

$$p(Z) = \exp \left\{ \alpha L_A \left[\frac{\exp(\alpha_p Z) - 1}{\exp(\alpha_p L_A) - 1} \right] - \alpha Z \right\} \quad (\text{C.12})$$

g_o foi escolhido de modo a que $p(L_A) = 1$.

Na figura C.2 está representada a variação de $p(Z)$ ao longo da fibra, para $L_A = 50 \text{ km}$, usando $\alpha = 0.2 \text{ dB/km}$ e $\alpha_P = 0.25 \text{ dB/km}$.

A partir desta figura, pode verificar-se que a energia do solitão varia de um factor de 10, no caso da amplificação ser discreta, em contraste com uma variação de um factor ≈ 2 no caso da distribuição ser distribuída.

Considere-se o caso em que a injeção é bidireccional. Tomando uma fibra, com injeção em ambos os extremos, o coeficiente de ganho, $g(Z)$, pode ser aproximado por:

$$g(Z) = g_1 \exp(-\alpha_p Z) + g_2 \exp[-\alpha_p(L_A - Z)] \quad (\text{C.13})$$

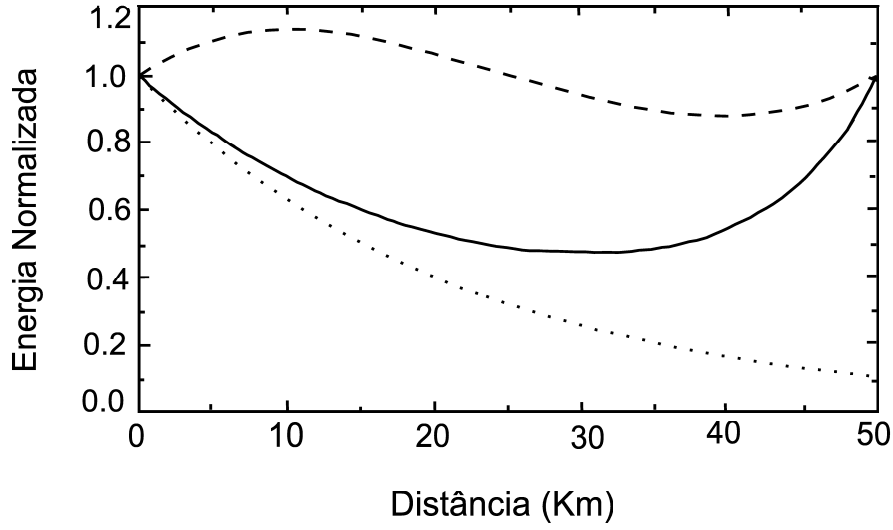


Figura C.2: Variação da energia do solitão por bombagem (linha a cheio) à rectaguarda, e (linha a tracejado) bidireccional, com $L_A = 50 \text{ km}$. A linha a pontilhado representa o caso da inserção periodica dos amplificadores. (Adaptado de Agrawal (2001 b)).

estando g_1 e g_2 relacionados com as potências de injeção em ambos os extremos.

Se $g_1 = g_2$, por integração da equação (C.9), a energia do solitão vem:

$$p(Z) = \exp \left\{ \alpha L_A \left[\frac{\sinh[\alpha_p(Z - L_A/2)] + \sinh[\alpha_p(L_A/2)]}{2\sinh(\alpha_p L_A/2)} \right] - \alpha Z \right\} \quad (\text{C.14})$$

Esta situação corresponde à curva a tracejado, na figura C.2. A partir desta figura, pode verificar-se que o esquema de bombagem bidireccional proporciona a menor variação da energia do solitão. O facto mais significativo é o de que a energia do solitão, no caso da amplificação periodica, varia de um factor de 100, contrastando com o caso em que a amplificação é distribuída em que esta só varia de um factor de 2, para $L_A = 100 \text{ km}$.

O efeito da flutuação da energia nos solitões depende da taxa $z_A = L_A/L_D$. Quando $z_A < 1$, o solitão mantém, praticamente, o seu perfil inalterado. Se $z_A \gg 1$ o solitão evolui adiabaticamente, havendo emissão de radiação (regime quasi-adiabático). Para valores intermédios pode observar-se ressonância, i. e., o solitão e as ondas dispersivas são amplificados com ressonância, por exemplo, $z_A \simeq 4\pi$, conduzindo o solitão a um comportamento instável e caótico. Consequentemente, na prática, a amplificação distribuída é empregue se $z_A < 4\pi$.

Simulações numéricas mostram que o solitão se pode propagar em mais de 5000 km

quando a amplificação é distribuída (Agrawal, 2001 b). Se a condição $z_A \ll 1$ não for satisfeita, a amplificação discreta não consegue estabilizar a propagação, para além dos $500/km$.

Os estudos de propagação requerem a inserção de um termo de ganho na NLSE. Por outro lado, nos sistemas que operam a um débito binário $B > 20Gb/s$ tal que $T_o < 5ps$, é necessário incluir os efeitos de largura de banda com ganho finito, bem como os efeitos de ordem superior, como por exemplo, efeitos de 3ª ordem, e o efeito da dispersão Raman intra-pulso.

Bibliografia

- Afanasjev, V. V., Opt. Lett., *Interpretation of the Effect of Reduction of Soliton Interaction by Bandwidth-Limited Amplification* **18**, (1993), 790-792.
- Afanasjev, V. V., *Soliton propagation in a system with nonlinear gain*, Optics Communications, **115**, (1995), 335-338.
- Afanasjev, V. V., Opt. Lett., *Soliton Singularity in The System with Nonlinear Gain* **20**, (1995), 704-706.
- Afanasjev, V. V., and Akhmediev, Nail N., *Soliton interaction and bound states in amplified-damped fiber systems*, Opt. Lett., **20** N° 19, (1995), 1970-1972.
- Afanasjev, V. V., Akhmediev, Nail N., and Soto-Crespo, J. M. *Three forms of localized solutions of the quintic complex Ginzburg-Landau equation*, Phys. Rev. E, **53** N° 2, (1996), 1931-1939.
- Afanasjev, V. V., Akhmediev, Nail N., *Soliton interaction in nonequilibrium dynamical systems*, Phys. Rev. E, **53** (n°6), (1996), 6471-6471.
- Agrawal, Govind P., *Optical pulse propagation in doped fiber amplifiers*, Phys. Rev. A, **44** (n°11), (1991), 7493-7501.
- Agrawal, Govind P., *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, 2nd edition, (1995), San Diego, California.
- Agrawal, Govind P., *Fiber-Optic Communication Systems*, John Wiley & Sons Inc., 3rd edition, (2002), New York, NY.
- Agrawal, Govind P., *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, 3rd edition, (2001), San Diego, California.
- Agrawal, Govind P., *Applications of Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, (2001), San Diego, California.

- Agrawal, Govind P., *Optical pulse propagation in doped fiber amplifiers*, Phys. Rev. A, **44** (n°11), (1991), 7493-7501.
- Akhmediev, Nail N., and Ankiewicz, Adrian, *First-order exact solution of the nonlinear Schrödinger equation in the normal-dispersion regime*, Phys. Rev. A, **47** (n°4), (1993), 3213-3221.
- Akhmediev, Nail N., Królikowski, W., Lowery, A. J., *Influence of the Raman-effect on solitons in optical fibers*, Opt. Comm., **131**, (1996), 260-266.
- Akhmediev, Nail N., Afanasjev, V. V., and Soto-Crespo, J. M., *Singularities and special soliton solutions of the cubic-quintic complex Ginzburg-Landau equation*, Phys. Rev. E, **53** (n°1), (1996), 1190-1201.
- Akhmediev, Nail N., and Ankiewicz, Adrian, *SOLITONS, Nonlinear Pulses and Beams*, Chapman and Hall, (1997), London. *Optical and Quantum Electronics Series*.
- Akhmediev, Nail N., Ankiewicz, A., and Soto-Crespo, J. M., *Multisoliton of the Complex Ginzburg-Landau Equation*, Phys. Rev. Lett., **79** (n°21), (1997), 4047-4051.
- Akhmediev, Nail N., Ankiewicz, A., and Soto-Crespo, J. M., *Stable soliton pairs in optical transmission lines and fiber lasers*, J. Opt. Soc. Amer. B., **15**, n° 2, (1998), 515-523.
- Akhmediev, Nail N., Rodrigues, A. S., and Graham, E. T., *Interaction of dual-frequency pulses in passively mode-locked lasers*, Opt. Comm., **187**, n° 4, 2001, 419-426.
- Akhmediev, Nail N., Soto-Crespo, J. M., and Town, G., *Pulsating solitons, chaotic solitons, period doubling, and pulse coexistence in mode-locked lasers: Complex Ginzburg-Landau Equation approach*, Phys. Rev. E, **63** , N° 5, (2001), (13 p.).
- Ankiewicz, A., and Akhmediev, Nail N., *Moving fronts for complex Ginzburg-Landau equation with Raman term*, Phys. Rev. E, **58**, N° 5, (1998), 6723-6727.
- Ania-Castan, J. D., Garcia-Fernandez, P., Soto-Crespo, J. M., J. Opt. Soc. Amer. B, **18**, (2001), 1252-1259.
- Aranson, I. S., and Kramer, L., *The world of complex Ginzburg-Landau equation* Rev. of Mod. Phys., **74**, (2002), 99-143.

- Atkinson, D., Loh., W., Afanasjev., V. V., Grudinin, A. B., Seeds, A.J., and Payne, D.N. *Increased Amplifier Spacing in a Soliton System with Quantum-Well Saturable Absorbers and Spectral Filtering* Opti. Lett., **19**, (1994), 1514-1516.
- Bergano, N. S., and Kidorf, H., , Opt. Photon. News, **12**, n°3, (2001), 32.
- Beech-Brandt, J., e Smyth, N., *Pulse evolution in nonlinear optical fibers with sliding-frequency filters*, Phys. Rev. E., **63**, (2001), 1063-1074 .
- Blow, K. J., e Doran, N. J., *Bandwith limits of nonlinear (soliton) optical communication systems*, Electron. Lett., **19** , N° 11, (1983), 429-430.
- Blow, K. J., Doran, N. J., Wood, D., *Suppression of the soliton self-frequency shift by bandwith-limited amplification*, J. Opt. Soc. Amer. B, **5**, (1988), 1301-1304.
- Brigham, O., *The Fast Fourier Transform*, Prentice-Hall, (1974), Englewood Cliffs, NJ.
- Burtsev, S. and Kaup, D. J., *Effective control of a soliton by sliding-frequency guiding filters* J. Opt. Soc. Amer. B.,**14**, 1997, 627-635.
- Chan, K., and W. Cao, *Enhanced compression of fundamental solitons in dispersion decreasing fibers due to the combined effects of negative third-order dispersion and Raman self-scattering*, Opt. Comm.,**184**, n° 4, (2000), 463-474.
- Chen, H. H., e Liu, C. C., *Solitons in nonuniform media*, Phys. Rev. Lett., **37** , (1976), 693-696.
- Chen, C. J., Wai, P. K. A., and Menyuk, C. R. , Optics Lett., **17** , (1992), 417.
- Chu, P. L., and Desem, C., Electron. Lett., **19** , (1983),956-957.
- Cloot, A., Herbst, B. M., and Weideman, J. A. C., *A Numerical Study of the Nonlinear Schödinger Equations Involving Quintic Terms*, J. of Computational Physics., **86**, 127-146,(1990).
- Conte, S. D., and De Boor, C., *Elementary Numerical Analysis. An Algorithmic Approach*, 3th Edition, McGraw-Hill, (1980), New York, NY.
- Cundiff, S. T. Soto-Crespo, J. M., and Akhmediev, Nail N. *Experimental Evidence for Soliton Explosions*, Phys. Rev. Lett., **88** N° 7, (2002).

- Curtis, F. G., and Wheatley, O., P., *Applied Numerical Analysis*, 5th Edition, Addison-Wesley, (1994), California.
- Desem, C. and Chu, P. L., *Soliton-Soliton Interactions*, in *Optical Solitons - Theory and Experiment*, (ed. J. R. Taylor), Cambridge University Press, Cambridge (1992).
- Debnath, L., *Nonlinear Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*, Birkhäuser Boston, 1997, Cambridge, Massachusetts.
- Ding, M., e Kikuchi, K., *Analysis of soliton transmission in optical fibers with the soliton self-frequency shift being compensated by distributed frequency-dependent gain*, IEEE Photonics Technol. Lett., **4**, (1992), 497-500.
- Dung, J-C., e Chi, sien., *Reduction of soliton interactions by zigzag-sliding-frequency guiding filters*, Opt. Lett., **20** N° 18, (1995), 1862-1864.
- Dunlop, A. M., Wright E. M. and Firth W. J., *Spatial soliton lasers*, Opt. Commun., **147**, (1998), 393-401.
- Eason, R. W., and Miller, A., (Editors), *Nonlinear Optics in Signal Processing*, Engineering Aspects of Lasers, Chapman and Hall (1993), London, UK.
- Edwards Jr., C. H., and Penney, D. E., *Elementary Differential equations with Boundary Value Problems*, Prentice-Hall, Inc., (1993), Englewood Cliffs, NY.
- Favre, F., e George, T. *Influence of chromatic dispersion variation along the path of soliton jitter control with sliding filters*, Opt. Lett., **20**, (1995), 802-894.
- Favre, F., e Chandrakumar *Comparison between analytical and numerical simulations for sliding filter damped soliton jitter*, Opt. Commun., **126**, (1996), 34-37.
- Facão, M., *Sistemas de Comunicação Óptica por Solitões: análise com base na teoria de perturbações*, Provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica - Tese Científica, Universidade de Aveiro, (1999).
- Facão, M., *Existence and Stability of Accelerating Optical Solitons*, PhD Thesis, University of Edinburgh, (2003).
- Ferreira, M. F. S., and Facão, M. V., *Subpicosecond - femtosecond optical soliton transmission characteristics in an ultralong active fiber*, in *Proceedings of SPIE*, vol 2841, (1996), 154-161.

- Ferreira, M. F. S., Latas, S. C. V., and Facão, M. V., *Solitonlike Pulses in a System with Nonlinear Gain*, in Photonics and Optoelectronics, **5**, N° 3, (1998), 147-153.
- Ferreira, M. F. S., Facão, M. V., and Latas, S. C. V., *Stable soliton Propagation in a System with Spectral Filtering and Nonlinear Gain*, Fiber and Integrated Optics, **19**, (2000), 31-34.
- Ferreira, M. F. S., Latas, S. C. V., Facão, M. V., *Soliton transmission control in a system with up- and down-sliding filters*, in Proceedings of SPIE, vol 3927,(2000), 274-284.
- Ferreira, M. F. S., and Latas, S. C. V., *Timing Jitter in Soliton Transmission with Up- and Down-Sliding-Frequency Guiding Filters*, J. Lightwave Technol., **19**, N° 3, (2001), 332-335.
- Ferreira, M. F. S., and Latas, S. C. V., *Interaction and bound states of pulses in the Ginzburg-Landau equations*, in Proceedings of SPIE, vol 4271,(2001), 268-279.
- Ferreira, M. F. S., and Latas, S. C. V., *Bound states of plain and composite pulses in optical transmission lines and fiber lasers*, in Proceedings of SPIE, vol 4833,(2002), 845-854.
- Ferreira, M. F. S., and Latas, S. C. V., *Soliton stability and compression in a system with nonlinear gain*, Opt. Eng., **41**, N°7, (2002), 31-41.
- Ferreira, M. F. S., and Latas, S. C. V., *Bound states of plain and composite pulses in optical transmission lines and fiber lasers*, Proceedings of SPIE, (2002), Vol 4833, 845-854.
- Fontana, F., Bossalini, L., Franco, F. Midrio, Romagnoli, M., and Wabnitz, S. *Self-starting sliding-frequency fibre soliton laser*, Electron. Lett., **30** N° 4, (1994), 321-322.
- Fukuchi,K., Kakui, M. , Sasaki, A., Ito, T., Inada, Y., Tsuzaki, T., Shitomi, Fujii,K., Shikii, S., Sugahara, H., and Hasegawa, A., in Proceedings of the European Conference on Optical Communications (ECOC 99), paper PD2-10.
- Gagnon, L. e Bélanger, P. A., *Adiabatic Amplification of Optical Solitons*, Phys. Rev. A, **43**, (1991), 6187-6193.
- George, T. e Favre, F., *Modulation, filtering, and initial phase control of interacting solitons*, J. Opt. Soc. Am. B, **10** (n°10), (1993), 1880-1889.

- Golovchenko, E. A., Pilipetskii, A. N., and Menyuk, C. R., Gordon, J. P., and Molle-
nauer, L. F., *Soliton propagation with up- and down-sliding-frequency guiding filters*,
Opt. Lett., **20** (n°6), (1995), 539-541.
- Gordon, J.P., *Interaction forces among solitons in optical fibers*, Opt. Lett., **8** (n°11),
(1983), 596-598.
- Gordon, J.P., and Haus, H. A., *Random walk of coherently amplified solitons in optical
fiber transmission*, Opt. Lett., **11** (n°10), (1986), 665-667.
- Graham, R., *Flutuactions, Instabilities and Phase Transitions*, ed. T. Riste, Springer-
Verlag, Berlim.
- Grimshaw, R., *Nonlinear Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematics and
Engineering Science Texts, CRC press, 1st edition, (1993), Boca Raton, Florida.
- Haken, H., *Synergetics*, (1983), Springer-Verlag, Berlin.
- Harkness, G. K., Firth, W. J., Geddes, J. B., Moloney, J. V. and Wright E. M.,
Boundary effects in large-aspect-ratio lasers, Phys. Rev. A, **50** (1994) 4310-4322.
- Hasegawa A. and Tappert F., *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in
dispersive dielectric fibers*, Appl. Phys. Lett, **23** (1973), 142-144.
- Hasegawa A., *Amplification and reshaping of optical solitons in a glass fiber-IV: Use
of stimulated Raman process*, Opt. Lett., **8**, (1983), 650-650. (Referência de Iannone
et al, (1998)).
- Hasegawa A., *Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability
in optical fibers*, Opt. Lett., **9** (n°7), (1984), 288-290.
- Hasegawa, A., e Kodama, Y., *Solitons in Optical Communications*, Clarendon Press,
1st edition, 1995, Oxford, UK.
- Hasegawa A., *Optical Solitons in Fibers*, Optics and Photonics News, **13** (n°2), (2002),
34-37.
- Haus H. A., *Quantum noise in a solitonlike repeater system*, J. Opt. Soc. Amer. B., **8**,
1991, 1122-1126.
- Heatley, D. R., Firth, W.J., and Ironside, C. N., *Ultrashort pulse generation using
two-photon gain*, Optics Lett., **18** (1993) 628.

- Honzatko P., Peterka P., Kanka J., *Three- and four- wave model of modulation instability fibre laser*, J. Optics A, **4**(5), (2002) 135-139.
- Iannone E., Matera F., Mecozzi, A., Settembre, M., *Nonlinear Optical Communication Networks*, John Wiley & Sons Inc., 1st edition, 1998, New York, NY.
- IF, F., Berg, P., Christiansen, P., L., and Skovgaard, O., *Split-Step Spectral Method for Nonlinear Schrödinger Equation with Absorbing Boundaries*, J. of Computational Physics, 72, (1987), 501-503.
- Jakobsen, P. K., Moloney, J. V., Newell, A. C., and Indik. R., *Space-time dynamics of wide-gain-section lasers*, Phys. Rev. A, **45** (1992) 8129-8147.
- Jian, P. S., Torruellas W. E., Haeeltermann M., Trillo S., Peschel, U. and Lederer F., *Solitons of singly resonant optical parametric oscillators*, Opt. Lett., **24**, (1999) 400-402.
- Kajzar F., and Reinisch R.,(Eds) *Beam Shaping and Control with Nonlinear Optics*, NATO ASI series, Plenum Press, 1998, New York and London.
- Karpaman, V. I. and Maslov, E. M., *Perturbation Theory of Solitons*, Sov. Phys. JETP.,**46**, (1977), 281-291.
- Karpaman, V. I. and Solov'ev, V. V., *A Perturbation approach to the two-Soliton Systems*, Physica D,**3**, (1981), 487-502.
- Kärtner, F., Au, J., Keller, U. *Mode-Locking with Slow and Fast Saturable Absorbers - What's the Difference?*, IEEE J. of Sel. Top. in Quantum Electronics ,**4**, N° 2, (1998), 159-168.
- Kelley, P. L., *Self-focusing of optic beams*, Phys. Rev. Lett, **15** (1965) 1005-1008.
- Kodama, Y., and Hasegawa, A., *Nonlinear Pulse Propagation in a Monomode Dielectric Guide*, IEEE J. of Quantum Electronics, **QE-23**, N°5, (1987) 510-524.
- Kodama, Y., and Wabnitz, S., *Reduction of soliton interaction forces by bandwidth limited amplification*, Electron. Lett., **28**, N°21, (1991) 1931-1933.
- Kodama, Y., and Hasegawa, A., *Generation of asymptotically stable optical solitons and supression of the Gordon-Haus effect*, Opt. Lett., **17**, N°1, (1992) 31-33.

- Kodama, Y., Romagnoli, M. and Wabnitz, S., *Soliton Stability and Interactions in Fibre Lasers*, Electron. Lett., **28**, (1992) 226-227.
- Kodama, Y., and Wabnitz, S., *Physical interpretation of reduction of soliton interaction forces by bandwidth limited amplification*, Electron. Lett., **29**, N°2, (1993) 226-227.
- Kodama, Y., and Wabnitz, S., *Analysis of soliton stability and interactions with sliding filters*, Opt. Lett., **19**, (1994) 162-164.
- Kolodner, P., Bensimon D., and Surko C. M. *Travelling-wave convection in an annulus* Phys. Rev. Lett, **60**, (1988) 1723-1726.
- Kolodner, P., *Collisions between pulses of travelling-wave convection* Phys. Rev. A, **44**, N°10, (1991) 6466-6479.
- Kurokawa, K., and Nakazawa, M., *Wavelength-dependent amplification characteristics of femtosecond erbium-doped optical amplifiers*, Appl. Phys. Lett., **58**, (1991), 2871-2873. (Referência de Tian et al (2003)).
- Latas, S.V., Ferreira, M.F, *Soliton stability and compression in a system with nonlinear gain*, Photonics and Applications, SPIE Proc., Vol. 3899, pp. 396-405, 1999.
- Latas, S.V., Ferreira, M.F, *Stability and compression of bandwidth-limited amplifier fiber solitons*, Physics and Simulation of Optoelectronics Devices, SPIE Proc., Vol. 3944, pp. 760-771, 2000.
- Latas, S.C.V., Ferreira, M.F.S., Rodrigues, A. S., Bound states of plain and composite pulses: Multi-soliton solutions, Aceite para publicação na 'Optical Fiber Technology', vol 11.
- Latas, S.C.V., Ferreira, M.F.S, Soliton propagation in the presence of intrapulse Raman scattering and nonlinear and nonlinear gain, Aceite para publicação na 'Optics Communications', vol. 246.
- Malomed, B. A., *Bound solitons in the nonlinear Schrödinger - Ginzburg-Landau equation*, Phys. Rev. A, **44**, 10, (1991) 6954-6957.
- Mamyshev, P., and Mollenauer, L., *Stability of soliton propagation with sliding-frequency guiding filters*, Opt. Lett., **19**, (1994), 2083-2085.
- Marcuse, D. , *Pulse distortion in single-mode fibers. 3: Chirped pulses* , Appl. Opt, **20** (1981), 3573.

- Marcuse, D. , *An Alternative Derivation of the Gordon-Haus Effect*, J. Ligthwave Technol., **10** , n° 2, (1992), 273-278.
- Matsumoto, M., and Hasegawa, A., *Numerical study of the reduction of instability in bandwidth-limited amplified soliton transmission*, Optics Lett. **18**, (1993), 897-899.
- Matsumoto, M. , *Stability analysis of bandwith-limited amplified soliton transmission*, Optics Commu., **114**, (1995), 69-75.
- Matsumoto, M. , Ikeda, H., Uda, T. and Hasegawa, A. *Stable Soliton Transmission in the System with Nonlinear Gain*, J. Ligthwave Technol., **13** , n° 4, (1995), 658-665.
- McKinnon, K., Symth, N., and Worthly, A., *Optimization of soliton amplitude in dispersion-decreasing nonlinear optical fibers* J. Opt. Soc. Amer. B., **16**, (1999), 441-447.
- Mecozzi, A., Moores, D., Haus, A., and Lai, Y. , *Soliton transmission control*, Opt. Lett., **16**, (1991), 1841-1843.
- Mecozzi, A., Midro, M., and Romagnoli, M. , *Timing jitter in soliton transmission with sliding filters*, Opt. Lett., **21**, (1996), 402-404.
- Mecozzi, A. , *Amplified Spontaneous Emission in Soliton Transmission Systems Employing Sliding Filters*, J. Ligthwave Technol., **16** , n° 1, (1999), 37-42.
- Mitchell, M., Segev, M., and Christodoulides, N., *Observation of Multihump Multimode Solitons*, Phys. Rev. Lett., **80**, N° 21, 4657-4660.
- Mitschke, F. M., and Mollenauer, L. F., *Discovery of the soliton self-frequency shift*, Opt. Lett., **11**, N° 21, (1986), 659-661.
- Miya, T., Terunuma Y., Hosaka, T., and Miyoshita, T., , Electron. Lett., **15**, 106, (1979).
- Mollenauer, L., Stolen, R.H., and Gordon, J.P., *Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers*, Phys. Rev. Lett., **45**, N° 13, 1095-1098.
- Mollenauer, L., and Smith, K., *Demonstration of soliton transmission over more than 4000 km in fiber with loss periodically compensated by Raman gain*, Opt. Lett., **13**, (1988), 675-677.

- Mollenauer, L., Gordon, J. P., and Evangelides, S. G., *The sliding-frequency guiding filter: an improved form of soliton jitter control*, Opt. Lett., **137**, N° 17, (1992), 1575-1577.
- Mollenauer, L., Mamyshev, P., and Neulbelt, M., *Measurement of timing jitter in filter-guided soliton transmission at 10 Gbit/s and achievement of 375 Gbit/s -Mm, error free, at 12.5 and 15 Gbit/s*, Opt. Lett., **19**, (1994), 704-706.
- Moore, J. D., *On the Ginzburg-Landau laser mode-locking model with fifth-order saturable absorber term*, Optics Commu., **96**, (1993), 65-70.
- Morla, R. S., *Comutação de solitões em fibras ópticas não-lineares*, Tese de Mestrado, Universidade do Porto, (2001).
- Nakazawa, M., Kurokawa, K., Kubota, H., and Yamada, E., *Observation of the Trapping of an Optical Soliton by Adiabatic Gain narrowing and Its Escape*, Phys. Rev. Lett., **65**, N° 15, (1990), 1881-1883.
- Nakazawa, M., and Kubota, H., *Physical interpretation of reduction of soliton interaction forces by bandwidth limited amplification*, Electron. Lett., **28**, N° 10, (1992), 958-960.
- Nakazawa, M., Yoshida, E., Yamada, E., Suzuki, K., Kitoh, T., and Kawachi, M., *80 Gbit/s Soliton data-transmission over 500 km with unequal amplitude solitons for timing clock extration*, Electron. Lett., **30**, (1994), 1777
- Newell, C. Alan., and Moloney, V., Jerome, *Nonlinear Optics*, Addison-Wesley, (1992), Redwood City, California.
- Normand, C., and Pomeau, Y., *Convective instability: a physicist's approach*. Rev. Mod .Phys., **49**, (1977), 581-623.
- Okamawari, T., Hasegawa, A., and Kodama, Y., *Analysis of soliton interactions by means of a perturbed inverse-scattering transform*, Phys. Rev. A, **51**, N° 4, (1995), 3203-3220.
- Panoiu, N., C., Michalache, D., Mazilu, D., Mel'nikov, I., Aitchison, J., Lederer, F., and Osgood, Jr, R., *Dynamics of Dual-Frequency Solitons under the Influence of Frequency-Sliding Filter, Third-Order Dispersion and Intra-Pulse Raman Scattering*, IEEE, J. of Selected Topics in Quantum Electronics, **10**, N° 5, (2004), Sept-Oct. 885-892.

- Parker, D., Radha, Ch., Facão, M., *Accelerating Solitons for Sliding-Frequency Filter Systems*, Phys. Rev. E, Vol 65, 1-6 (2002).
- Pereira, N. R., and Stenflo, L. , *Nonlinear Schrödinger equation including growth and damping*, The Physics of Fluids, **20** , nº 10, (1977), 1733-1734.
- Pinto, A. N., and Agrawal, G. P., and Rocha, J. F., *Effect of Soliton Interaction on Timing Jitter in Communications Systems*, J. Lightwave Technol., **16**, Nº 4, (1998), 515-519.
- Porsezian, K. and , and Kuriakose, V. C., (Eds.), *Optical Solitons*, Springer-Verlag, Berlin (2003), *Lecture Notes in Physics*.
- Press, H., William, *Numerical Recipes in Fortran 77 - The Art of Scientific Computing*, 2nd Edition, Cambridge University Press, (1992), Cambridge.
- Råde, Lennart, and Westergren, Bertil, *Mathematics Handbook, for Science and Engineering*, Studentlitteratur, Third Edition, 1995, Lund.
- Romagnoli, M., Wabnitz, S. and Midrio, M., *Bandwidth limits of soliton transmission with sliding filters*, Optics Comm., 104, (994), (1994), 293-297.
- Romagnoli, M., Wabnitz, S., Franco, P., Midrio, M., Fontana, F. and Town, G. E., *Tunable erbium-ytterbium fiber sliding-frequency soliton laser*, J. Opt. Soc. Am. B, 12, Nº 1, (1995), 72-76.
- Saarloos, W. van, and Hohenberg, P. C. , *Fronts, pulses, sources and sinks in generalized complex Ginzburg-Landau equations*, Physica D, **56**, (1992), 303-367.
- Santhanam, J. and Agrawal, Govind P., *Raman-induced spectral shifts in optical fibers: general theory based on the moment method*, Optics Commu., **222**, (2003), 413-420.
- Satsuma, J., e Yajima, N., *Initial value problems of one-dimensional self-phase modulation of nonlinear waves in dispersive media*, Progr. Theor. Phys. Suppl., **55**, 284-306.
- Scott A., Sorensen M. P. e Christiansen P. L., *Nonlinear Science - Emergence and Dynamics of Coherent Structures*, Oxford University Press, 1st edition, (1999), New York.
- Shimizu F., *Frequency broadening in liquids by a short light pulse*, Phys. Rev. Lett., **19** (1967) 1097-1100.

- Smith, G. D. *Numerical Solution of Partial Differential Equations - Finite Difference Methods*, 3rd Edition, Oxford Applied Mathematics and Computing Science Series, Oxford University Press, (1993), Oxford.
- Smith, N.J., Doran, N.J., Knox, F. M., *Enhanced power solitons in optical fibres with periodic dispersion management*, Electron. Lett., **32** (1996) 54-55.
- Sorokina, L. T., Sorokin E., Wintner E., Cassanho, A., Jensen, H. P., and Szipocs, R., *14-fs pulse generation in Kerr-lens mode-locked prismless Cr:LiGaF and Cr:LiSAF lasers: observation of pulse self-frequency shift*, Opt. Lett., **22**, (1997), 1716-1718. (Referência de Tian et al (2003)).
- Soto-Crespo, J. M., Akhmediev, Afanasjev, V. V., *Algebraic pulse-like solutions of the quintic complex Ginzburg-Landau equation* Optics Comm, **118**, (1995), 587-593.
- Soto-Crespo, J. M., Akhmediev, Afanasjev, V. V., Town, G. E., *Dual- frequency pulses in fiber lasers* Optics Comm, **130**, (1996), 245-248.
- Soto-Crespo, J. M., and Pesquera, L. *Analytical approximation of the soliton solutions of the quintic complex Ginzburg-Landau equation* Phys. Rev. E, **56** (1997) 7288-7293.
- Soto-Crespo, J. M., and Akhmediev, N. N., *Composite solitons and two-pulse generation in passively mode-locked lasers modeled by the complex quintic Swift-Hohenberg equation* Phys. Rev. E, **66** (2002).
- Stolen R. H. and Lin C., *Self-phase-modulation in silica optical fibers*, Phys. Rev. A, **17** (1977) 1448-1453.
- Staliunas, K., *Laser Ginzburg-Landau equation and laser hydrodynamics* Phys. Rev. A, **48** (1993) 1573-1581.
- Uzunov, I., Muschall, R., Gölles, M., Lederer, F., Wabnitz, S., *Effect of nonlinear gain filtering on soliton interaction*, Optics Commu., **118**, (1995), 577-580.
- Talanov V. I., *Self-focusing of wave optic beams in nonlinear media*, JETP lett **2** (1965), 138-141.
- Taranenko, V. B., Staliunas, K., and Weiss C. O., *Spatial soliton lasers: localized structures in a laser with a saturable absorber in a self-imaging resonator*, Phys. Rev. A, **56** (1997) 1582-1591.

- Teixeira, A. L. J., Agrawal, G. P., and Rocha, J. R. F., *Increasing the transmission distance of soliton communication systems by selective frequency shifts*, Electron. Lett., **32**, 21, (1996), 1995-1996.
- Tian, H., Li, Z., Xu, Z., Tian, J., and Zhoun, G., *Front and pulse solutions for the complex Ginzburg-Landau equation with higher-order terms*, Phys. Rev. E, **66**, (2002).
- Tian, H., Li, Z., Xu, Z., Tian, J., and Zhoun, G., *Satble soliton in the fiber-optic system with self-frequency shift*, J. Opt. Soc. Amer. B, **59**, (2003), 59-64.
- Toda, H., Kino, K., Kodama, Y., Hasegawa, A. e Andrekson, P., *Influence of noise in optical pulse source on soliton transmission*, J. of Lightwave Technol. , **167**, (1999), 1027-1031.
- Weideman, J. A. C., and Herbst, B. M., *Split-Step Methods for the Solution of the Nonlinear Schödinger Equations*, SIAM, J. Numer. Anal., **23**, June, 485-507,(1986).
- Weiss, C. O., *Spatio-Temporal Structures. Part II. Vortices and defects in lasers* Phys. Rep. **219**, (1992), 311-338.
- Yariv, Amon, *Optical Electronics in Modern Communications*, Oxford University Press, 5th edition, (2001), New York-Oxford.
- Zakharov, V. E., and Shabat, A. B., *Exact theory of two-dimensional self-focusing and one dimensional self-modulation of waves in nonlinear media*, Sov. Phys. JETP, **34**, (1972), 62.
- Zwillinger, Daniel *Handbook of Differential Equations*, 2nd Edition, Academic-Press, (1992), San Diego, California.
- Zysset, B., Beaud, P., and Hodel, W., *Generation of optical solitons in the wavelenght region 1.37-1.49 μm* , Appl. Phys. Lett., **50**, (1987), 1027-1029.